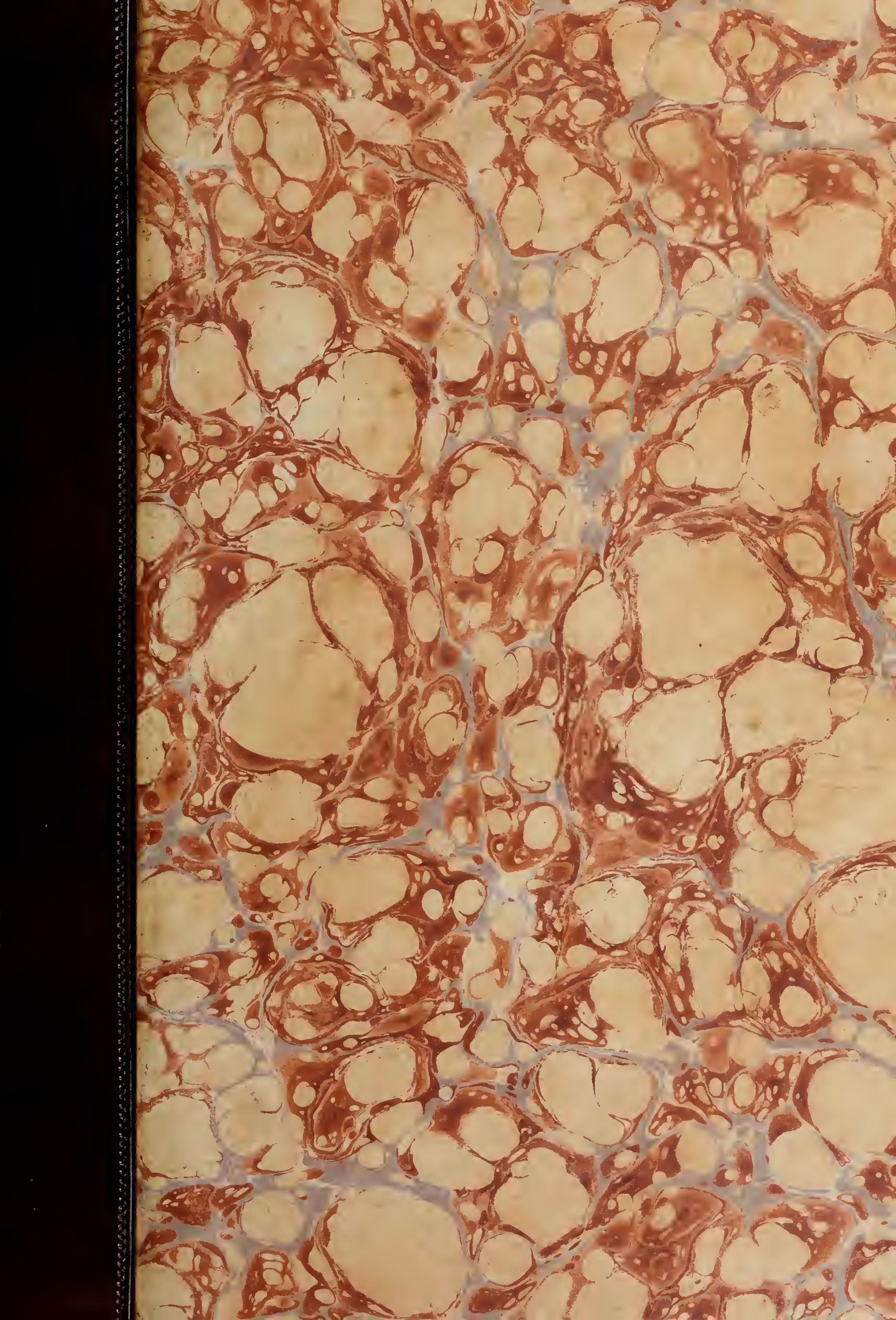




Rigaud inv Sculp.

ARCHITECTURE HYDRAULIQUE.

A. H. Galloway

ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

OU

L'ART DE CONDUIRE, D'ELEVER ET DE MENAGER LES EAUX POUR LES DIFFÉRENS BESOINS DE LA VIE.

PREMIERE PARTIE,

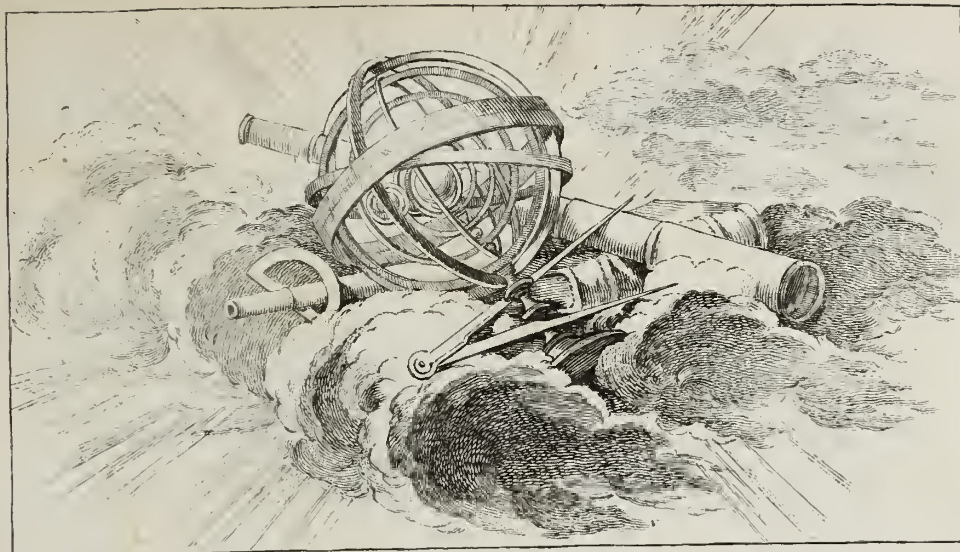
TOME PREMIER.

Par M. BELIDOR, Commissaire Provincial d'Artillerie, Professeur Royal de Mathématiques aux Ecoles du même Corps, Membre des Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Prusse, Correspondant de celle de Paris.



A PARIS, RUE DAUPHINE,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire de l'Artillerie & du Génie, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XXXVII.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.



A MESSIEURS
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.



ESSIEURS,

L'OUVRAGE que j'ai l'honneur de vous présenter, vous appartient à trop juste titre pour le mettre au jour

ſous d'autres auſpices que les vôtres. Ayant puiſé dans vos Mémoires, MESSIEURS, les connoiſſances qui m'ont ſervi de guide, que je ſerois ſatisfait ſi j'oſois me flatter d'avoir appliqué aſſez heureuſement vos penſées à la perfection de l'Architecture Hydraulique, pour que vous les trouviez encore dignes de n'être point déſavouées! Car comment vous imiter dans la maniere de traiter les ſujets dont vous parlez? Sont-ils d'une ſublimité à paroître au-deſſus de l'eſprit humain? Vous y atteignez ſans vous égarer; vous les dépouillés de ce qu'ils ont d'abſtrait, pour les rendre ſenſibles, ſous des idées ſimples & riantes. Faut-il deſcendre à d'autres moins attrayans? Vous leur donnez du relief: il ſuffit qu'ils intéreſſent la Société pour devenir l'objet de vos recherches; vous ambitionnez d'inſtruire & non de vous faire admirer: ennemis de toute oſtentation, vous évitez de courir après une fauſſe gloire, & cette conduite vous aſſure la véritable, ſeule capable de vous toucher.

C'eſt par des ſentimens auſſi purs que vous donnez, MESSIEURS, de l'éclat à vos productions: & pourroient-elles n'en point avoir? Elles qui annoncent à tout l'Univers que la Phyſique qui n'étoit préſentée que ſous un tiſſu de mauvaiſes conjectures, a été amenée, par vos

ſoins, à des Expériences raiſonnées, ſelon les loix de la Méchanique, dont vous avez rendu les principes d'une fécondité merveilleuſe, par l'art de décompoſer les mouvemens les plus compliqués. Que le corps humain, ce chef-d'œuvre de la création, a peu de reſſorts qui ne vous ſoient connus & dont on ne puiſſe, mieux que jamais, réparer les accidens, par les moyens que fourniſſent vos découvertes dans la Botanique & la Chymie. Que vous avez enrichi l'Algebre & la Géométrie d'un nombre infini de nouvelles méthodes qui ne laiſſent plus rien à deſirer pour la perfection des Arts qui peuvent y être ſoumis. Qu'on ne peut vous refuſer l'avantage d'avoir aſſuré la Navigation, en déterminant les Longitudes, par le ſecours des nouveaux aſtres que vous avez découverts dans le Ciel. Enfin, que la juſteſſe de vos Obſervations aſtronomiques, ſemble vous avoir acquis un droit ſur le partage de la terre, puiſqu'en rectifiant la Géographie vous avez renfermé dans ſes vraies limites la portion qui appartenoit à chaque Nation.

Ce ſont ces progrès, ſûrs de l'immortalité, qui ont rendu, MESSIEURS, votre nom célebre juſques dans les pays les plus reculés; & la poſtérité, en les admi-

rant, pourra-t'elle croire qu'un travail auſſi prodigieux, n'a commencé qu'avec les Conquêtes de LOUIS LE GRAND, *votre auguſte Fondateur, dont l'Hiſtoire ne pourra tracer la brillante carriere, ſans vous faire partager les lauriers conſacrés aux Grands Hommes qui ont contribué à rendre ſon Regne floriſſant. Celui ſous lequel nous vivons ne vous eſt pas moins glorieux; également protégés du Monarque qui nous gouverne avec autant de juſtice que de ſageſſe, quel fruit n'a-t'on pas lieu d'eſpérer de la continuation de vos travaux & des nouvelles Obſervations que vous faites actuellement, par ordre de Sa Majeſté, dans des climats ſi oppoſés & ſi éloignés du nôtre. Les ſçavantes richeſſes que vos illuſtres Membres doivent en rapporter ſont d'un bien plus grand prix, & intéreſſent beaucoup plus nos vœux que toutes celles qu'on a coutume d'y aller chercher.*

Eſt-il ſurprenant après cela, MESSIEURS, *ſi les perſonnes les plus diſtinguées par leur naiſſance s'empreſſent d'occuper une place parmi Vous, & ſi le plus Grand Empereur qu'ait eu la Ruſſie s'en eſt fait un mérite particulier? Ce Prince, né pour remplir la plus glorieuſe de toutes les deſtinées, avoit conçû le vaſte projet*

de créer dans ses Etats un peuple nouveau, & jugeant que les Sciences pourroient en adoucir les mœurs, il sentit l'avantage d'entretenir avec Vous une étroite Correspondance, sur-tout lorsque frappé de votre exemple, il s'apperçut qu'elles étoient aussi propres à former le cœur qu'à éclairer l'esprit.

En effet, MESSIEURS, c'est par la candeur qui anime vos actions que vous inspirez le goût des belles connoissances, tandis que la noblesse & l'énergie qui regnent dans vos Ecrits déterminent à les cultiver. La satisfaction d'y voir le vrai dans tout son jour, l'espérance d'y acquérir plus d'étendue de génie, plus de pénétration & plus de justesse, sont des attraits trop puissans pour ne point aspirer à suivre vos traces.

Cependant, quoiqu'un penchant de ce caractere paroisse bien désintéressé, vainement voudroit-on insinuer qu'en cherchant à vous imiter, MESSIEURS, l'on n'a d'autres vûes que l'utilité publique? Il se rencontre toujours quelques motifs personnels difficiles à déguiser; le mien, je l'avoue, s'est renfermé au dessein de vous plaire; c'est un sentiment qui n'a cessé d'exciter mon émulation & que vous-même avez fait naître par l'approbation dont vous

avez autorisé mes premiers essais ; tout m'engage à publier ma reconnoissance & la profonde vénération avec laquelle je serai toute ma vie,

MESSIEURS,

DE VOTRE CELEBRE COMPAGNIE,

Le très-humble & très-obéissant
Serviteur, BELIDOR.



PREFACE.

Quand on examine un peu ſévérement les différens travaux qui ſont du reſſort de la Méchanique, on eſt choqué du peu de préciſion qui regne dans leurs parties qu'on détermine preſque toujours au hazard, ſans ſuivre aucunes regles certaines par leſquelles on puiſſe approcher le plus près qu'il eſt poſſible de la perfection ; parce que, pour y arriver, il faudroit remonter aux principes des choſes, & avoir un ſentiment oppoſé à celui d'un préjugé aſſez général, que la pratique eſt préférable à la théorie. L'erreur de bien des gens ſur ce point étant la principale cauſe des fautes qui ſe commettent, je vais eſſayer de la détruire, parce qu'enſuite je pourrai mieux inſinuer la fin que je me ſuis propoſée dans ce Traité.

Tout le monde conviendra que pour rendre un Ouvrage accompli il faut qu'il ſoit conſtruit ſolidement, qu'il réponde bien à ſon objet & que la dépenſe ſoit tellement ménagée qu'elle ne paroiſſe répandue que ſur ce qui eſt indiſpenſablement néceſſaire.

Ces conditions ſont ſi naturelles qu'on ſeroit porté à croire qu'il n'y a point d'apparence que les gens du métier s'en écartent jamais, ſi l'évenement ne prouvoit quelquefois le contraire; mais comme elles ſont bien plus difficiles à remplir qu'on ne penſe, on n'eſt pas toujours en droit de leur en faire un reproche légitime, ils méritent au contraire bien plus d'excuſe que de blâme, d'être parvenus à faire les choſes auſſi paſſables qu'elles le ſont ſans d'autre ſecours que celui qu'ils ont tiré des réflexions qu'une lon-

gue expérience leur a ſuggeré. Car il faut convenir qu'il ſe rencontre des Praticiens qui trouvent dans la ſupériorité de leur génie des reſſources merveilleuſes, & qu'en général, c'eſt aux perſonnes de ce caractere que l'on eſt redevable de ce qu'il y a de plus heureuſement imaginé dans les Arts. Mais que l'on y prenne garde, lorſqu'on eſt capable de méditer un projet & de captiver long-tems ſon attention ſur une même choſe pour en développer toutes les faces afin de ne ſe déterminer qu'en faveur du parti le plus avantageux, cette maniere de penſer eſt une vraie théorie à laquelle on doit le ſuccès qui en eſt la ſuite. Alors ſans le ſçavoir on imite les Géometres, on en a l'eſprit & les vues, puiſqu'on cherche à parvenir au même but. Toute la différence, c'eſt que les uns y arrivent ſans s'égarer par une voie dont ils connoiſſent la marche, au lieu que les autres, privés des lumieres qui pourroient les guider, ſont expoſés à faire bien des faux pas. Quand il faut meſurer exactement des efforts dont les directions, les leviers, les appuis ne ſont pas ſenſibles, ce ſont toujours des recherches fort difficiles. Il ſe rencontre ſouvent des cas où les puiſſances dont on doit conſidérer l'action renferment des rapports ſi compliqués, qu'il n'eſt pas poſſible de les appercevoir ſans le ſecours d'une théorie fort délicate, à laquelle on ne peut atteindre ſi l'on n'eſt prévenu d'un grand nombre de connoiſſances acquiſes par une étude ſuivie. Il eſt des choſes eſſentielles à ſçavoir que l'expérience n'apprend point, & qu'on ne peut ignorer quand on veut voir clair à ce qu'on fait. Je m'en rapporte à la bonne foi de ceux qui font travailler depuis long-tems ; il n'y en a pas qui n'ayent ſenti dans mille occaſions qu'il leur manquoit certains principes dont ils auroient voulu être inſtruits. La plûpart ont entamé une carriere qui n'étoit pas encore frayée, & même fourni aux Sçavans de nouveaux

ſujets d'exercer leur ſagacité. Il ſeroit bien juſte que ces derniers à leur tour, leur donnaſſent des maximes pour agir plus exactement. Dans quelque claſſe qu'on ſoit placé, nous devons concourir unanimement au bien de la ſociété; c'eſt un devoir indiſpenſable qui doit faire la principale qualité d'un bon citoyen. Que ſi l'on étoit en droit d'accuſer d'un peu de négligence ceux qui ont la conduite des ouvrages qui intéreſſent l'Etat, ce reproche devroit principalement regarder les jeunes gens qui peu touchés des devoirs du parti qu'ils ont embraſſé, affectent d'exalter la pratique au mépris de la théorie, eſpérant par-là autoriſer leur peu de goût pour l'étude; mais connoiſſent-ils cette pratique à laquelle ils veulent ſe borner? Ils n'en peuvent avoir qu'un ſentiment confus; ſans expérience & ſans faire uſage de leur jugement, ſçavent-ils le parti qu'il faudra prendre dans les cas difficiles qui peuvent ſe préſenter? Occupés d'objets frivoles, ils s'entretiennent dans un état de médiocrité ſans ſe mettre en devoir d'acquérir de la diſtinction, & ſans réfléchir qu'on s'inſtruit bien lentement quand on n'apprend les choſes que lorſque la néceſſité nous oblige de les conſidérer. D'ailleurs ce ſeroit un grand abus de ſe prévaloir de l'exemple de leurs Anciens qui n'ont pas laiſſé de ſe rendre recommandables par un chemin ſi long; s'ils avoient eu les mêmes ſecours qu'aujourd'hui, il n'y a point de doute qu'ils n'en euſſent fait un meilleur uſage, & je ne veux d'autre preuve que le mérite d'avoir preſque tiré de leur propre fond ce qu'ils ont d'acquis.

Si bien des gens penſent que les Mathématiques ſont d'une foible reſſource pour rectifier la pratique, cela vient de deux cauſes. La premiere de ce qu'ils veulent limiter l'étendue d'une Science qu'ils ne connoiſſent pas. La ſeconde de ce que les Mathématiciens n'ont point aſſez ap-

pliqué à la perfection des Arts les conſéquences qu'ils pourroient tirer de leurs principes. Car excepté les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, où l'on trouve un grand nombre de recherches utiles ſur toutes ſortes de ſujets, nos Livres de Mathématiques ſont d'une ſi grande ſécherefſe qu'il n'eſt pas ſurprenant que les Praticiens n'y trouvent point aſſez d'attraits pour y puiſer les connoiſſances qui leur ſeroient eſſentielles. Ils s'en tiennent ordinairement à quelques petits Traités de Géométrie & de Méchanique, & lorſqu'ils y ont appris l'uſage qu'on peut faire de quelques propoſitions générales, ils s'imaginent en ſçavoir aſſez. Pour l'Algebre elle n'eſt propre qu'à ſervir d'amuſement à ceux qui ont aſſez de conſtance pour s'occuper de queſtions difficiles qui ne menent à rien. Cependant comme elle eſt abſolument néceſſaire pour réſoudre une infinité de cas qui ſe préſentent tous les jours dans la conſtruction des travaux, c'eſt pour les déſabuſer d'une opinion ſi injuſte, & leur montrer la néceſſité de la théorie, que j'ai entrepris d'écrire ſur l'Architecture Hydraulique, qui en eſt beaucoup plus ſuſceptible que la civile. Comme on n'ignore point l'importance d'un ſujet qui intéreſſe autant les beſoins de la vie, j'ai cru qu'en m'appliquant à le traiter avec exactitude, on me ſçauroit gré d'employer auſſi utilement les momens de loiſir dont je puis diſpoſer. Je crains ſeulement que ceux qui n'ont pas l'uſage de l'Algebre, & qui ſe ſont déja plaint de ce que j'en avois répandu dans mes autres Ouvrages, ne murmurent d'en trouver beaucoup dans celui-ci; mais comment veulent-ils qu'on faſſe? elle eſt devenue la clef de toutes les découvertes, il n'eſt pas poſſible de s'en paſſer, dès qu'on veut agir avec préciſion; ce n'eſt que par ſon moyen que l'on peut déduire des méthodes pour opter ſûrement dans la pratique. Le calcul littéral a cela d'avantageux, qu'il mé-

nage la capacité de l'esprit, en lui présentant une infinité d'objets sous l'expression la plus simple, sans être distrait par la complication de leurs rapports; il suffit de n'avoir attention qu'aux regles du calcul, & la plume seule conduit directement à la résolution qu'on cherche, qui devient ensuite une formule générale pour toutes les questions semblables, sans avoir besoin d'autres démonstrations que celles que l'on tire de l'évidence du calcul même, dont les opérations sont fondées sur de simples axiomes. Souvent une seule expression littérale donne jour à une Science entiere dont on développe sans peine toutes les conséquences les unes après les autres, comme on en pourra juger par la maniere dont nous avons exprimé les regles du mouvement & celles de la mesure des eaux. Cependant mon dessein ayant été de faire ensorte que cet Ouvrage devînt utile à tous ceux qui le liroient, j'ai eu soin d'exposer en forme de maximes toutes les regles que j'ai déduites de l'analyse ordinaire & des nouveaux calculs: j'ai même appliqué ces maximes à des exemples numériques, pour qu'on se les rendît plus familiers & qu'on s'en servît avec la même confiance que la plûpart ont ordinairement pour les opérations de la Géométrie-Pratique, quoiqu'ils ignorent la théorie qui les a fourni.

J'étois à la veille de mettre au jour le Traité que j'avois promis en 1729, sur l'Architecture Hydraulique, qui ne devoit embrasser, (comme je l'ai annoncé alors) que les différens Ouvrages de maçonnerie, charpente, fascinage qui se font dans l'eau, lorsque voulant faire le projet d'une machine pour élever l'eau, je fus fort surpris de ne sçavoir comment m'y prendre pour en déterminer exactement toutes les parties de maniere à satisfaire un bon esprit qui m'auroit demandé compte de la disposition de chaque piece, la raison de leur dimension, celle du degré de vî-

teſſe qui pouvoit leur convenir, combien il devoit paſſer d'eau au réſervoir, s'il n'étoit pas poſſible d'en faire monter davantage par l'action d'une puiſſance limitée, en tenant compte des frottemens; ſi on ne pouvoit pas remplir le même objet avec plus de ſimplicité & à moins de frais : en un mot, ſi je pouvois me flatter de n'avoir rien à craindre de l'examen d'un Juge éclairé, diſpoſé à ne faire aucune grace.

Ne me ſentant point capable de remplir toutes ces circonſtances, j'avouerai ingénument que je fus déconcerté de me trouver ſi dénué; j'avois cependant appris depuis long-tems les principes de la méchanique & du mouvement des eaux dans nos meilleurs Auteurs, & même écrit ſur ces matieres, que je croyois poſſéder paſſablement; mais ſouvent on s'imagine avoir dans l'eſprit un enchaînement de connoiſſances, & lorſque l'occaſion ſe préſente d'en faire uſage, on n'y trouve que des veſtiges ſans ordre & ſans liaiſon. Il arrive même que la bonne opinion que nous avons de nos foibles lumieres eſt un obſtacle qui empêche d'en acquérir de plus étendues, parce que l'on croit ſçavoir beaucoup, faute de connoître ce qui nous ſeroit encore néceſſaire; & ſuppoſant qu'on ſente ce qui nous manque, cela ne ſuffit pas, il faut ſçavoir où l'acquérir, & c'étoit là mon embarras, perſonne n'ayant écrit ſur les machines dans le goût que je viens d'inſinuer. C'eſt pourquoi je formai le deſſein de m'y appliquer ſérieuſement, & de communiquer mes recherches à ceux qui ſeroient dans le même cas où je m'étois trouvé; ainſi je ne ſongeai plus qu'à m'inſtruire, pour me mettre en état d'inſtruire les autres, ne pouvant me réſoudre de laiſſer en arriere un ſujet auſſi intéreſſant & qui manquoit à mon Traité pour le rendre complet. Je réſolus donc d'embraſſer généralement tout ce qui avoit rapport à la

maniere de conduire, d'élever & de ménager les eaux, ſans me mettre en peine de la longueur du travail, ni du mécontentement qu'alloit cauſer le retardement de l'impreſſion de mon Ouvrage, perſuadé que quand il paroîtroit on me ſçauroit gré d'avoir fait mes efforts pour mériter la bonne opinion que le Public marquoit en avoir conçu par ſon impatience à le voir paroître. Au reſte, pour ne point ennuyer par un plus long détail, on ſçaura que je l'ai diviſé en deux Parties. Comme il n'eſt queſtion préſentement que de la premiere, compriſe en quatre Livres, en voici l'objet.

Le premier Livre eſt une Introduction à l'Ouvrage entier. On a cru que pour l'intelligence de ceux qui ignoroient les principes de la méchanique, ou qui les ayant appris, ne les avoient pas aſſez préſens pour en ſentir l'application, il convenoit de commencer par leur en donner un Traité préliminaire, écrit de façon qu'ils puiſſent ſe former une idée juſte des différens mouvemens qui ſe rencontrent dans les machines compoſées, pour en calculer l'effet, quelles que ſoient les directions de la puiſſance & du poids. Ce Traité eſt accompagné de la théorie du mouvement & du choc des corps, afin d'en déduire les regles de l'Hydraulique par des voies plus courtes & plus claires que celles qu'on a ſuivies juſqu'ici.

On examine enſuite la réſiſtance cauſée par le frottement, la maniere d'en calculer le déchet dans toutes ſortes de cas, pour y avoir égard dans la pratique. Ce ſujet eſt traité à fond & appliqué à des exemples propres à éclairer inſenſiblement l'eſprit ſur les avantages & les défauts de toutes les machines: on y a joint les maximes ſur ce qu'il faut obſerver lorſqu'on veut faire un projet & mettre le Lecteur en état d'en faire par lui-même dans toute la perfection qu'il eſt poſſible d'atteindre. Pour qu'on

ſçache à quoi peut ſe réduire la force des hommes & des chevaux, dans les différentes attitudes qu'ils ſont obligés de prendre pour mouvoir une machine, on a tiré du raiſonnement & de l'expérience les regles convenables à ce ſujet.

Pour remplir parfaitement l'objet de cet Ouvrage, on a cru devoir enſeigner tout ce qu'on pouvoit dire d'eſſentiel ſur le mouvement des eaux; c'eſt auſſi la partie que l'on trouvera travaillée avec le plus de ſoin. On y traite du niveau & de l'équilibre des liqueurs, de l'action de l'eau contre les parois des vaiſſeaux qui la contiennent, afin d'en tirer les regles pour en meſurer la pouſſée, & proportionner la réſiſtance qu'on peut lui oppoſer de la part des batardeaux, digues, levées, écluſes, &c. On montre enſuite la maniere de meſurer la dépenſe des eaux qui coulent par des orifices ou pertuis, ſelon quelques directions que ce ſoit; & comment on peut eſtimer le déchet cauſé par le frottement contre les bords, comment on doit calculer la force du choc des courans contre les ſurfaces oppoſées; enfin ce qui arrive aux corps plongés dans l'eau, ſoit qu'ils ſurnagent ou qu'ils deſcendent au fond.

L'eau étant de tous les agens celui dont on tire le plus d'avantage pour faire agir les machines, tout le ſecond Livre roule ſur l'application qu'on en peut faire aux roues de différentes ſortes de moulins, & ſur la vîteſſe qu'elles doivent avoir par rapport au courant qui les meut, afin que la machine ſoit capable du plus grand effet. On y donne la deſcription de pluſieurs ſortes de moulins à bléd fort ingénieux; la maniere de découvrir par le calcul la force qu'il faut pour les mouvoir, le produit dont ils peuvent être capables relativement à la peſanteur & à la vîteſſe de la meule. On fait entrer dans ces calculs la réſiſtance cauſée par les frottemens, & tout ce qu'il peut y avoir d'intéreſſant

d'intéressant de théorie & de pratique dans ces sortes de machines; on fait voir aussi comme l'on peut se servir du flux & reflux de la mer, pour faire tourner des roues toujours du même sens; la maniere de construire des moulins à bras, & d'autre mis en mouvement par des chevaux, à l'usage des places de guerre.

On décrit ensuite les moulins à scier, on fait l'analyse de toutes les parties qui entrent dans leur composition, & on en calcule l'effet selon la grosseur des pieces de bois que l'on veut débiter; on en rapporte aussi d'autres pour scier des blocs de pierre, d'autres pour percer des tuyaux de bois, pour la conduite des eaux; d'autres enfin pour pulvériser des matieres, comme, par exemple, celles qui entrent dans la composition de la poudre à canon.

Tous ces moulins sont accompagnés de recherches sur ce qui peut les rendre parfaits, des calculs qui embrassent les frottemens & tous les accidens inséparables de la pratique, qu'on a soumis à des regles si claires & si sensibles qu'avec une médiocre attention, le Lecteur peut acquérir insensiblement des connoissances qui lui donneront un sentiment éclairé sur toutes sortes de machines.

Les moulins à chapelet étant regardés avec raison comme les machines les plus commodes pour les épuisemens, on en a rapporté de toutes sortes d'especes, avec les calculs de la force nécessaire pour les mettre en mouvement, & du produit dont ils peuvent être capables. Lorsqu'ils agissent sur des plans inclinés, on fait voir quel angle le plan doit former avec l'horizon, pour que le chapelet épuise le plus d'eau qu'il est possible dans un tems déterminé. On compare l'effet de ces chapelets avec celui de quelques autres machines au même usage, pour faire sentir sur lesquels doit tomber la préférence. Enfin on décrit plusieurs sortes de roues à eau, soit

pour les épuiſemens, ſoit pour l'élever dans un réſervoir.

Le troiſieme Livre commence par une diſſertation fort étendue ſur les propriétés de l'air ; on y fait voir comment l'eau monte par aſpiration ; l'uſage qu'on peut faire de la dilatation & de la condenſation de l'air ; la force que ſon reſſort acquiert par la chaleur pour mouvoir les machines, le tout tiré des expériences faites en France & en Angleterre ; ce qui peut ſervir d'introduction à la Phyſique, & à expliquer les effets des pompes aſpirantes, & des machines à élever l'eau par le moyen du feu. Cette diſſertation eſt ſuivie de la maniere de calculer la force du vent, de l'avantage qu'on en peut tirer pour deſſécher un pays aquatique, ou pour arroſer un terrein aride, dont on rapporte des exemples.

Enſuite l'on décrit les propriétés de toutes les pompes qui ont été imaginées juſqu'ici : on en fait voir les défauts & les avantages, à quel degré de perfection on peut les porter. On eſt entré dans un détail circonſtancié ſur toutes leurs parties, principalement ſur les piſtons & les ſoupapes ; ce que l'on a fait avec d'autant plus de ſoin, qu'il paroît que ce ſujet n'a pas encore été examiné ſérieuſement.

Après avoir conſidéré les pompes en elles-mêmes, on rapporte un grand nombre de machines pour les faire mouvoir ; les unes à l'uſage des Particuliers, dans leſquelles je comprends celles dont on ſe ſert aux incendies ; les autres propres à entretenir les fontaines d'une ville. On donne pour exemple les plus belles qui ſont actuellement exécutées en différens endroits de l'Europe, miſes en mouvement par les animaux, le cours des rivieres & la force du feu : ces dernieres ont été inventées depuis peu par les Anglois, qui ont ſçu tirer du feu l'agent le plus puiſſant qu'il y ait dans la nature, & le ménager avec tant d'art, qu'on peut regarder ce qu'ils ont fait là-deſſus comme le chef-d'œuvre de l'eſprit humain ; auſſi n'ai-je épargné ni ſoins

ni dépenſes pour en donner un détail exact, ayant été moi-même pluſieurs fois ſur les lieux, & reçu de la part de Meſſieurs de la Société Royale de Londres toutes les lumieres que je pouvois deſirer.

On donne, dans le quatrieme Livre, pluſieurs moyens pour faire que l'eau d'une ſource s'éleve d'elle-même beaucoup au-deſſus de ſon niveau, pourvu qu'on ait une chûte, en ſe ſervant de la force dont l'eau eſt capable par ſa pouſſée, ſans employer aucune des parties qui entrent dans la compoſition ordinaire des machines; ce qui eſt une découverte importante faite depuis peu.

On trouvera enſuite une Diſſertation ſur l'origine des fontaines, la maniere de les découvrir & d'en conduire les eaux, ſoit par des tranchées ou par des aqueducs; la conſtruction des baſſins, réſervoirs & citernes pour la conſerver; la maniere de les diſtribuer aux fontaines d'une ville & aux Particuliers: à quoi l'on joint pluſieurs machines pour la tirer des puits fort profonds.

Comme rien n'eſt plus agréable à la vue pour la décoration des jardins que les eaux jailliſſantes, on s'eſt fort étendu ſur la maniere de les diriger, en faiſant voir comme avec une petite quantité (qu'on a l'art de répéter pluſieurs fois) l'on peut, ſans une grande dépenſe, offrir un ſpectacle des plus rians. L'on donne pour exemple ce qui a été exécuté dans ce goût-là à Verſailles, Marly, Saint-Cloud, Chantilly, Sceaux, Liancourt, & dans les pays étrangers, afin que ceux qui ſeront dans le deſſein d'embellir leurs jardins puiſſent trouver ce qui leur convient, eu égard à la dépenſe qu'ils ont envie de faire, & à la ſituation des lieux, & qu'en général le Lecteur puiſſe être en état de juger de la beauté des objets de cette eſpece qui intéreſſeroient ſa curioſité. Je ne dis rien ici des machines pour élever l'eau dans le réſervoir qui doit donner l'ame

à toutes ces choſes, lorſqu'il n'y a point de ſource naturelle ſupérieure, parce qu'elles ſe trouvent compriſes dans celles dont j'ai parlé précédemment, dont on pourra faire le choix.

Voilà en gros ce qui compoſe la premiere Partie. A l'égard de la ſeconde qui doit traiter de la maniere de rendre les rivieres navigables, & d'en faciliter la communication par les canaux; de la conſtruction des ponts, aqueducs, écluſes, baſſins, carenes, quais, jettées, riſbans, fanaux, & autres ouvrages qui ſe font aux places maritimes; je continue à y travailler pour la mettre ſous la preſſe, le plutôt qu'il me ſera poſſible : j'inſtruirai le Public du tems où elle pourra paroître.

La conformité du mérite de M. Frezier avec celui des grands hommes à qui j'ai conſacré cette premiere Partie de mon *Architecture Hydraulique*, eſt trop généralement reconnue pour héſiter de le faire participer à mes ſentimens de reconnoiſſance, puiſque ſi l'on y trouve les matieres traitées avec quelque méthode, c'eſt à ſes conſeils que j'en ſuis redevable. Le bel Ouvrage qu'il vient de donner au Public ſur la *Coupe des pierres*, eſt un ſûr garand des lumieres qu'il eſt en état de communiquer : il déſapprouvera ſans doute cette marque authentique de ma ſenſibilité, mais je ſuis intéreſſé à faire voir que l'ingratitude n'eſt pas mon défaut.



ARCHITECTURE



ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

Ou l'Art de conduire, d'élever & de ménager les Eaux pour les différens besoins de la vie.



LIVRE PREMIER

Servant d'Introduction.

CHAPITRE PREMIER.

Contenant les Principes de la Méchanique.

1. LA Méchanique est une science qui considere le rapport qui se rencontre entre les *forces* ou *puissances* qui agissent pour mouvoir les corps, & les *vîtesses* avec lesquelles ils seroient mûs, s'il ne se rencontroit point d'obstacle : le tout considéré dans l'état d'*équilibre*, c'est-à-dire dans l'état où se rencontrent deux ou plu- *Définitions, axiomes, & remarques préliminaires.*

ſieurs puiſſances qui, agiſſant les unes contre les autres autour d'un point *fixe*, demeurent en *repos*.

2. On nomme *direction*, ou détermination, d'une puiſſance, la ligne droite ſelon laquelle cette puiſſance pouſſe ou tire un corps.

3. On appelle *effort*, *impreſſion* ou *moment* d'une puiſſance, ce que la maniere dont elle eſt appliquée à un corps ou à une machine, lui permet d'*action* contre l'obſtacle à ſurmonter.

4. Quand on dira par la ſuite qu'un corps eſt mû ſur un plan horiſontal, par une ou pluſieurs puiſſances, on ſuppoſera, pour plus d'intelligence, que la force de chaque puiſſance eſt attribuée à une main qui pouſſe ce corps ſelon une ligne droite avec une force toujours *uniforme*, pour lui faire parcourir des eſpaces égaux en tems égaux ; c'eſt-à-dire, que ſi cette puiſſance, en pouſſant le corps ſucceſſivement, lui faiſoit parcourir un eſpace de 6 pieds en 6 ſecondes de tems, elle lui feroit parcourir un pied par chaque ſeconde.

N'étant pas néceſſaire qu'une puiſſance ſoit appliquée immédiatement à un corps pour le pouſſer, on peut ſuppoſer, ſi l'on veut, qu'elle ſe ſert d'un *rayon ſolide*, comme on fait d'un *billard* lorſqu'on veut pouſſer une *bille* avec une force uniforme ſelon une même direction. Comme il s'en faut bien que la force que peut avoir la main qui pouſſe une bille ſoit totalement employée à la mouvoir, on fera attention que lorſque nous dirons qu'un corps eſt pouſſé ou tiré par une ou pluſieurs puiſſances, on ne doit entendre par ces puiſſances, que ce que chacune exerce de force pour tirer ou pouſſer ce corps, & non tout ce qu'elle en pourroit avoir.

5. Lorſque pluſieurs puiſſances pouſſeront ou tireront un corps, il faudra conſidérer leurs directions comme étant renfermées dans un même plan ; & lorſqu'elles ſeront appliquées à des cordes, on fera abſtraction de la roideur & de la peſanteur de ces cordes.

6. Soit qu'une ou pluſieurs puiſſances pouſſent ou tirent un corps, les directions ſelon leſquelles elles agiront ſeront toujours marquées par celles des rayons ſolides, ou des cordes, auxquelles ces puiſſances ſont appliquées. Ainſi, l'on pourra regarder leur effort comme s'étendant également dans tous les points de leurs directions, ſans ſe mettre en peine de la diſtance où ces puiſſances ſe trouvent du corps ſur lequel elles agiſſent ; le plus ou le moins de longueur des cordes, ou des rayons, ne pouvant cauſer aucune altération à leur effet.

7. On peut auſſi recevoir comme inconteſtable que l'*action eſt*

égale à la réaction ; en effet l'*action* d'une force contre un corps ne peut être qu'égale à celle qu'a ce corps pour la repousser.

8. Comme il n'y a point de rapport, de quelque nature qu'en soient les termes, qu'on ne puisse exprimer par des lignes droites, nous nous en servirons pour désigner la force que nous attribuerons aux puissances ; ce qui suffira, pour peu qu'on ait d'intelligence, sans qu'il soit nécessaire de caractériser ces puissances par d'autres traits.

9. Quand une puissance est appliquée à une machine pour produire un certain effet, on la nomme *puissance motrice*, ou *puissance agissante*, & l'on dit qu'elle agit avec une *force absolue*, lorsqu'elle emploie tout ce qu'elle peut exercer de force pour surmonter l'obstacle qui lui est opposé : on dit, au contraire, que cette puissance n'agit qu'avec une *force relative*, ou *respective*, lorsqu'elle n'emploie qu'une partie seulement de sa force absolue.

10. Lorsqu'un mouvement résulte du concours de deux puissances, comme d'une seule qui seroit formée de ce qu'elles y employent d'action, on l'appelle *mouvement composé*.

11. Comme les mouvemens de cette espece se rencontrent fréquemment dans les machines, & qu'on en a déduit le principe le plus fécond de la méchanique : nous commencerons par établir les propriétés du *parallélogramme des forces*, en supposant que *les effets sont toujours proportionnels à leurs causes*, qui est un axiome dont on ne peut douter.

Par exemple, comme les vîtesses uniformes d'un même corps, ou des corps égaux, ne peuvent être que dans la raison des forces motrices, les espaces parcourus par ces corps, en tems égaux, seront aussi comme les forces motrices, ou les causes qui les auront produites ; & lorsque les espaces parcourus d'un mouvement uniforme par un même corps, ou par des corps égaux, sont entr'eux comme leurs vîtesses, ou comme les forces qui les ont produites, ces espaces sont parcourus en tems égaux.

12. Quel que soit le nombre des forces ou des puissances quelconques, dirigées comme l'on voudra, qui agissent à la fois sur un même corps ; ou ce corps ne se remuera point du tout, ou il n'ira que par un seul chemin, & suivant une ligne qui sera la même que si au lieu d'être ainsi poussé ou tiré par toutes ces puissances à la fois, ce corps ne l'étoit que suivant la même ligne, & en même sens, par une seule force ou puissance équivalente à celle qui résulteroit du concours de toutes celles-là.

PROPRIETÉS DU PARALLELOGRAMME des Forces.

PLANCHE I. FIGURE I.

13. Si l'on a deux puiſſances exprimées par les lignes AB & DB, que la premiere AB ſoit capable de faire parcourir au corps B le côté BC d'un parallélogramme, dans le même tems que la ſeconde DB feroit parcourir au même corps l'autre côté BE; ces deux forces agiſſant enſemble ſur le corps B, lui feront parcourir la diagonale BF du même parallélogramme, dans un tems égal à celui que chaque puiſſance AB ou DB en particulier auroit employé à faire parcourir au corps B chaque côté BC ou BE.

Les deux forces AB, DB agiſſant enſemble ſur le corps B ſelon les directions BC & BE, la direction du corps B ſera compoſée de ces deux directions; or ſi l'on diviſe en un nombre d'inſtans égaux le tems que chaque force mettroit à faire parcourir au corps B le côté BC ou BE, il eſt clair que les deux forces agiſſant enſemble ſur le corps B, la force AB tendra à lui faire parcourir le côté BC, dans le même tems que la force DB tendra à lui faire parcourir le côté BE. Si l'on ſuppoſe que dans le premier inſtant la force AB fait parcourir au corps B l'eſpace BH, tandis que la force DB lui fait parcourir l'eſpace HI, le corps ſe trouvera au point I; & les eſpaces BH & HI, ſi petits qu'on puiſſe les imaginer, ſeront toujours comme les forces AB & DB, ou comme BC & BE. (11) Ainſi, à cauſe des triangles ſemblables BHI, BCF, le corps étant en I ſera dans un point de la diagonale BF, il l'aura même toujours ſuivi depuis B juſqu'en I; ſi au ſecond inſtant la force AB fait parcourir au corps B l'eſpace IK, dans le même tems que la force DB lui fait parcourir l'eſpace KL, le corps ſe trouvera encore au point L de la diagonale. Mais, toutes les lignes, comme BH, IK, depuis B juſqu'en F, ſont, priſes enſemble, égales à BC, & toutes celles comme HI, KL, ſont égales à BE; donc le tems que le corps a mis à parcourir la diagonale BF, par les deux forces agiſſant enſemble, ſera égal au tems que chaque force en particulier auroit mis à faire parcourir au corps B le côté BC ou BE.

Premiere Conſéquence.

14. Puiſque les forces AB & DB ſont capables de faire parcourir au corps B les eſpaces BC & BE, en des tems égaux, il ſuit

que les effets étant proportionnels à leurs cauſes, on aura AB, DB :: BC, BE. (11) Fig. 1.

Seconde Conſéquence.

15. Si l'on acheve le parallélogramme AD, que l'on prolonge la ligne FB juſqu'en G, la ligne BG ſera la diagonale du parallélogramme AD; & les triangles BCF, GDB étant ſemblables, on aura BC, GD :: BF, GB; & AB étant égale à GD, il ſuit que l'eſpace BC eſt à la force GD, comme l'eſpace BF eſt à la force GB. Ce qui fait voir que la force exprimée par la diagonale GB fera parcourir au corps B l'eſpace BF, dans le même tems que la force AB, ou GD, fera parcourir au même corps l'eſpace BC. (11) Or comme on a encore BE, BD :: BF, GB, on peut conclure que la puiſſance GB a autant de force elle ſeule pour faire parcourir au corps B l'eſpace BF, que les deux forces AB & DB en ont, agiſſant enſemble ſelon les directions BC & BE, pour faire parcourir au corps B le même eſpace BF.

La force exprimée par la diagonale d'un parallélogramme, eſt égale à deux autres forces, leſquelles, agiſſant enſemble, ſeroient exprimées par les côtés du même parallélogramme.

Troiſieme Conſéquence.

16. Prenant ſur BF, la partie BH, égale à la diagonale BG, la force exprimée par BH, agiſſant de H en B ſelon la direction BG, ſera capable d'empêcher l'effet de la force GB agiſſant de G en B, & par conſéquent la force HB pourra elle ſeule réſiſter aux deux forces AB & DB, agiſſant enſemble ſelon les directions BC & BE. D'où il ſuit que le corps B demeurera dans un parfait repos, lorſque les trois forces AB, DB & BH agiront en même tems : c'eſt cette égalité de forces, qui agiſſent en ſens contraire, que nous avons nommée *équilibre* (1).

Fig. 2. *La force exprimée par la diagonale d'un parallélogramme, ſoutient en équilibre l'action de deux puiſſances oppoſées qui ſeroient exprimées par les deux autres côtés.*

Quatrieme Conſéquence.

17. Il eſt encore manifeſte que les trois puiſſances qui font équilibre, ſont proportionnelles aux trois côtés d'un parallélogramme fait ſur leurs directions, (en prenant ici la diagonale pour un des côtés) puiſque dans l'équilibre la puiſſance réſiſtante eſt capable de produire les mêmes effets que les deux agiſſantes.

Cinquieme Conſéquence.

Selon quelles directions doivent agir trois puiſſances pour être en équilibre.

18. On voit, par tout ce qui précede, que la diagonale d'un parallélogramme dont les trois côtés ſont proportionnels aux trois puiſſances qui ſont équilibre, doit toujours être ſur la ligne de direction de la puiſſance réſiſtante, & les deux autres côtés ſur celles des deux puiſſances agiſſantes.

Remarque.

19. Voilà la ſituation ſelon laquelle il faut conſidérer les puiſſances qui agiſſent en ſens contraire, ſoit qu'elles pouſſent un corps avec des rayons ſolides, ou qu'étant appliquées à des cordes qui ſeroient attachées à ce corps, chacune le tire à ſoi. Ainſi quand nous avons ſuppoſé en premier lieu, que ces puiſſances faiſoient mouvoir le corps le long des côtés d'un parallélogramme, ou de ſa diagonale, ce n'a été que pour inſinuer de quelle maniere l'équilibre ſe produiſoit, & quelle en étoit la nature.

Sixieme Conſéquence.

Trouver deux forces, leſquelles, agiſſant enſemble, ſelon des directions données, faſſent le même effet qu'une ſeule force donnée.

20. On voit encore que l'on peut toujours trouver deux forces pour les ſubſtituer à la place d'une ſeule donnée, dès qu'on aura déterminé les directions de celles que l'on cherche. Par exemple, ſoit la force donnée GB, à la place de laquelle on en veut ſubſtituer deux autres qui agiſſent enſemble ſuivant les directions données BC & BE, il faut prolonger ces directions du côté de B, & faire le parallélogramme AD; on aura les forces AB & BD, capables de produire enſemble le même effet ſur le corps B, que la ſeule GB; ce qui eſt évident, par l'article 15.

Septieme Conſéquence.

FIG. 2. *Deux forces étant données, trouver leurs directions, pour qu'agiſſant enſemble, on puiſſe les ſubſtituer à la place d'une troiſieme force donnée.*

21. Si deux forces que l'on veut ſubſtituer à la place d'une ſeule étoient données, mais que leurs directions ne le fuſſent pas, il faut que ces deux forces, priſes enſemble, ſoient plus grandes que la troiſieme GB, afin de pouvoir décrire un triangle GBD, dont les côtés GD & DB ſoient égaux aux deux lignes qui expriment les forces données; alors achevant le parallélogramme AD, on n'aura qu'à prolonger les lignes AB & DB, pour avoir les directions BC & BE, ſelon leſquelles doivent agir les deux

forces, pour faire le même effet sur le corps B, que la seule GB; ce qui est encore évident, par l'article 15.

Remarque.

22. Quoique la somme des deux puissances agissantes soit plus grande que la résistante, cela n'empêche pas que cette derniere ne fasse équilibre avec les deux autres, lorsque leurs directions ont un angle d'une grandeur finie, parce qu'il y a une égalité de forces, de la part des deux puissances agissantes, qui se détruit. Je m'explique : si des points A & D, l'on abaisse sur GB les perpendiculaires AL, DI, & qu'on fasse les parallélogrammes LM & IK, les forces exprimées par DK, & KB agissant ensemble feront l'effet de la force DB, & les forces AM, MB feront le même effet que la force AB. Mais les forces BK & BM étant égales & paralleles aux perpendiculaires AL & ID, seront égales entr'elles, & perpendiculaires à la ligne GF; ainsi ces deux forces n'approcheront ni n'éloigneront le corps B des points G, F, & doivent être regardées comme nulles par rapport au point F; de plus, IB ou DK est egal à GL, de même que AM est égal à LB; ainsi la force GB étant égale aux forces DK & AM prises ensemble, on voit que ce sont les seules parties des forces AB & DB qui font équilibre avec la puissance résistante BH = GB.

FIG. 3. *Pourquoi deux forces qui sont, prises ensemble, plus grandes qu'une troisieme, peuvent être en équilibre avec cette troisieme.*

Huitieme Conséquence.

23. On peut conclure de ce qui précede, que si une puissance pousse ou tire une surface inflexible AB, selon une direction oblique DC, elle ne la pousse, ou tire, que par ce qu'elle peut avoir de perpendiculaire à cette surface. Si l'on prend la ligne DC pour exprimer la force absolue de cette puissance, que du point D, on abaisse la perpendiculaire DE sur la surface AB, & qu'on acheve le parallélogramme rectangle EF, il est constant que les puissances exprimées par EC & FC, qu'on suppose agir ensemble sur le point C selon les directions FC & EC, feront le même effet que la puissance DC. Mais la puissance EC étant parallele à la surface AB, elle n'y fait nulle impression; il n'y a donc que la seule FC, qui étant directement opposée à la surface, la pousse ou la presse avec toute la force dont elle est capable. Prenant la ligne DC pour le sinus total, la ligne DE sera le sinus de l'angle DCE; d'où il suit que lorsqu'une puissance pousse ou tire

FIG. 4 *Quand une force agit selon une direction oblique à une surface, elle ne pousse, tire, ou choque cette surface qu'avec une force relative, exprimée par le sinus de l'angle d'incidence.*

FIG. 4.

une ſurface ſelon une direction oblique, *la force abſolue de cette puiſſance eſt à la force relative, ou à ſon effet, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle d'incidence*, c'eſt-à-dire de l'angle aigu qu'elle forme avec la ſurface.

24. L'article précédent montre que ſi un corps mû avec une certaine vîteſſe, frappe un autre corps ou une ſurface oppoſée ſelon une direction perpendiculaire, il fait toute l'impreſſion qu'il peut jamais faire étant mû avec cette vîteſſe ; mais que ſi ſa direction eſt oblique à la ſurface, il ne le frappera qu'avec une force relative ; & que *le choc, ſelon la direction perpendiculaire, ſera au choc ſelon la direction oblique, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle d'incidence.*

Principe général de la Méchanique.

25. Si l'on a trois puiſſances, P, Q, R, appliquées à des cordes, & qu'elles ſoient en équilibre autour du point fixe F ; je dis que les puiſſances agiſſantes P & Q ſeront dans la raiſon réciproque des perpendiculaires BG & BC tirées d'un des points
FIG. 5. de la direction de la puiſſance réſiſtante R, ſur les lignes de direction des puiſſances P & Q.

Pour le prouver, conſidérez que dans l'état d'équilibre la puiſſance R ſera exprimée par la diagonale BF du parallélogramme ED, la puiſſance P par le côté EF, & la puiſſance Q par le côté DF ou BE : (15) ainſi l'on aura dans le triangle EBF les côtés FE & EB qui ſeront dans la raiſon des puiſſances P & Q. Or remarquez que la perpendiculaire BC eſt le ſinus de l'angle EFB, & la perpendiculaire BG le ſinus de l'angle BFD, ou de ſon alterne EBF. Ainſi, comme dans les triangles, les ſinus des angles ſont dans la même raiſon que leurs côtés oppoſés, on aura EF, EB : : BG, BC ; & ſi l'on prend P à la place de EF, & Q à la place de EB, on aura P, Q : : BG, BC.

26. De même comparant la puiſſance R avec la puiſſance P, elles ſeront dans la raiſon réciproque des perpendiculaires DC &
FIG. 6. DG, tirées d'un des points de la direction de la troiſieme puiſſance Q ſur celles des deux précédentes.

Prenant BD à la place de EF, on aura le triangle BDF, dont les côtés BF & BD ſeront dans la raiſon des puiſſances R & P ; ainſi la perpendiculaire DG étant le ſinus de l'angle BFD, & la perpendiculaire DC, celui de l'angle BDF, ou de ſon ſupplément BDH = CFD, on aura encore BF, BD : : DC, DG ; ou R, P : : DC, DG.

Les

Les principes précédens n'étant qu'une préparation à la méchanique, nous allons (en faisant abstraction des frottemens) les appliquer aux machines simples qui en font l'objet, c'est-à-dire, au *levier*, au *tour* qui comprend la *roue avec son treuil*, à la *poulie*, au *plan incliné*, au *coin*, & à *la vis*. Nous nous attacherons principalement aux propriétés *du levier*, parce qu'on y peut rapporter le calcul de toutes les autres machines; mais avant que d'en venir là, voici quelques définitions dont il convient d'être prévenu.

27. On appelle *poids*, ou *pesanteur* des corps, une force qui tend à les mouvoir de haut en bas en ligne droite vers le centre de la terre, que l'on nomme aussi *centre des graves* : on prend souvent la pesanteur des corps à la place de leur masse, sur-tout quand ils sont de différente matiere, & qu'il s'agit d'estimer leur quantité de mouvement.

28. On appelle *centre de gravité*, ou *de pesanteur*, d'un corps, le point par où ce corps étant suspendu demeure en repos dans toutes les situations où il se trouve. Par exemple, il est constant que le centre de gravité d'une ligne droite est dans son milieu, de même que celui d'une regle ou d'une verge dont la pesanteur est uniforme sur toute sa longueur, sera aussi au milieu; de sorte que si l'on suspend la regle & la verge par ce point, ou qu'elles reposent chacune sur un pivot, elles se maintiendront dans une situation horizontale, n'y ayant point de raison pour qu'une moitié emporte l'autre.

29. On supposera par la suite que les pesanteurs de toutes les parties de la matiere qui compose un corps, sont réunies dans le centre de gravité de ce corps, & que l'on peut regarder les corps comme des *points pesans* ; cette supposition n'ayant rien qui répugne, puisqu'il est évident que pour empêcher un corps de se mouvoir, il n'y a qu'à présenter un obstacle dans la ligne de direction que décrit son centre de gravité.

On peut faire abstraction de l'étendue d'un corps, & supposer sa pesanteur réunie au centre de gravité, pour considérer ce corps comme un point pesant.

30. On supposera aussi que les directions des poids appliqués à une même machine sont paralleles, quoiqu'elles concourent au centre de la terre, à cause de la petitesse de la machine, eu égard à la grande distance qu'il y a de la superficie de la terre à son centre, qui est d'environ 1432 lieues.

31. On peut toujours mettre une puissance à la place d'un poids, dès que cette puissance aura la même direction qu'avoit le poids; car la *force d'une puissance se mesure par la pesanteur d'un poids qui feroit le même effet qu'elle*. Ainsi quand deux poids seront en équilibre autour d'un point fixe, on pourra prendre l'un

des deux pour la puissance qui est en équilibre avec l'autre.

32. Pour démontrer les propriétés de l'équilibre, dans les machines, il faudra supposer d'abord que les directions des trois puissances qui les causent sont dans un même plan, & concourent en un point, ce qui est le cas général, d'où l'on descend aisément aux cas particuliers des trois directions paralleles; & l'on formera toujours le parallélogramme de maniere que la diagonale soit, comme on l'a déja dit, sur la direction de la puissance résistante, qui se trouve entre les deux agissantes. (18)

Quand un nombre de puissances est en équilibre autour d'un même point, on peut réduire toutes ces puissances à trois seulement.

33. S'il y avoit plus de trois puissances qui agissent selon des directions différentes contre un corps ou un point, de maniere qu'il demeure en repos ou en équilibre, il faudroit réduire toutes ces puissances à trois seulement, ce qui sera aisé par l'article 20, en faisant que deux se réduisent à une seule; ainsi des autres réduites toujours de deux à une.

34. On appelle *point fixe*, ou *point d'appui*, d'un levier, la résistance autour de laquelle plusieurs puissances se combattent; ainsi lorsque deux puissances sont en équilibre avec une troisieme, on peut à la place de cette troisieme substituer un appui qui fera le même effet : ce qui répond à ce que l'on a dit à la fin de l'article premier.

Définitions des trois especes de leviers qui se rencontrent dans les machines.

35. On distingue trois genres, ou especes, de leviers : *le levier du premier genre*, est celui qui a une puissance ou un poids à chacune de ses extrêmités, ou un poids à l'une & une puissance à l'autre, & le point d'appui entre les deux : *le levier du second genre* est celui dont le point d'appui est à une de ses extrêmités, une puissance appliquée à l'autre, & le poids entre les deux : *le levier du troisieme genre* est celui dont le point d'appui est à une de ses extrêmités, le poids à l'autre & la puissance entre deux.

Propriétés du Levier du premier genre.

36. Ayant deux puissances P & Q, appliquées aux extrêmités d'un levier AB, je dis qu'elles seront en équilibre, si elles sont dans la raison réciproque des perpendiculaires CE & CD, tirées du point d'appui C sur leurs lignes de direction. FIG. 7.

Comme les directions des puissances P, Q, R, doivent concourir au même point (selon l'article 32), si on les prolonge elles se rencontreront en H, & si du point C, on tire les lignes CF & CG, paralleles aux directions opposées BH & AH, on aura le parallélogramme FG, dont le côté FH ou CG exprimera

la puiſſance P, & le côté GH la puiſſance Q, dans l'état d'équilibre. Or comme la perpendiculaire CE eſt le ſinus de l'angle CHG, & la perpendiculaire CD, le ſinus de l'angle FHC, ou de ſon égal HCG, on aura (ſelon l'article 25) P, Q :: CE, CD.

Premiere Conſéquence.

37. Les directions des trois puiſſances qui font équilibre étant renfermées dans un même plan vertical, ſi on les ſuppoſe prolongées juſqu'au centre de la terre, le point H y étant parvenu, celles des puiſſances P & Q pourront être regardées comme paralleles entr'elles (30); ce qui ne pouvant arriver ſans que l'angle DCE que formoient les perpendiculaires CE & CD ne s'ouvre juſqu'à approcher infiniment de valoir deux droits, les côtés de cet angle pourront être regardés comme ne formant qu'une ſeule ligne droite IK; ainſi on aura encore P, Q : : CK, CI. FIG. 7.

Seconde Conſéquence.

FIG. 7 & 8. *Deux puiſſances appliquées aux extrémités d'un levier du premier genre ſeront en équilibre lorſqu'elles ſeront entr'elles dans la raiſon réciproque des bras du même levier.*

38. Les lignes AB & IK ſe coupant au point C, entre les paralleles AM & BN, formeront les triangles ſemblables ICA & KCB, qui donnent CK, CI :: CB, CA: or ſi à la place de CK & de CI, l'on met CB & CA dans l'analogie précédente (P, Q :: CK, CI), on aura P, Q :: CB, CA, qui fait voir que lorſque trois puiſſances P, Q, R, ſont appliquées à un levier AB, & qu'elles agiſſent ſelon les directions paralleles entr'elles, dans l'état d'équilibre, les puiſſances P & Q ſont dans la raiſon réciproque *des bras de levier* CB & CA qui leur répondent.

Troiſieme Conſéquence.

39. De même, quand le levier AB ſe trouve dans une ſituation horizontale, on a encore P, Q :: CB, CA; puiſque les bras de levier exprimeront eux-mêmes les perpendiculaires tirées du point d'appui C ſur les lignes de direction des puiſſances P & Q. FIG. 9.

Quatrieme Conſéquence.

40. Comme c'eſt la même choſe à la puiſſance R de ſoutenir l'action des deux autres P & Q, en tirant de C en R le point C, ou en le repouſſant de D en C, dans la même direction, il ſuit qu'à

la place de la puiſſance R, on peut ſubſtituer un point d'appui E, autour duquel les puiſſances P & Q ſeront en équilibre : (34) alors AB ſera un levier du premier genre. (35)

Cinquieme Conſéquence.

On peut à la place des puiſſances ſuppoſer des poids appliqués aux extrêmités des bras d'un levier.

41. Si les extrêmités A & B du levier AB, au lieu d'être tirées de haut en bas par deux puiſſances, l'étoient par deux poids qui fiſſent le même effet, il faudroit que ces poids, ainſi que les puiſſances, pour être en équilibre, fuſſent dans la raiſon réciproque des bras du levier, lorſque ce levier eſt horizontal, ou bien quand il eſt oblique, dans la raiſon réciproque des perpendiculaires tirées du point d'appui ſur les directions des poids.

Sixieme Conſéquence.

De quelque figure que ſoit un levier du premier genre, il peut toujours ſe réduire à un levier droit.

42. Si le levier qui porte les poids P & Q faiſoit des angles en B & C, ou s'il étoit de figure courbe, comme ABCDH, il faudra mener par ſon point d'appui G, la ligne horizontale EGF, perpendiculaire aux directions des poids ; alors les parties GE & GF de cette ligne, exprimant les diſtances naturelles du point d'appui G aux directions des poids P & Q, en ſeront les véritables bras de levier, comme ci-devant. (37)

FIG. 10 & 11.

Septieme Conſéquence.

Une puiſſance & un poids appliqués à un levier, ſeront en équilibre, lorſque la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque des bras du même levier.

43. On peut auſſi ſuppoſer un poids ſuſpendu à l'extrêmité d'un des bras de levier, & une puiſſance appliquée à l'autre (31); alors la puiſſance ſera au poids dans la raiſon réciproque des bras de levier, quand la direction de la puiſſance ſera parallele à celle du poids.

Huitieme Conſéquence.

Un levier coudé ou recourbé, c'eſt-à-dire, qui fait un angle au point d'appui, a les mêmes propriétés qu'un levier droit.

44. Si la puiſſance Q agiſſoit ſelon une direction BQ, oblique au levier AB, cette puiſſance ſera au poids, comme le bras CA eſt à la perpendiculaire CE, laquelle étant conſidérée comme une verge inflexible, pourroit être priſe pour le bras de levier de cette puiſſance ; ce qui fait voir (dans la figure 13) qu'un angle peut faire un levier qui aura les mêmes propriétés que le précédent, puiſque dans l'état d'équilibre, la puiſſance & le poids ſeront encore dans

la raison réciproque des bras du même levier, ou des perpendiculaires CD & CE, tirées du point d'appui C sur les directions du poids & de la puissance : (36) cette espece de levier, que l'on nomme *coudé* ou *recourbé*, se rencontre fréquemment dans les machines. Fig. 12, 13 & 14.

Neuvieme Conséquence.

Une puissance médiocre peut soutenir en équilibre à l'aide d'un levier, un poids d'une pesanteur immense.

45. Il suit de tout ce que l'on vient de dire, qu'une puissance médiocre pourra soutenir en équilibre un poids considérable, pourvu qu'elle puisse gagner par la longueur de son levier l'avantage que le poids perdra par la petitesse du sien; c'est à-dire, pourvu que le produit de la puissance, par son bras de levier, soit égal à celui du poids par le sien. Car si P exprime la puissance; Q le poids; a, le bras de levier de la puissance; & b, celui du poids; on aura dans l'état d'équilibre, P, Q : : b, a, par conséquent $P \times a = Q \times b$. Or comme le produit de la puissance, par son bras de levier, exprime le moment de cette puissance, par la même raison, le produit du poids par son bras de levier exprimera *le moment* du poids. (3)

46. On fera attention que quoiqu'une puissance d'une livre soit capable de soutenir un poids de 100 liv. si le bras de levier de cette puissance est cent fois aussi grand que celui du poids, le point d'appui ne porte jamais que la valeur réelle du poids & de la puissance, sans rien avoir de commun avec leur moment. Ainsi, dans cet exemple, le point d'appui ne sera pressé que par 101 livres, qu'on peut supposer réunies dans un seul poids suspendu au point d'appui, qui est le centre de gravité commun de ceux qui sont aux extrêmités du levier.

Dixieme Conséquence.

La puissance, le poids & leurs bras de levier composant quatre termes proportionnels, on en pourra toujours avoir un moyennant la connoissance des trois autres.

47. Puisque dans l'état d'équilibre les momens de la puissance & du poids donnent toujours cette équation $P \times a = Q \times b$, que le levier soit droit ou coudé, on voit qu'on pourra toujours trouver quel terme on voudra des quatre P, Q, a, b, pourvu que l'on connoisse les trois autres, puisque si l'on dégage chaque lettre de la même équation, on aura $P = \frac{Qb}{a}$; $Q = \frac{Pa}{b}$; $a = \frac{Qb}{P}$; $b = \frac{Pa}{Q}$, ce qui fait voir :

48. Que lorsque les deux bras du levier sont donnés, ainsi que le poids, on trouvera la puissance, en divisant le moment du poids par le bras du levier de la puissance.

49. Que si les bras de levier sont donnés & la puissance, on trouvera le poids, en divisant le moment de la puissance par le bras de levier du poids.

Que si la puissance & le poids sont donnés, avec le bras de levier du poids, on trouvera celui de la puissance en divisant le moment du poids par la puissance.

50. Que si la puissance & le poids sont donnés, ainsi que le levier de la puissance, on trouvera celui du poids, en divisant le moment de la puissance par le poids.

51. On peut ajouter que lorsqu'on connoît le poids & la puissance, ainsi que toute la longueur du levier, on trouvera dans cette longueur où doit être posé le point d'appui, pour que la puissance & le poids soient en équilibre. Car l'analogie du levier donnant $P, Q :: b, a$; ou, en composant, $P + Q, Q :: b + a, a$; si l'on suppose $a + b = c$, & que l'on nomme x, le bras de levier de la puissance, on aura $P + Q, Q :: c, x$; d'où l'on tire $\frac{Qc}{P+Q} = x$, qui montre que pour avoir le bras de levier de la puissance, il faut multiplier le poids par toute la longueur du levier, & diviser le produit par la somme du poids & de la puissance.

52. Lorsque les deux bras de levier seront donnés, ainsi que la somme de la puissance & du poids, on pourra aussi trouver la puissance & le poids chacun en particulier; car si l'on a $P + Q = c$, & que l'on veuille connoître le poids, que nous nommerons x, l'analogie composée $P + Q, Q :: b + a, a$ sera changée en celle-ci, $c, x :: b + a, a$; d'où l'on tire $\frac{ca}{b+a} = x$, qui fait voir que pour trouver le poids, il faut multiplier la somme du poids & de la puissance par le bras de levier de la puissance, & diviser le produit par toute la longueur du levier.

53. Il est aisé de voir que dans le cinquieme cas, lorsqu'on aura le bras de levier de la puissance, on aura celui du poids; & que dans le sixieme, lorsqu'on aura le poids, on aura la puissance.

Onzieme Conséquence.

Trouver le point d'appui, ou le centre de gravité commun de plusieurs poids suspendus à un levier.

54. Il suit que pour trouver le point d'appui, ou le centre de gravité commun de plusieurs poids donnés F, G, I, K suspendus à une verge AB, dès qu'on connoîtra la distance des points de suspension C & E aux extrêmités de la même verge, on cherchera d'abord le point d'appui L, autour duquel les poids F & K

ſeroient en équilibre (51) pour conſidérer ces deux poids réunis en un ſeul M. On cherchera de même le point d'appui, ou le centre de gravité N, des poids G & I, que l'on ſuppoſera auſſi réunis en un ſeul O; enſuite on cherchera encore le centre de gravité P des deux poids M & O, qui deviendront communs aux quatre poids F, G, I, K, ſi ce levier n'avoit pas de peſanteur; mais comme nous lui en ſuppoſons une uniforme dans toute ſa longueur, il faudra le diviſer en deux également au point D, & ſuppoſer que le poids H en exprime la peſanteur (28). Alors on n'aura plus qu'à chercher dans la longueur DP, le centre de gravité des poids H & Q, qui ſera, par exemple, le point R, autour duquel les poids F, G, H, I, K, ſeront en équilibre. PLANCHE 2. FIG. 15.

Douzieme Conſéquence.

55. De même ſi l'on a un levier AC, dont le point d'appui ſoit dans le milieu D, qu'à l'un des bras on ait ſuſpendu un nombre de poids P, égaux entr'eux, qu'on ſuppoſe tous en équilibre avec le ſeul poids Q: ce dernier pourra être conſidéré comme étant compoſé d'autant de parties R, S, T, V, qu'il y a de poids P; alors on aura AD, DI :: P, R. AD, DK :: P, S. AD, DL :: P, T. AD, DM :: P, V. FIG. 16.

Or comme toutes ces proportions ſont les mêmes, puiſqu'elles ont chacune deux termes de commun, il y aura même raiſon de AD à DI + DK + DL + DM que de P à R + S + T + V = Q: d'où il ſuit que quand on connoîtra les bras de levier, avec un des poids P, on aura toujours le poids Q, & que quand on aura le poids Q avec les bras de levier, on aura un des poids P.

56. Les mêmes choſes arriveroient encore ſi l'on avoit un demi-cercle ABC ſitué verticalement, pouvant ſe balancer ſur le centre D; car ſi l'on diviſe le quart de cercle BC, en un nombre de parties égales, pour ſuſpendre à chaque point de diviſion E, F, G, H, des poids égaux, qu'on ſuppoſe en équilibre avec le poids Q; les lignes DI, DK, DL, DM, exprimeront les bras de levier qui répondent aux poids P. Mais ces bras de levier ſont égaux aux ſinus EN, FO, GX, HY, des arcs BE, BF, BG, BH, on peut donc dire qu'il y a même raiſon du ſinus total DA, à la ſomme des ſinus des arcs où les poids P ſont ſuſpendus, que d'un des poids P, à la puiſſance Q, qui les ſoutient en équilibre. FIG. 17.

Treizieme Conséquence.

Prenant le diametre d'un cercle pour un levier dont le point d'appui seroit au centre, trouver le rapport de la puissance au poids exprimé par un quart de la circonférence.

57. Si l'on attribue une pesanteur uniforme au quart de circonférence BC, & qu'on la suppose divisée en des arcs égaux infiniment petits; chacun de ces arcs pourra être pris comme un poids qui auroit pour bras de levier le sinus qui lui répond. D'un autre côté la puissance Q pourra être considérée comme composée d'autant de petites puissances qu'il y a de points pesans dans le quart de circonférence BC, & chacune de ces puissances aura autant de bras de levier égaux au rayon, qu'il y a de points dans le demi-diametre DB, qui répondront à autant de sinus dans le quart de cercle DBC. Or prenant la somme des bras de levier d'une part, & de l'autre celle des poids & des puissances qui leur font équilibre, *il y aura même raison du quarré du rayon AD, à la somme de tous les sinus, c'est-à-dire, à la superficie du quart de cercle BDC, que de la pesanteur du quart de circonférence BFC, à la puissance Q.*

58. Comme la puissance Q fait le même effet que feroit la pesanteur du quart de circonférence BFC, réuni à l'extrêmité C du rayon DC, il suit que lorsqu'on aura un poids suspendu à l'extrêmité d'un diametre, & un autre poids égal répandu uniformément sur le quart de cercle adjacent; *la puissance qui soutiendra le premier sera à celle qui soutiendra le second, comme le quarré du rayon est à la superficie du quart de cercle, ou comme* 14 *est à* 11. Si le poids dont nous parlons, au lieu d'être répandu sur un quart de circonférence, l'étoit sur une demi-circonférence BCZ, dont le diametre fût vertical, il en seroit de même.

Propriété du levier du second genre. FIG. 18.

59. Si l'on a un levier AB, dont le point d'appui soit à l'extrêmité A, & que de deux puissances appliquées aux points D & B, l'une tire selon la direction DQ, & l'autre selon la direction BP, en sens contraire; ces deux puissances seront en équilibre, si elles sont en raison réciproque des perpendiculaires AG & AH, tirées du point d'appui A sur leurs lignes de direction. Faisant le parallélogramme EF, le côté CF exprimera la force de la puissance P, & la diagonale CD celle de la puissance Q, dans l'état d'équilibre; & comme, dans le triangle CFD, les côtés CF & CD sont dans la raison des sinus de leurs angles opposés CDF = ACH, & DFC = ACG, on aura CF, CD :: AH, AG; ou bien P, Q :: AH, AG.

Si le point C s'éloignoit de plus en plus à l'infini des points D & B, ensorte que les lignes de direction BC & CH, puissent être regardées comme paralleles entr'elles, ainsi que dans l'article 37,

les

les puissances P & Q, restant en équilibre, seront toujours dans la raison réciproque des perpendiculaires AH & AG ; & lorsque les directions de ces puissances seront perpendiculaires au levier, AG devenant égale à AB, & AH égale à AD, on aura encore (dans la figure 19) P, Q :: AD, AB. Fig. 18 & 19.

Par conséquent, si la puissance P soutient un poids Q à l'aide d'un levier AB *du second genre*, que je suppose horizontal, ensorte que le poids soit dans le milieu D, cette puissance ne soutiendra que la moitié du poids, puisque AD est la moitié de AB. Fig. 20.

Donc si le poids, au lieu d'être dans le milieu du levier, étoit au point C, plus près de A que de B, la puissance sera moins chargée que dans le cas précédent, puisque AC est moindre que la moitié de AB.

Un poids étant suspendu à un levier, on pourra le réduire pour être placé à telle distance que l'on voudra du point d'appui.

60. Quand on a un levier AB, auquel est suspendu un poids E, en un point C, & qu'on a quelque raison pour le réduire à un autre point D, il faut le multiplier par le bras de levier AC qui répond au point d'appui A, & diviser le produit par la distance AD; le quotient donnera la valeur du poids F, qui fera le même effet en D, par rapport à la puissance P, que le poids E faisoit en C; parce que le *moment* de la puissance qui soutiendra l'extrêmité A du levier, sera toujours le même, puisqu'ayant supposé $\frac{AC \times E}{AD} = F$, on aura $P \times AB = AC \times E = AD \times F$. Ainsi, on pourra, quand on voudra, réunir en un même point plusieurs poids séparés, en multipliant chacun de ces poids par sa distance à une même extrêmité du levier, & en divisant la somme des produits par la distance qu'il y a du point donné à la même extrêmité. Fig. 21.

Propriété du levier du troisieme genre. Fig. 22.

61. Si la puissance étoit appliquée à un point quelconque D du levier AB, & que le poids fût à l'extrémité B, on aura *un levier du troisieme genre*, auquel on peut appliquer tout ce que nous venons de dire dans les articles 59 & 60, en nommant *puissance* ce que nous avons nommé *poids*, & en nommant *poids* ce que nous avons nommé *puissance*.

Un levier posé sur deux appuis presse ces mêmes appuis par tout le poids dont ils sont chargés.

62. Comme c'est la même chose qu'un levier AB, auquel est suspendu un poids G, soit soutenu par deux puissances appliquées à ses extrémités, ou par deux appuis C & D ; il suit que la partie du poids qui pressera l'appui C, sera à celle qui pressera l'appui D, comme EB est à EA, & que ces deux appuis seront autant pressés ensemble, que le seroit un plan horizontal qui soutiendroit le poids G.

Si l'on veut avoir égard à la pesanteur du levier, il faudra la supposer réunie en un poids H, suspendu à son centre de gravité F, (28) Fig. 23.

& ſuppoſant que le poids G ſoit réuni au poids H, pour n'en compoſer qu'un ſeul I, il ſera encore vrai de dire que la ſomme des deux preſſions ſur les appuis C & D, cauſées par la peſanteur du poids & celle du levier, ſera la même que celle que pourroit cauſer le poids I, poſé ſur un plan horizontal.

63. Si le levier AB, ſoutenu par les appuis C & D, étoit croiſé par un ſecond levier FG, à un point quelconque E, de la longueur AB, & qu'aux extrémités F & G il y eût deux poids P & Q en équilibre, les appuis C & D ſeront autant chargés que ſi l'on avoit ſuſpendu au même point E du levier AB, un poids H égal à la ſomme des poids P & Q, jointe à la peſanteur du levier FG. Par conſéquent, la preſſion, qui ſera partagée ſur deux appuis, étant réunie, elle ſera égale à celle que pourroit cauſer, ſur un plan horizontal, un poids égal à la peſanteur de tout ce que ces deux appuis portent enſemble : ce qui ſera toujours vrai quand le levier AB, au lieu d'être croiſé par un ſeul FG, le ſeroit par un auſſi grand nombre que l'on voudra.

FIG. 24.

Des Leviers compoſés.

Les rouets & les lanternes, dans les machines, faiſant naître des *leviers compoſés*, il convient de les faire connoître, pour l'intelligence de ce que nous donnerons par la ſuite.

FIG. 25.

64. AB eſt une verge à laquelle ſont attachées deux branches AC & BD, formant des angles droits CAB & DBA, renfermés dans un même plan, que nous ſuppoſerons horizontal; c'eſt l'aſſemblage de pluſieurs verges inflexibles comme AC & BD, unies à une ſeule AB, que je nomme *levier compoſé*, dont on aura le point d'appui E, en tirant une ligne droite de C en D.

Si l'on a deux poids ſuſpendus aux extrémités C & D, ou deux puiſſances P & Q, qui appuyent de haut en bas ſur les mêmes extrémités, ſelon des directions verticales; je dis que ces puiſſances ſeront en équilibre autour du point E, ſi elles ſont dans la raiſon réciproque des bras de levier AC & BD.

Tout levier compoſé peut ſe réduire à un levier ſimple, ainſi l'analogie de l'un & de l'autre eſt la même.

Pour le prouver, conſidérez qu'on peut regarder les puiſſances P & Q, comme agiſſant ſur les extrémités de la ligne CD; laquelle pouvant être priſe pour un levier ſimple du premier genre, on aura dans l'état d'équilibre P, Q :: ED, EC. Or comme les triangles ſemblables ACE & BDE, donnent ED, EC :: BD, AC, mettant dans la proportion précédente BD & AC, à la place de ED & EC, on aura P, Q :: BD, AC.

Si les bras AC & BD, que je ſuppoſe toujours renfermés dans un

même plan horizontal, au lieu de former des angles droits avec la verge AB, faisoient des angles quelconques CAB & ABD, il faudra, des extrémités C & D, abaisser les perpendiculaires CF & DG, on aura encore les triangles semblables CFE & DGE, qui réduisent le levier composé CABD à un levier simple CD. FIG. 27.

Les poids ou puissances qui agissent aux extrémités C & D, pouvant être considérés comme étant appliqués au levier CD, il suit que dans le premier & le second cas, le point d'appui E sera chargé d'un poids égal à ces deux puissances, qu'on pourra par conséquent supposer réunies à leur centre de gravité commun.

65. Si la verge AB étoit accompagnée de trois branches AC, FG, BD, aux extrémités desquelles il y ait trois puissances R, P, Q, & qu'on voulût avoir le point E autour duquel elles seroient en équilibre, il faut tirer les lignes CD & CG pour avoir les points M & N, dont le premier sera l'appui du levier composé CAFG, ou du simple CG, & le second N l'appui du levier composé CABD, ou du simple CD. FIG. 26.

Comme la puissance R soutient elle seule l'action des deux autres P & Q, il faut la supposer divisée en deux parties x & y, on aura dans l'état d'équilibre, x, P :: FG, AC; & y, Q :: BD, AC: ces deux analogies serviront pour trouver la puissance R, lorsque les deux autres P & Q seront données, ainsi que les bras de levier, ou pour trouver les puissances P & Q, lorsque la troisieme R sera donnée. Etant aisé d'avoir les valeurs de x & de y, on aura par conséquent les puissances qui agiroient aux extrémités des leviers simples CG & CD, ainsi que les poids K & L, qui expriment la somme de ces puissances réunies à leur centre de gravité M & N. Comme on connoîtra aussi la ligne MN, elle pourra être considérée comme un levier, dont on aura le point d'appui E, par l'article 51.

66. Si l'on prolonge, dans les trois figures précédentes, les extrémités de la verge AB, prise pour *axe*, afin d'avoir AS & BT, que nous regarderons comme des *tourillons* posés sur les appuis H, I; ces appuis tiendront lieu de celui que nous avons supposé au point E, & partageront entr'eux la pression que peut causer la somme des poids & des puissances appliquées au levier, parce que l'axe AB peut être regardé comme un levier croisé par plusieurs autres, ainsi que dans l'article 63.

Les appuis qui soutiennent les tourillons d'un arbre, ou essieu, partagent entr'eux la pression que peuvent causer les poids suspendus à l'essieu.

Nous venons de supposer que les parties des leviers composés étoient renfermées dans un plan horizontal; mais tout ce que nous avons dit subsistera encore si ce plan est vertical, pourvu que les puissances qui sont appliquées aux extrémités des leviers agissent

ſelon des directions perpendiculaires au même plan ; dans ce cas, la preſſion que ſoutiendront les appuis ſe fera ſelon une direction horizontale.

67. On fera attention qu'un levier compoſé, renfermé dans un plan horizontal, ou vertical, pouvant toujours ſe réduire à un levier
FIG. 25. ſimple CD, on peut ſuppoſer que ce dernier, au lieu d'être oblique à l'axe AB, le coupe à angles droits, comme fait OX. Car pourvu que les bras EO & EX ſoient dans le rapport de AC & de BD, & que les puiſſances qui ſont appliquées aux extrémités O & X ſoient les mêmes que P & Q, elles ſeront encore en équilibre autour du point E, parce qu'il eſt indifférent qu'elles agiſſent ſur un levier, dont les bras ſoient ſéparés, ou placés ſur un même alignement. C'eſt pourquoi, dans le calcul des machines, on pourra toujours regarder un levier compoſé comme s'il étoit ſimple ; alors, au lieu de deux appuis, on n'en ſuppoſera qu'un, où ſeroit réunie la preſſion que cauſe la ſomme des puiſſances.

Examen de la preſſion cauſée par un levier ſitué verticalement.

PLANCH. 3. FIG. 29.

68. Par ex. je ſuppoſe que MCDN repréſente le profil d'un *palier*, ou d'une *boëte* dans laquelle tourne un tourillon appartenant à un levier AB ſitué verticalement, dont les bras, qui pourroient être ſéparés & répondre à un axe, ſont conſidérés ſur un même alignement. Il eſt conſtant que ſi ce levier étoit pouſſé par deux puiſſances P & Q, en équilibre entr'elles, & qui agiſſent ſelon des directions perpendiculaires, leur appui commun ſera au point C ; c'eſt-à-dire, que le palier ſera preſſé ſelon une direction horizontale DC, par une force égale à la ſomme des deux puiſſances. D'autre part, cette boëte ſera auſſi preſſée de haut en bas ſelon une direction verticale, par la peſanteur propre du levier & de tout ce que porte le palier. On fera attention que cette ſeconde preſſion n'eſt point diminuée par la premiere, parce que l'action des puiſſances P & Q ne détruit en rien celle du poids du levier. Pour en être convaincu, remarquez que ſi un corps dur & inflexible eſt preſſé entre deux ſurfaces verticales fort polies, & que cette preſſion ſe faſſe ſelon une direction horizontale paſſant par le centre de gravité du corps, il n'eſt pas poſſible d'empêcher que ce corps ne tombe, quand même la preſſion ſeroit infinie ; car l'action étant égale à la réaction (7), ces deux ſurfaces ſe repouſſeront mutuellement avec des forces égales qui ſe détruiront ; & la peſanteur du corps ne rencontrant rien qui lui ſoit oppoſé, il deſcendra avec la même liberté que s'il étoit iſolé.

Ce que l'on vient de voir s'applique de ſoi-même aux roues verticales qui donnent le mouvement aux machines, lorſque l'arbre

de ces ſortes de roues ſert d'eſſieu à un *rouet ;* alors le courant peut être pris pour la puiſſance Q, & le rayon de la roue pour ſon bras de levier. De même, l'effort que les dents du rouet font contre les *fuſeaux* de la *lanterne*, pourra être pris pour la puiſſance P, & le rayon du rouet pour ſon bras de levier; pour cela il faut que la lanterne réponde au ſommet du rouet, afin que les deux puiſſances ſoient dans un même plan. Ainſi, l'on voit que la puiſſance Q aura non-ſeulement à ſurmonter la réſiſtance que lui oppoſent les fuſeaux de la lanterne, mais encore le *frottement* qui naîtra de la preſſion qui ſe fera aux points C & E ; auſſi je ne parle préſentement de ces ſortes de preſſions, que pour mettre le lecteur en état d'entendre ce que j'enſeignerai dans le ſecond Chapitre ſur la maniere de calculer les frottemens.

Maniere de conſidérer les leviers compoſés, pour les rapporter au calcul des machines.

69. Lorſque le cercle d'un rouet, ou d'une lanterne, eſt ſitué horizontalement, il faut de néceſſité que l'arbre LN qui lui ſert d'eſſieu ſoit vertical, & qu'il y ait deux pivots, l'un qui tourne en bas dans une crapaudine N, & l'autre en haut dans un colier K. Le premier a deux preſſions qui agiſſent à la fois ; l'une, qui eſt cauſée par le poids de l'arbre, ſe fait au fond de la crapaudine, & l'autre vient de ce que la puiſſance motrice & celle qui réſiſte tendent à écarter de la verticale l'arbre qui ſert d'eſſieu, & l'écarteroient en effet, ſi le bord de la crapaudine & celui du colier ne retenoient les pivots.

PLANCH. 3. FIG. 28.

Si l'on ſuppoſe l'arbre LM croiſé par un levier AB, pouſſé à ſes extrémités par deux puiſſances P & Q, ſelon des directions perpendiculaires & horizontales, ou par une ſeule puiſſance R qui les vaudroit toutes deux; les appuis de l'arbre ſeront preſſés ſelon une direction horizontale RC, avec toute la force dont la puiſſance R ſera capable. On pourra regarder cette preſſion comme étant réunie contre le bord de la crapaudine, pour n'en conſidérer qu'une ſeule qui ſera toujours la même, ſoit que le bras de levier de la puiſſance P ſe rencontre ſur l'alignement de la puiſſance Q, ou plus haut, ou plus bas, comme eſt ici GD, pourvu qu'il ſoit dans le même plan vertical. (67)

Prenant le bras de levier GD pour le rayon d'une roue, à la circonférence de laquelle ſeroit appliquée la puiſſance P, qu'on ſuppoſe agir ſans bouger de ſa place, pour faire tourner cette roue, on pourra regarder le bras de levier CB comme le rayon d'un rouet dont les dents s'engrainent, au point B, avec les fuſeaux d'une lanterne; alors la puiſſance Q exprimera la réſiſtance que les fuſeaux de la lanterne oppoſeront aux dents du rouet.

70. Si l'on avoit un autre levier EF pouſſé à ſon extrémité F, par

FIG. 28. une puiſſance T ſelon une direction horizontale & perpendiculaire TF, & que ce levier fût repouſſé par une ſeconde puiſſance S, ſelon une direction oppoſée SI, parallele à TF; il faudra néceſſairement, pour que ces deux puiſſances ſoient en équilibre, qu'il y ait un point d'appui en E, tenant lieu d'une troiſieme puiſſance V, qui pouſſeroit l'extrémité E du levier ſelon une direction VE oppoſée à SI & parallele à TF. Alors, comme il s'agit d'un levier du ſecond genre, ces puiſſances ſeront dans la raiſon réciproque de FE à FI (59); ainſi il ſera aiſé d'avoir la puiſſance V, ou la preſſion qui ſe fera contre le bord de la crapaudine.

Si le bras de levier OY étoit égal à EI, & que la puiſſance S agiſſe à l'extrémité Y, de la même façon qu'elle fait en I, ce que nous venons de dire ſubſiſteroit également; alors on pourra prendre le levier OY pour le rayon d'une roue qui s'engraine au point Y avec une lanterne, & la puiſſance S pour la réſiſtance que cette lanterne oppoſera aux dents du rouet: en ce cas le bras de levier EF pourra exprimer le rayon d'un autre rouet, à la circonférence duquel ſeroit appliquée, ſans bouger de ſa place, la puiſſance motrice.

Remarque ſur la ſituation la plus avantageuſe des lanternes dont l'axe eſt vertical.

71. Nous avons ſuppoſé, dans le premier cas, que les bras de levier ou rayons CB, ou GD, étoient renfermés dans le même plan, afin que l'arbre ſe trouvât entre les deux puiſſances P & Q; & dans le ſecond cas, que les puiſſances S & T agiſſoient auſſi ſur le même plan, ſans que l'arbre fût entre deux; ſur quoi il eſt à remarquer que quand de part & d'autre les réſiſtances, que nous avons ſuppoſées en B & S, ſeroient égales entr'elles, de même que les puiſſances P & T, la puiſſance R ſera toujours plus grande que la puiſſance V. D'où il ſuit que, dans le ſecond cas, la preſſion ou le frottement contre les bords de la crapaudine ſera toujours moindre que dans le premier, & qu'il y a plus d'avantage de placer la lanterne, qu'on a ſuppoſé en B, du côté de A ou de la puiſſance P, que ſi l'arbre étoit entre deux.

A quoi ſe réduit la preſſion cauſée par deux puiſſances qui n'agiſſent pas dans le même plan vertical.

72. Il nous reſte un troiſieme cas, qui eſt lorſque les bras de levier de la puiſſance & du poids ne ſont pas dans le même plan vertical, & qu'ils compoſent enſemble un angle ABC qui aboutit au centre du cercle B, que nous ſuppoſerons être celui de l'arbre LM. Si les puiſſances P & Q agiſſent ſelon des directions perpendiculaires & paralleles à l'horizon ſur les extrémités A & C des bras du levier recourbé ABC, la premiere en pouſſant de P en A, & la ſeconde de Q en C, elles tendront l'une & l'autre à attirer le
FIG. 30. cercle B ſelon une direction compoſée BR; ainſi on peut ſuppoſer que les puiſſances P & Q agiſſent immédiatement ſur le centre

du cercle B, en conservant leur même direction, & qu'elles forment l'angle DBE égal à CBA. Prenant donc DB pour exprimer la puissance P, & EB pour exprimer la puissance Q, & achevant le parallélogramme DE, la diagonale BF exprimera une troisieme puissance égale au résultat du concours des deux précédentes, & par conséquent la pression contre le bord de la crapaudine; sur quoi j'ajouterai que tout ce que nous venons de dire pour ce troisieme cas aura encore lieu, quoique les bras de levier soient séparés, & que l'arbre soit horizontal, au lieu d'être vertical.

Des Leviers contigus qui agissent les uns sur les autres.

73. La communication du mouvement dans les machines se faisant par une répétition de leviers qui agissent successivement les uns sur les autres, nous allons établir une regle générale qui nous servira par la suite à faciliter le calcul de toutes les machines composées de roues & de lanternes.

Voici plusieurs leviers droits, ou coudés, BCA, AED, DGF, qui ont leurs appuis aux points C, E, G, placés dans un plan vertical dont les bras contigus GD, DE; & EA, AC, se conviennent en lignes droites, & agissent perpendiculairement à la ligne LM. FIG. 31.
A l'extrémité F, est une puissance P en équilibre avec le poids Q; l'un & l'autre ayant leurs directions perpendiculaires aux bras CB & GF; car si elles ne l'étoient pas, il faudroit mener de l'appui C, ou G, la perpendiculaire GH, pour tenir lieu du bras FG.

Pour trouver le rapport qui est entre la puissance & le poids, il faut multiplier cette puissance par le bras GH, & diviser le produit par GD; on aura $\frac{P \times GH}{GD}$ pour l'effort qu'elle fait au point D (49), qui étant multiplié par ED, & le produit divisé par EA, donne $\frac{P \times GH \times ED}{GD \times EA}$ pour la résistance que le poids oppose au point A, qui étant multiplié par le bras CA, & le produit divisé par le bras CB, le quotient donnera $\frac{P \times GH \times ED \times CA}{GD \times EA \times CB} = Q$; en faisant évanouir la fraction, on aura $P \times GH \times ED \times CA = Q \times GD \times EA \times CB$, qui étant réduit en proportion, il vient P, Q :: GD × EA × CB, GH × ED × CA; ce qui fait voir que la puissance est au poids, comme le produit continuel des bras de levier GD, EA, CB, est au produit des autres bras GH, ED, CA.

74. On remarquera que dans cette machine, de même que *Regle générale pour con-*

noître le rapport de la puissance au poids dans les machines composées.

dans toute autre où le mouvement se communique par une répétition de leviers, les bras de ces leviers sont toujours en nombre pair, & répondent alternativement à la puissance & au poids. Par exemple ici, on a entre la puissance & le poids six bras de leviers, dont le premier GH, le troisieme DE, & le cinquieme AC, peuvent être considérés comme répondant à la puissance; & le deuxieme GD, le quatrieme EA, & le sixieme CB, comme répondant au poids. Or pour avoir tout d'un coup une proportion qui marque le rapport de la puissance au poids, *il n'y a qu'a multiplier de suite les bras de levier qui répondent au poids & ceux qui répondent à la puissance, & considérer que la puissance est au poids dans la raison réciproque de ces deux produits.*

Il sera aisé de distinguer le produit des bras qui répondent au poids d'avec celui des bras qui répondent à la puissance, en faisant attention que le premier comprend le bras auquel est effectivement appliqué le poids, & le second le bras où est appliquée la puissance.

Analogie des roues dentées.

75. Il suit de l'article précédent, que, lorsqu'on veut élever un poids à l'aide de plusieurs roues dentées qui s'engrainent dans des pignons ou lanternes, (prenant les rayons des roues pour les bras de levier qui répondent à la puissance, & les rayons des pignons pour les bras de levier qui répondent au poids) *dans l'état d'équilibre, il y aura même raison de la puissance au poids, que du produit des rayons des pignons à celui des rayons des roues.*

Examen des deux leviers composés, qui agissent l'un sur l'autre, & qui forment ensemble le méchanisme des moulins ordinaires, servant à moudre le bled.

76. AB représente un arbre horizontal, accompagné des bras de levier CD, EF; & IK un arbre vertical, accompagné des bras GH & LM, disposés de façon que le bout F du bras EF se trouve derriere celui du bras HG, immédiatement appliqué l'un contre l'autre. A l'extrémité du bras CD, est une puissance P qui agit de P en D selon une direction horizontale, pour faire tourner l'arbre AB sur ses tourillons; ce qui ne peut arriver sans que l'extrémité F du bras EF, ne pousse de F en R l'extrémité du bras G, pour faire tourner l'arbre IK, qui tourneroit en effet, s'il n'en étoit empêché par une puissance Q, qui repousse de Q en M, l'extrémité M du bras LM, selon une direction perpendiculaire.

FIG. 32.

Pour sçavoir, dans l'état d'équilibre, le rapport de la puissance P à la résistance Q, que nous regarderons comme un poids, il faut multiplier le premier bras de levier CD, par le troisieme GH, & le second EF par le quatrieme LM (74); on aura P, Q : : EF × LM, CD × HG; c'est-à-dire, que *la puissance est au poids réciproquement comme le produit des bras de leviers qui répondent au poids*

est

eſt à celui des bras de levier qui répondent à la puiſſance.

On peut regarder la puiſſance P comme l'action d'un *courant* qui frapperoit les *aubes* d'une roue; EF comme le rayon d'un rouet FO qui agiroit contre les fuſeaux d'une lanterne GT, qui auroit pour rayon HG; & le poids Q exprimera, ſi l'on veut, la réſiſtance que le bled oppoſe à une meule de moulin SM, en ſuppoſant cette réſiſtance réunie à l'extrémité du rayon de la meule.

Propriétés de la roue, des poulies, du plan incliné, du coin, & de la vis.

77. Quand une puiſſance appliquée à la circonférence *d'une roue*, ſoutient un poids ſuſpendu au *treuil* d'une même roue; cette puiſſance ſe trouve dans le même cas que ſi elle ſe ſervoit d'un levier AB *du premier genre*, dont le bras CA de la puiſſance ſeroit égal au rayon de la roue, & le bras CB du poids, égal au rayon du treuil; car le point d'appui ou les tourillons, répondant au centre C, on aura P, Q :: CB, CA, qui fait voir que dans cette machine *la puiſſance eſt au poids, comme le rayon du treuil eſt au rayon de la roue,* lorſque la puiſſance agit ſelon une direction tangente à la roue.

Analogie de la roue & de ſon eſſieu.
FIG. 33.

Si la direction de la puiſſance n'étoit point parallele à celle du poids, mais qu'elle fût toujours tangente à la roue, comme DF, l'analogie ſeroit encore la même, puiſqu'alors on auroit un levier coudé DCB.

78. L'analogie des *poulies* pouvant auſſi ſe rapporter à celle du levier, il convient d'en faire mention, en conſidérant que quand une poulie eſt attachée à un point *fixe*, ſon diametre AB eſt encore un levier du premier genre, qui a un poids Q ſuſpendu à une de ſes extrémités, la puiſſance P appliquée à l'autre, & le point d'appui C dans le milieu, qui donne P, Q :: CA, CB. Or comme on a CA = CB, puiſque ce ſont des rayons du même cercle, on aura par conſéquent P = Q, qui fait voir que les *poulies fixes ne donnent point d'avantage à la puiſſance*, & ne font que diminuer le frottement, qui ſeroit conſidérable, ſi la poulie ne tournant point avec la corde, cette corde étoit obligée de gliſſer deſſus, comme ſur un cylindre immobile.

Une poulie fixe ne ſoulage point une puiſſance qui éleve un poids par ſon moyen.
FIG. 34.

79. Il n'en eſt pas de même des poulies qui doivent être enlevées avec le poids auquel elles ſont attachées. Par exemple, ſi l'on ſuppoſe une poulie AB, au-deſſous de laquelle paſſe une corde, dont l'un des bouts ſoit attaché à un endroit fixe G; la puiſſance P appliquée à l'autre bout AE ne ſoutiendra que la moitié du poids;

Quand une poulie eſt attachée au poids qu'on veut élever, la puiſſance ne ſou-

tient que la moitié de ce poids.

FIG. 35. le diametre AB de la poulie pouvant être regardé comme un *levier du ſecond genre*, dont le point d'appui eſt à l'extrémité B, la puiſſance à l'extrémité A, & le poids dans le milieu. Ainſi on aura dans l'état d'équilibre, P, Q :: CB, AB; (59) mais le rayon CB eſt la moitié du diametre AB, donc *la puiſſance ſera la moitié du poids Q*. Si l'on fait paſſer le bout de la corde AE au-deſſus d'une poulie DE à chape immobile, la puiſſance étant en H, & tirant de haut en bas, agira plus commodément, mais ſans en tirer aucun autre avantage.

Examen de la ſituation des corps par rapport à leurs lignes de direction.

FIG. 36. 80. Si un corps CDE, poſé ſur un plan horizontal AB, eſt ſitué de façon que la ligne de direction FG, tirée de ſon centre de gravité F, paſſe par ſa baſe CE, le corps demeurera en repos : parce que le centre de gravité ne pourra tomber d'aucun côté, étant ſoutenu par le plan, lequel ſera preſſé avec la peſanteur abſolue du corps, c'eſt-à-dire, avec toute l'action dont il peut être capable lorſqu'il eſt en repos.

FIG. 37. Mais ſi le corps eſt ſitué comme HIK, de maniere que la ligne de direction LM, tirée de ſon centre de gravité L, tombe hors de ſa baſe HK, il faut néceſſairement qu'il renverſe tout à fait du côté M, parce que le centre de gravité L, n'étant point ſoutenu par le plan, agira pour deſcendre vers le centre des graves.

FIG. 38. 81. Il arrivera la même choſe à un corps ECF poſé ſur un *plan incliné AB;* car ſi la ligne GH tombe hors de la baſe EF, ſon centre de gravité G, pouvant deſcendre par rapport au plan incliné & à l'horizontal, ce corps roulera, parce que ſon centre de gravité l'emportera vers celui des graves.

Si la ligne de direction NO, du corps IKM, paſſe par ſa baſe IM, ce corps au lieu de rouler ne fera que gliſſer, parce que ſon centre de gravité ne pourra deſcendre que par rapport à l'horizon ſeulement, alors le plan ne ſera preſſé que par une peſanteur relative.

Le *plan incliné*, que l'on admet au nombre des machines ſimples, ſert à élever un poids à une certaine hauteur : voici les principales analogies qu'on en tire.

Analogie des plans inclinés.

PLANCH. 4. FIG. 39. 82. Si une puiſſance P ſoutient un poids Q par une ligne de direction parallele au plan incliné AB, *la puiſſance ſera au poids, comme la hauteur BC du plan eſt à ſa longueur BA;* car ſi l'on tire la ligne DF perpendiculaire ſur AB, cette ligne ſera la direction de la puiſſance réſiſtante ; & faiſant le parallélogramme EG, le côté DG, ou EF, exprimera la puiſſance P dans l'état d'équilibre, & le côté DE la peſanteur abſolue du poids. Ainſi la puiſ-

ſance ſera au poids comme EF eſt à ED ; mais le triangle DEF étant ſemblable au triangle ABC, on aura EF, ED :: BC, BA ; ou bien P, Q :: BC, BA. (17)

83. Si la ligne de direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe AC du plan incliné, *cette puiſſance ſera au poids, comme la hauteur du plan eſt à la longueur de ſa baſe ;* puiſque ſi la ligne DF eſt perpendiculaire ſur AB, elle exprimera encore la puiſſance réſiſtante; & faiſant le parallélogramme rectangle EG, on aura P, Q :: DG (ou EF), ED; (17) & le triangle DEF étant ſemblable au triangle ACB, on aura FE, ED :: BC, CA; ou bien P, Q :: BC, CA. FIG. 40 & 41.

Enfin ſi la ligne de direction de la puiſſance n'étoit parallele ni au plan incliné, ni à ſa baſe, alors, dans l'état d'équilibre, *la puiſſance & le poids ſeront dans la raiſon réciproque des perpendiculaires FL, FE.* (25)

84. Le *coin* eſt une machine de fer ou de bois ſervant à élever des corps à une petite hauteur; dans ce cas ſes analogies ſont les mêmes que celles du plan incliné, eu égard à la direction de la puiſſance agiſſante. Mais lorſque le coin ſert à fendre du bois, qui eſt ſon principal uſage, ſa figure eſt un triangle iſoſcelle, & la force qui chaſſe le coin eſt à la réſiſtance du bois, comme la moitié de la tête du coin eſt à la longueur d'un de ſes côtés. Comme cette analogie n'a pas lieu dans les machines dont nous parlerons, il ſeroit aſſez inutile d'en donner la démonſtration; c'eſt pourquoi nous la paſſerons ſous ſilence. *Analogie du coin.*

Quant *à la vis*, que la plûpart des Auteurs mettent au rang des machines ſimples, quoiqu'elle ſoit compoſée d'un levier & d'un plan incliné, je n'en ferai pas non plus mention préſentement, me réſervant d'en parler dans le Chapitre ſecond, en examinant quel eſt le frottement qui ſe rencontre dans l'uſage de cette machine.

Principe de Deſcartes pour la Méchanique.

L'objet de la méchanique étant de mettre les corps en mouvement, nous les avons ſuffiſamment conſidérés en repos autour d'un point fixe, il nous reſte à démontrer dans quel rapport ſont les vîteſſes avec leſquelles ces corps ſont diſpoſés à ſe mouvoir, ou ſe mouvroient en effet, ſi l'un d'eux ayant tant ſoit peu d'avantage ſur l'autre, venoit à rompre l'équilibre.

85. Mais auparavant il faut faire réflexion qu'un corps n'a de *En quoi conſiſte la force*

des corps, & comment on peut l'estimer.

force qu'autant qu'il est en mouvement, & que cette force sera d'autant plus grande qu'il aura en même tems plus de *masse* & plus de *vîtesse*, ainsi qu'un rectangle a d'autant plus de superficie qu'il a une plus grande *base* & une plus grande *hauteur*. Or comme cette superficie s'exprime par le produit de ces deux dimensions, de même la force d'un corps, qu'on nomme aussi sa *quantité de mouvement*, doit s'exprimer *par le produit de sa masse & de sa vîtesse.*

86. Comme deux rectangles sont égaux, lorsqu'ils ont leurs bases en raison réciproque de leurs hauteurs, de même *deux corps inégaux en masse & en vîtesse auront des quantités de mouvement égales, lorsque leurs masses seront en raison réciproque de leurs vîtesses.*

87. De plus, si ces deux corps sont disposés de maniere que l'un ne puisse exercer sa force sans surmonter celle de l'autre, ils demeureront tous deux immobiles, quoi qu'avec une tendance au mouvement, parce qu'une force égale n'en peut surmonter une égale.

88. Il suit que la *même* quantité de mouvement en général peut être formée d'une infinité de manieres; car pourvu que le produit de la masse d'un corps par sa vîtesse demeure le même, ces deux grandeurs peuvent varier entr'elles à l'infini.

Maniere de démontrer l'équilibre, indépendamment du parallélogramme des forces.

Fig. 42.

89. Si l'on a un levier horizontal AB, dont le point d'appui est en C, autour duquel sont en équilibre la puissance P & le poids Q; augmentant tant soit peu la force de cette puissance, afin qu'elle enleve le poids, & emmene le levier dans la situation DE, la verticale FD exprimera de combien la puissance P est descendue, & la verticale EG de combien le poids Q est monté dans le même tems. Or, comme les triangles semblables CDF & CEG, donnent CG, CF :: EG; FD; *dans le cas de l'équilibre, la puissance sera au poids dans la raison réciproque du chemin que fera le poids à celui que fera la puissance dans le même tems.*

Les effets étant proportionnels à leurs causes, la vîtesse de la puissance sera à celle du poids dans la raison des espaces que l'un & l'autre auront parcourus, dans le même tems: d'où il suit que si à la place des espaces on prend les vîtesses *dans l'état d'équilibre, la puissance & le poids seront daus la raison réciproque de leur vîtesse*; & alors la quantité de mouvement de la puissance sera *égale* à celle du poids. (86)

Application du principe général à l'analogie de la roue.

90. Quand une puissance éleve un poids à l'aide d'une *roue & d'un treuil*, la circonférence de la roue exprime la vîtesse de la puis-

ſance, & la circonférence du treuil celle du poids; car lorſque la puiſſance a fait faire un tour à la roue, le poids eſt monté d'une hauteur égale à la circonférence du treuil. Alors, dans l'état d'équilibre, *la puiſſance & le poids ſeront encore dans la raiſon réciproque de leurs vîteſſes*, puiſque les circonférences des cercles qui expriment ces vîteſſes ſont entr'elles comme leurs rayons, que nous avons pris ci-devant pour les bras de levier de la puiſſance & du poids. (77)

Application du même principe aux poulies fixes.

PLANCH. 3. FIG. 34. & 35.

91. De même, ſi une puiſſance & un poids ſont appliqués à une corde qui paſſe ſur une poulie accrochée à un point *fixe*, on verra (comme dans l'article 78) que dans l'état de l'équilibre, *la puiſſance ſera égale au poids, parce que leurs vîteſſes de part & d'autre ſeront les mêmes ;* car ſi la puiſſance, en tirant de haut en bas, fait deſcendre la corde d'une certaine longueur, cela ne pourra arriver ſans que le poids ne monte d'autant.

Application du même principe aux poulies mobiles.

FIG. 35.

92. Mais ſi la puiſſance veut élever un poids Q à l'aide d'une poulie *mobile* (comme dans l'article 79), elle ne pourra le faire monter d'un pied ſans que chaque brin de corde GB & EA ſoit raccourci d'un pied, & ſans que la puiſſance P ne deſcende de deux dans le même tems ; ainſi, dans le cas d'équilibre, le chemin de la puiſſance étant double de celui du poids, le poids ſera double de la puiſſance. (89)

Analogie des poulies mouflées.

FIG. 44.

93. Quand pluſieurs poulies ſont aſſemblées dans une même *écharpe*, ou *moufle*, on les nomme *poulies mouflées*, leſquelles ſervent à élever de très-gros fardeaux avec une puiſſance médiocre. Par exemple, ſoit HG la moufle d'en haut, qui doit être fixe, & DK la moufle d'en bas à laquelle eſt attachée le poids Q que l'on veut élever : lorſque la puiſſance P tire la corde pour faire monter le poids, il faut que cette puiſſance faſſe un chemin double de celui de chaque poulie d'en bas ; & comme nous en ſuppoſons ici trois, le poids ne pourra monter d'un pied, ſans que la puiſſance ne deſcende de ſix. Ce qui fait voir que, *dans l'état d'équilibre, la puiſſance ſera au poids comme l'unité eſt au nombre des brins de cordes qui ſoutiennent le poids, ou comme l'unité eſt au double du nombre des poulies d'en bas.*

Application du principe précédent au plan incliné.

FIG. 43.

94. Enfin, conſidérez que ſi une puiſſance P tire le corps Q *parallelement au plan incliné* AB, & qu'elle l'ait fait aller de D en H ; abaiſſant du point E la perpendiculaire EI ſur la ligne de direction HL du poids, la ligne DH, ou ſon égale EK, exprimera le chemin de la puiſſance, & la ligne IK la hauteur à laquelle le poids ſe ſera élevé dans le même tems. Ainſi l'on aura, dans l'état d'équili-

bre, P, Q :: IK, KE : & les triangles ſemblables EKI, ABC donnant KI, KE :: BC, BA, on aura (comme dans l'article 82) P, Q :: BC, BA.

95. Si la puiſſance tiroit le corps ſelon une direction DP, *parallele à la baſe du plan*, ou qu'elle le pouſsât de M en D ſelon la même direction, & qu'elle l'eût fait monter de D en H : abaiſſant du point N la perpendiculaire NI ſur la direction HL, la ligne NI exprimera la vîteſſe de la puiſſance, & la ligne IX celle du poids, ou la hauteur dont il ſera monté dans le même tems. Ainſi on aura, dans l'état d'équilibre, P, Q :: IX, IN; ou, à cauſe des triangles ſemblables, P, Q :: BC, CA (comme dans l'article 83).

FIG. 46.

Examen des manivelles appliquées à un treuil.

96. L'uſage le plus ordinaire des *manivelles ſimples*, eſt d'être appliquées à l'axe d'un cylindre ou *treuil* FB, poſé ſur deux *chevalets*, pour élever un poids Q : chaque manivelle eſt compoſée d'un levier *coudé* formant une double équerre BACD, & FGHI, diſpoſé dans un même plan avec l'axe GA; enſorte que les *coudes* AC & GH ſoient dans un ſens oppoſé, afin que les puiſſances P appliquées aux *poignées* CD & HI, s'inclinent & ſe relevent alternativement, en décrivant une circonférence par un mouvement dont la direction lui ſoit toujours tangente.

FIG. 45.

Comme le poids montera d'une hauteur égale à la circonférence du treuil, à chaque tour que fera la manivelle, cette circonférence exprimera la vîteſſe du poids, & celle de la manivelle la vîteſſe de la puiſſance. Ce qui fait voir que l'analogie de cette machine eſt la même que celle de la roue avec ſon eſſieu (77) en ſuppoſant que les puiſſances appliquées à chaque manivelle, & qui partagent le poids, ſont réunies à la même poignée CD.

Il n'y a aucun avantage de courber le coude des manivelles.

97. On remarquera qu'il eſt indifférent que le coude AC ou GH ſoit droit ou courbé, puiſque la diſtance de l'axe GA aux points C & H, ſera toujours exprimée par le rayon GH du cercle que décrit la puiſſance ; & c'eſt en quoi ſe trompent la plûpart de ceux qui n'ont que la pratique, s'imaginant que cette puiſſance aura plus d'avantage dans le ſecond cas que dans le premier. Il y a auſſi pluſieurs Praticiens, qui pour ſauver l'inégalité des puiſſances appliquées aux manivelles, y ajoutent des *aîles* ou *volées* TX & YV qui portent des poids à leur extrémité. Il faut avouer que quand le treuil eſt mû avec beaucoup de vîteſſe, les volées ayant acquis cette vîteſſe, aident à paſſer plus doucement les endroits difficiles, c'eſt-à-dire les endroits où les puiſſances, dans leurs révolutions, n'agiſſent pas ſelon une direction tangente au cercle qu'elles décrivent ; ce qui diminue d'autant plus leurs bras de levier que le

ſinus de l'angle, que forme la direction oblique avec le coude, eſt plus petit que le ſinus total ; mais cet avantage eſt affoibli par l'augmentation du frottement que cauſe le poids des volées, leſquelles n'augmentent ni ne diminuent en rien la puiſſance, comme la plûpart ſe l'imaginent.

Je ne m'arrêterai pas à donner un plus grand nombre d'exemples, pour faire voir que quand une puiſſance éleve un poids à l'aide d'une machine, ſoit ſimple ou compoſée, *dans l'état d'équilibre, la puiſſance & le poids ſont toujours dans la raiſon réciproque de leur vîteſſe ou des eſpaces qu'ils parcourent dans le même tems* ; (89) ce que l'on verra par la ſuite étant une application preſque continuelle de ce principe, qui eſt le plus ſimple & le plus commode que l'on puiſſe deſirer pour le calcul des machines les plus compoſées ; pour ſe le rendre encore plus familier, il convient de lire avec attention les remarques ſuivantes.

La réſiſtance d'un corps au mouvement eſt proportionnée à la vîteſſe dont on veut le mouvoir.

98. Il ſuit des articles 85 & 89, que la réſiſtance d'un corps au mouvement eſt d'autant plus grande qu'il a plus de maſſe, & qu'un mouvement plus prompt étant un plus grand mouvement, la réſiſtance de ce corps ſera proportionnée à la vîteſſe dont on veut le mouvoir : ainſi lorſqu'un corps eſt mû, la force qui le meut doit être d'autant plus grande que ce corps lui oppoſe une plus grande quantité de mouvement.

99. Il ſuit encore (88) qu'une puiſſance de 25 liv. par exemple, pourra, à l'aide d'une machine, élever un poids de 500 liv. ſi le poids ne fait qu'un pied de chemin dans le tems que la puiſſance en fera 20 : ou bien elle en élevera un de 50 liv. ſi ce poids ſe meut avec une vîteſſe dix fois plus grande que celle du poids de 500 liv. Il en ſera de même de tous les autres produits égaux à 500, puiſqu'il faut toujours trouver 500 liv. de force, de quelque façon qu'on les prenne. C'eſt là une loi générale de la nature qui ne laiſſe à l'art que le choix des différentes combinaiſons ; toute l'induſtrie humaine ne pouvant jamais rendre une petite force égale ou ſupérieure à une plus grande. Ainſi, quand il ſemble qu'une puiſſance de 25 livres, pour être en équilibre avec un poids de 500, ſe multiplie & s'éleve, pour ainſi dire, au-deſſus d'elle-même, c'eſt une illuſion qui diſparoît quand on fait attention aux 20 degrés de vîteſſe qu'il lui faut donner de plus qu'au poids de 500 livres : car cette vîteſſe eſt une force réelle quoi qu'inſenſible aux yeux.

Maniere de trouver le centre de gravité d'un triangle & d'un demi-cercle.

Comme nous aurons besoin par la suite de connoître le centre de gravité d'un triangle & celui d'un demi-cercle, voici la maniere de les trouver.

Maniere de trouver le centre de gravité d'un triangle.

Fig. 47.

100. Pour avoir *le centre de gravité* d'un triangle ABC, il faut diviser deux de ses côtés AC & AB en deux également, tirer des angles opposés les lignes BD, CE, & le point G où ces deux lignes se couperont sera celui que l'on demande.

Pour le prouver, remarquez que le triangle ABC peut être considéré comme composé d'une infinité d'élémens ou lignes paralleles au côté AC, qui seront toutes divisées en deux également par BD; ainsi le centre de gravité, commun à toutes ces paralleles, doit être à un des points de la ligne BD. Par le même raisonnement, on voit qu'il se trouvera aussi dans la ligne CE; il faut donc qu'il soit nécessairement au point G.

Si du point D, on mene DF parallele à CE, on verra, à cause des triangles semblables AFD & AEC, que AD étant moitié de AC, AF sera aussi moitié de AE; par conséquent FE sera moitié de EB, ou le tiers de BF. Or comme on a encore les triangles semblables BEG, BFD, il suit que la partie EF étant le tiers de la ligne BF, la partie GD sera le tiers de ED. On peut donc conclure *que le centre de gravité d'un triangle se rencontre aux deux tiers de la ligne tirée d'un angle sur le milieu du côté opposé.*

101. Un *secteur de cercle* ABC, dont l'angle seroit infiniment petit, pouvant être considéré comme un triangle isoscelle, il suit que le centre de gravité E de ce secteur sera à l'extrémité des deux tiers AE du rayon AD qui partage tous ses élémens en deux également.

Fig. 48.

Maniere de trouver le centre de gravité d'un demi-cercle.

Fig. 49.

Un demi-cercle ABC étant composé d'une infinité de secteurs, si l'on décrit la demi-circonférence EFG, dont le rayon DF soit les deux tiers de DB, cette circonférence passera par le centre de gravité de tous les secteurs; & si l'on conçoit la pesanteur de chaque secteur réunie à son centre de gravité, on pourra regarder celle du demi-cercle ABC, comme également distribuée sur la circonférence EFG. Ainsi l'on voit que le centre de gravité de la superficie du demi-cercle ABC est le même que celui de la demi-circonférence EFG.

Sentiment que l'on

102. Pour insinuer le sentiment que l'on doit avoir du centre de gravité

gravité *d'un demi-cercle*, afin de faciliter l'intelligence de ce qu'on verra par la ſuite, conſidérez la circonférence ACBD, dont les diametres AB & CD ſe coupent à angles droits. Concevant cette circonférence diviſée en un nombre infini de parties égales, comme *ab* & *cd*, à chacune deſquelles nous attribuerons une même peſanteur, il eſt conſtant que tirant les lignes EF paralleles au diametre CD, à une égale diſtance du centre L, ces lignes, qui ſeront diviſées en deux également par le diametre AB, pourront être regardées comme des leviers aux extrémités deſquels ſont ſuſpendues en équilibre les petites parties peſantes *ab*, qui auront pour centre de gravité commun le point K, auquel on peut les ſuppoſer réunies. Tirant les lignes GH, comme on a fait les précédentes, on pourra auſſi les prendre pour des leviers, aux extrémités deſquels ſont en équilibre les petites parties peſantes *cd*, qu'on regardera encore réunies à leur centre de gravité commun I. Si l'on fait le même raiſonnement pour toutes les petites parties de la circonférence, on pourra regarder le diametre AB comme un levier, le long des bras duquel ſont ſuſpendus tous les petits poids répandus dans les demi-circonférences CAD, CBD, qui ſeront en équilibre autour du point L.

doit avoir du centre de gravité d'une demi-circonférence de cercle.

FIG. 50.

Il ſuit que pour réunir aux points M des rayons LA & LB, les poids qu'on y a ſuppoſé ſuſpendus, pour n'en avoir que deux appliqués aux extrémités du levier MM, dont le point d'appui eſt dans le milieu L, il faut que la ſomme infinie de tous les produits de chaque 2*ab* ou 2*cd*, par ſa diſtance LK ou LI, du centre L à ſa ligne de direction, ſoit égale au ſeul produit de LM par le poids de chaque demi-cercle. Alors on pourra regarder le rayon LA, ou LB, comme un levier ſéparé dont le point d'appui ſera en M; puiſque les poids ſuſpendus à ces leviers y ſeront réunis comme à leur centre de gravité commun, qui ſera en même tems celui du demi-cercle où il eſt renfermé.

103. Dans un demi-cercle, je dis qu'il y aura même raiſon de la demi-circonférence ABC au diametre AC, que du rayon DB à la diſtance DE du centre D au centre de gravité E de cette demi-circonférence.

Analogie pour trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence.

FIG. 51.

Pour le prouver, il faut diviſer les quarts de cercle AB & BC en deux également, & tirer les cordes AF, FB, BG, GC: diviſant ces cordes également aux points I, H, K, L, chacun de ces points ſera le centre de gravité de la ligne qui lui répond. Si l'on tire les lignes HI & KL, qu'on les diviſe auſſi également, menant la ligne MN, le point E où elle coupe le rayon DB en deux

également, sera le centre de gravité commun des quatre cordes.

Considérez que les triangles semblables COG, DLN donnent CG, CO :: DL, DN; ou, en doublant les deux premiers termes, CG + GB, CB :: DL, DN.

De même, les triangles semblables BCD, DEN donnent CB, CD :: DN, DE; or si à la place des conséquens CB & DN, dans la seconde proportion, on met les conséquens CD & DE de la troisieme, on aura CG + GB, CD :: DL, DE, dont les deux premiers termes étant multipliés par deux, donnent 2CG + 2GB, 2CD :: DL, DE; ou CG + GB + BF + FA, AC :: DL, DE.

On aura la même proportion en divisant le demi-cercle en un aussi grand nombre de parties égales pairement paires que l'on voudra; car la somme de toutes les cordes, si petites qu'on puisse les imaginer, sera toujours au diametre AB, comme la perpendiculaire DL, tirée du centre D sur une de ces cordes, est à l'intervalle DE.

Comme la perpendiculaire DL approchera d'autant plus d'égaler le rayon DC que la corde GC sera plus petite, il suit que prenant le cercle pour un poligone d'une infinité de côtés, *la demi-circonférence sera à son diametre, comme le rayon est à l'intervalle DE, du centre de grandeur D au centre de gravité E de la demi-circonférence.*

104. Si l'on prend la moitié des deux premiers termes de la proportion précédente, on verra que *le quart de la circonférence est au rayon, comme le rayon est à l'intervalle du centre du demi-cercle à son centre de gravité :* ainsi nommant a, la demi-circonférence, & b, le rayon, on aura $\frac{2bb}{a}$ = DE.

Pratique abrégée pour trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence.

105. Si le rayon d'un cercle étoit la sixieme partie de sa circonférence, l'intervalle du centre d'un demi-cercle à son centre de gravité seroit les deux tiers du rayon (par l'art. précédent), parce que le rayon seroit lui-même les deux tiers du quart de la circonférence; mais comme, selon la proportion commune, la circonférence est plus grande que le triple du diametre, de la septieme partie du même diametre, il s'en faut la 33e. partie du rayon que l'intervalle du centre d'un demi-cercle à son centre de gravité ne soit les deux tiers du rayon. Or, comme il y a des cas où l'on peut n'avoir point égard à une aussi petite différence, & où il est même avantageux d'éloigner le centre de gravité un peu plus qu'il ne devroit être de celui du demi-cercle, *on peut le supposer aux deux tiers du rayon;* principalement quand il s'agit de calculer l'effet d'une manivelle ou

de quelqu'autre machine, où le centre de gravité dont nous parlons a lieu.

106. Il ſuit de l'article 104, que la demi-circonférence du cercle qui auroit pour rayon DE, eſt égale au diametre AC; car les rayons des cercles étant comme leur demi-circonférence, on aura DC, (b) DE $\left(\frac{2bb}{a}\right)$ :: a, $\frac{2abb}{ab}$ ou $2b =$ AC.

Ayant vu (article 101) que le centre de gravité H d'un demi-cercle ABC, étoit le même que celui de la demi-circonférence EFG, décrite par les deux tiers du rayon DB, il ſuit que pour avoir le point H de ce centre, on n'aura qu'à faire DH quatrieme proportionnelle à la demi-circonférence EFG, au diametre EG, & au rayon DF. *Analogie pour trouver le centre de gravité de la ſuperficie d'un demi-cercle.*

Comme on peut, à la place de la circonférence EFG & du diametre EG, prendre la demi-circonférence ABC & le diametre AC; on voit qu'on aura encore le point H, en faiſant DH quatrieme proportionnelle à la demi-circonférence ABC, au diametre AC, & à la ligne DF, qui eſt les deux tiers de DB. FIG. 49.

107. On trouvera de même le centre de gravité d'un *arc de cercle* ABC, en faiſant DE quatrieme proportionnelle à cet arc, à ſa corde AC & au rayon DB. Pour en être convaincu, il n'y a qu'à appliquer à la figure 52 tout ce qu'on a dit dans l'article 103, obſervant ſeulement de changer le nom *de demi-cercle*, ou de demi-circonférence, en celui *d'arc de cercle*, & le nom de *diametre* en celui de *corde*; toutes les conſéquences que nous avons tirées de cet article, ſe tireront de même de celui-ci. *Trouver le centre de gravité d'un arc de cercle.* FIG. 52.

Il y a des méthodes générales & fort commodes, qui dépendent du *calcul intégral* pour découvrir les centres de gravité des lignes, des plans, & des ſolides; mais je n'ai point voulu m'en ſervir, afin d'être entendu de ceux qui n'ont point la connoiſſance de ce calcul. Au reſte, voici une application de ce que nous venons d'inſinuer ſur la maniere de trouver le centre de gravité d'une demi-circonférence de cercle.

Examen des manivelles ſimples & compoſées.

108. Si l'on a un poids Q ſuſpendu à une *manivelle* BCDEFG qui tourne ſur deux appuis H & I, la puiſſance motrice P qui ſeroit appliquée à la circonférence d'une roue KL qui a pour eſſieu la ligne AG, agiſſant ſelon une direction tangente MP ou LP à la roue, variera continuellement, parce que la ligne qui expri- FIG. 53.

mera la diſtance de la direction NQ du poids à l'axe AG, ſera plus grande ou plus petite, ſelon que le coude CD de la manivelle approchera d'être horizontal ou vertical.

Pour rendre ceci plus ſenſible, conſidérez la figure 54, qui eſt un profil de la même machine coupée perpendiculairement à l'axe de la manivelle; le cercle MN repréſente la roue, & la circonférence OD celle que décrira le coude de la manivelle.

FIG. 54.

Lorſque la poignée ſe trouvera au point E, la ligne de direction EQ du poids ſe rencontrant dans la verticale CL, le poids ſera dans le même cas que s'il étoit ſuſpendu au centre C; ainſi la puiſſance P n'en ſoutiendra aucune partie. Mais lorſque la roue ſera pouſſée ſelon la direction PL, le moment du poids ira toujours en croiſſant, à meſure que le point E décrira le quart de cercle ED; enſuite il décroîtra dans la même raiſon, à meſure que le même point s'éloignera de l'extrémité D, pour s'approcher de B, où étant parvenu, le poids ſe trouvant encore dans la verticale, la puiſſance ſera nulle, comme au commencement. Ainſi ce n'eſt que dans l'inſtant où la manivelle ſe trouve horizontale, que l'on a $CD \times Q = CL \times P$ pour le plus grand moment de la puiſſance & du poids; au lieu que quand la manivelle ſe rencontrera dans la ſituation CA, on aura $CF \times Q = CL \times P$, qui fait voir que le rayon CL de la roue & le poids Q étant des grandeurs conſtantes, la puiſſance P doit augmenter ou diminuer, dans la même proportion que la perpendiculaire CF, tirée du centre C ſur la ligne de direction du poids.

Maniere de trouver la vîteſſe moyenne d'une manivelle ſimple.

FIG. 54.

109. Si la puiſſance P étoit un courant qui vînt frapper les aubes LG de la roue MN, lorſque la manivelle eſt dans une ſituation horizontale, & que la réſiſtance du poids Q fût égale à la force abſolue du courant contre l'aube LG, la roue demeureroit immobile; mais ſi l'impulſion du courant eſt tant ſoit peu au-deſſus de la réſiſtance du poids, la roue tournera doucement d'abord, & à meſure que le poids montera, la ligne CF allant toujours en diminuant, le courant trouvant moins d'obſtacle à ſurmonter donnera à la roue une vîteſſe qui ira toujours en croiſſant, à meſure que la réſiſtance du poids deviendra moindre. Ainſi l'on voit que ce poids montera de la hauteur CB en moins de tems que s'il avoit toujours eu une *vîteſſe uniforme*, égale à celle qu'il auroit en partant du point D; il eſt queſtion de ſçavoir quelle devroit être ſa *vîteſſe moyenne* pour monter d'un mouvement uniforme à la hauteur CB, dans le même tems qu'il y ſeroit enlevé avec une vîteſſe *accélérée*, comme celle que lui donne la manivelle.

Suppoſant le demi-cercle EDB diviſé en un nombre de parties égales infiniment petites *Aa*, dont chacune ſoit priſe pour le poids Q, afin qu'elles puiſſent exprimer ce poids à chaque point de la circonférence du demi-cercle où ſe trouvera la manivelle en montant de E en B; cherchant le centre de gravité de cette demi-circonférence, (103) la ligne CI ſera *le bras de levier moyen* du poids, c'eſt-à-dire, qu'elle tiendra un milieu entre toutes les perpendiculaires CF, ce qui eſt bien évident par l'article 102. Car la ſomme de tous les momens infinis de CF par *Aa* ſera égale au moment de CI par *Aa*, répété autant de fois qu'il y aura de parties égales *Aa* dans la demi-circonférence BDE; par conſéquent la ſomme de tous les efforts du poids Q contre la puiſſance P, tandis que le bras de la manivelle monte de C en B, ſera préciſément la même que ſi ce poids avoit été attaché à une corde qui filât ſur un treuil XTIV. D'où il ſuit que la ſomme de toutes les vîteſſes du poids *retardées* & *accélérées* eſt égale à la vîteſſe *uniforme* qu'auroit ce poids, ſi étant ſuſpendu au treuil, il montoit dans le même tems d'une hauteur égale à la demi-circonférence TIV, ou au diametre BE du demi-cercle BDE (105). Fig. 54.

110. On voit que pour juger de *l'action moyenne du courant* contre l'aube LG, on n'aura qu'à dégager P dans l'équation $Q \times CI = P \times CL$; & que ſi l'on veut comparer la ſomme des *vîteſſes retardées & accélérées* de la roue & du poids dans le tems qu'il monte de E en B, on n'aura qu'à prendre le diametre BE pour exprimer la vîteſſe uniforme du poids, & la demi-circonférence de la roue pour repréſenter celle du courant. Alors on aura, pour la quantité de mouvement du poids & de la puiſſance, $Q \times BE = P \times KNL$. *Trouver l'action moyenne d'un courant contre les aubes d'une roue, dont la vîteſſe n'eſt pas uniforme.*

La hauteur où l'on peut élever un poids ſuſpendu à une manivelle, ne pouvant excéder le double de ſon coude, cette machine ſeroit de peu d'effet, ſi l'on vouloit s'en ſervir pour élever des corps peſans; auſſi ne l'employe-t'on que pour donner le mouvement aux *piſtons des pompes*, encore n'eſt-ce pas ſans inconvénient. *Suite de l'article des manivelles.*

Par exemple, ſi le poids Q repréſentoit un piſton qui fît monter l'eau en refoulant de bas en haut, la manivelle étant parvenue au point B, il faudra, pour ramener le piſton d'où il étoit parti, qu'elle décrive le demi-cercle BOE; & le poids du piſton ſuffiſant pour le faire deſcendre, ſans qu'il ſoit beſoin que la puiſſance motrice y ait part, on voit que cette puiſſance ne fera monter l'eau que par intervalle, & que le tems que le piſton mettra à deſcendre ſera employé à pure perte, eu égard au produit de la pompe. PLANC. 4. Fig. 54.

Cependant, comme on ne peut guere se passer des manivelles dans la plûpart des machines hydrauliques, on a tâché de les rectifier en les multipliant, afin qu'il n'y eût point de tems perdu dans leur action, & que cette action fût la plus uniforme qu'il est possible : c'est ce qu'on va voir dans l'examen des manivelles *doubles*, *triples*, & *quadruples*.

Examen de la manivelle double.

PLANC. 5. FIG. 55.

111. Pour commencer par la manivelle *double* ABCDEFGHI qui a pour axe KL, tournant sur les appuis M, N, considérez que les coudes ou bras de cette manivelle étant dans un même plan, les pistons P & Q suspendus aux poignées CD, & FG, monteront & descendront alternativement. Ainsi, tandis que le premier agira pour faire passer l'eau dans le réservoir, le second descendra par sa propre pesanteur, après quoi ce dernier fera monter l'eau à son tour, & l'autre P descendra sans agir.

Il y aura donc toujours une des deux manivelles dans le cas de celle de l'article 109; par conséquent point de tems perdu, puisque l'eau passera continuellement dans le réservoir. Il est vrai que chaque piston montera encore avec une vîtesse inégale, mais que l'on considérera comme uniforme en le supposant appliqué aux deux tiers du coude de sa manivelle (109), afin d'avoir le moment du poids; faisant attention, en calculant la machine, que la puissance se trouvera dans le même cas que s'il n'y avoit qu'un corps de pompe, dont le piston fît monter l'eau sans interruption.

Examen de la manivelle triple.

FIG. 56.

112. La manivelle *triple*, que l'on nomme aussi manivelle *à tiers-point*, est composée de trois coudes ou bras AB, AC, AD qui partagent en trois parties égales la circonférence d'un cercle dont le centre est dans l'axe; cette manivelle est sujette à moins d'inégalité dans son mouvement que la précédente, parce qu'il n'arrive jamais que l'action de la puissance soit nulle.

Pour juger du plus grand & du moindre effort de cette puissance à chaque révolution, il faut chercher quelle est la situation de la manivelle dans ces deux cas, en supposant qu'on a suspendu à chaque bras un poids égal, lequel n'oppose de résistance que lorsqu'en montant il se trouve renfermé dans le demi-cercle GEH, & qu'aussi-tôt qu'il commence à descendre dans le demi-cercle GIH, sa pesanteur devient nulle; c'est ce qui couvient aux pistons qui n'agissent qu'en montant.

Lorsqu'un des bras AB se rencontre dans une situation horizontale IE, les deux autres AC, AD forment avec le rayon AE, chacun un angle CAE, DAE, de 60 degrés. Tirant les lignes CE, ED, on aura les triangles équilatéraux ACE, DAE dont la base

commune AE ſera diviſée en deux également par les directions des poids ſuſpendus aux points C, D, qui ſe rencontrent dans un même plan vertical. Par conſéquent ces deux poids ayant pour bras de levier commun la perpendiculaire AF, moitié du rayon AE, n'oppoſeront enſemble à la puiſſance P que la réſiſtance dont chacun d'eux ſeroit capable, s'il étoit ſuſpendu à l'extrémité E du rayon AE.

Il ſuit de-là que lorſque la manivelle, en tournant, ſe rencontre dans une ſituation oppoſée à la précédente, le poids Q, ſuſpendu à l'extrémité du coude horizontal AB, oppoſe à la puiſſanee la même réſiſtance qu'elle ſoutenoit dans le cas précédent, puiſque la peſanteur des deux autres qui répondent au demi-cercle GIH eſt regardée comme nulle. FIG. 57.

Quand le bras AB eſt vertical, la direction du poids qui répond à ce bras ſe trouvant dans l'axe, n'oppoſe aucune réſiſtance à la puiſſance ; il n'y a plus que le ſeul poids ſuſpendu au bras AD que la puiſſance doit ſoutenir. FIG. 58 & 59.

L'angle LAD étant de 60 degrés, le triangle ALD ſera équilatéral ; par conſéquent le quarré de la perpendiculaire AF ſera les trois quarts du quarré du rayon AD. Ainſi ſuppoſant ce rayon diviſé en huit parties égales, ſon quarré ſera 64, celui de AF 48, dont la racine eſt environ 7 ; ce qui fait voir que le rapport de AE à AF eſt à-peu-près comme 8 à 7.

Les poids ſuſpendus aux bras des manivelles étant égaux, il ſuit que lorſqu'ils ſe rencontreront dans le demi-cercle GEH, leurs momens ſeront dans la raiſon des perpendiculaires tirées du centre ſur leurs lignes de direction, puiſque ces perpendiculaires expriment leurs bras de levier : ſi celui de la puiſſance l'eſt toujours par une ligne conſtante AO, cette puiſſance variera dans le rapport des mêmes perpendiculaires. Ainſi, quand un des coudes de la manivelle ſe trouvera dans une ſituation horizontale, la puiſſance pourra être exprimée par le rayon AE, & quand le même coude deviendra vertical, elle le ſera par la perpendiculaire AF.

113. Pour peu que l'on y faſſe attention, on verra que le moindre effort de la puiſſance ſera exprimé par AF, & le plus grand par AE ; car dans la figure 58e, lorſque le point D approche de G, le point B ayant le même mouvement pour s'approcher de E, la puiſſance ira en croiſſant juſqu'à l'inſtant où la perpendiculaire AF deviendra leur bras de levier commun, comme dans la figure 56. On voit auſſi (dans la figure 59e), qu'à

meſure que le point D s'approchera de E, la puiſſance croîtra avec la perpendiculaire AF juſqu'au moment où le bras AD deviendra horizontal (comme dans la figure 57[e]), & décroîtra à meſure qu'il s'élevera au-deſſus de l'horizon, tant qu'il ſoit parvenu à former avec le rayon AE un angle de 30 degrés (comme dans la figure 58[e]). Ce qui fait voir que les inégalités de la puiſſance ſont renfermées dans un arc de cercle de 60 degrés, & que le bras de levier moyen doit être exprimé, comme ci-devant, par l'intervalle du centre A au centre de gravité R de l'arc LED; que l'on trouvera en faiſant AR quatrieme proportionnelle à l'arc LED, à la corde LD & au rayon AE, ou troiſieme proportionnelle au même arc & à ſon rayon; parce que cet arc étant de 60 degrés, la corde eſt égale au rayon.

114. Suppoſant que les bras de la manivelle triple ſoient de même longueur que ceux de la manivelle double; nommant l'un & l'autre a, & b la demi-circonférence qu'ils décrivent, on aura $\frac{2aa}{b}$ pour le bras de levier moyen de la manivelle double, (104) & $\frac{3aa}{b}$ pour celui de la manivelle triple. Ce qui fait voir que ſi les poids ſuſpendus à ces manivelles ſont les mêmes, ainſi que les bras de levier des puiſſances qui les élevent, ces puiſſances ſeront comme 2 eſt à 3.

Si l'on cherche en nombres le rapport du coude de la manivelle triple à ſon bras de levier moyen, on verra qu'il eſt, à peu de choſe près, comme 16 eſt à 15. Ainſi, dans les machines où cette manivelle eſt employée, il faudra diviſer la longueur d'un des bras en 16 parties égales, en prendre 15 pour le bras de levier moyen, ou pour le rayon du cercle dont la circonférence exprimera la vîteſſe uniforme du poids, faire le calcul de la machine, comme ſi on n'avoit qu'un ſeul corps de pompe dont le piſton refoulât l'eau ſans interruption, & le reſte ſelon les loix ordinaires de la méchanique.

Examen de la manivelle quadruple.

115. Quoiqu'il ne ſoit guere d'uſage de faire des manivelles *quadruples*, par la difficulté de les rendre aſſez ſolides pour n'être pas ſujettes à ſe rompre ſouvent, nous ne laiſſerons pas d'en examiner l'effet, pour faire remarquer en paſſant, contre toute apparence, que cette manivelle a plus d'inégalité dans ſon mouvement que la triple.

FIG. 60. Si l'on imagine que des quatre bras AB, AC, AD, AE, qui forment entr'eux des angles droits, il y en ait deux dans une ſituation

tion *horizontale*, les deux autres étant dans la *verticale*, la puiſſance n'aura à ſoutenir que le ſeul poids ſuſpendu à l'extrémité E (112); & lorſque les bras de cette manivelle formeront, avec l'horizon, des angles de 45 degrés, les directions des poids ſuſpendus aux points F & G ſe trouvant dans un même plan vertical, auront pour bras de levier commun la perpendiculaire AH, dont le rapport avec le rayon AE ſera le même que celui du côté d'un quarré à ſa diagonale; c'eſt-à-dire, à-peu-près comme 5 eſt à 7. Si l'on double le nombre 5, à cauſe qu'il y a deux poids qui répondent au point H, le rapport de la plus petite à la plus grande force de la puiſſance ſera comme 7 eſt à 10, au lieu que ce rapport eſt celui de 15 à 16 pour la manivelle triple. FIG. 60.

Si l'on prolonge AE, pour faire AL double de AH, & qu'on décrive de l'intervalle AL le quart de cercle KLM, le rayon AE ſera le plus petit, & AL le plus grand bras de levier du poids; par conſéquent, le bras de levier moyen ſera exprimé par l'intervalle du centre A au centre de gravité N de l'arc KLM.

Le triangle AEK étant rectangle & iſoſcelle, nommant encore le rayon AE, a; & la demi-circonférence CED, b; la corde KM ſera $2a$; le rayon AK, ou AL, $\sqrt{2aa}$; & le quart de circonférence KLM, $\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}$. Cela poſé, ſi l'on cherche une quatrieme proportionnelle à l'arc KLM ($\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}$), à la corde KM ($2a$) & au rayon AL ($\sqrt{2aa}$), on aura $AN = \frac{2a\sqrt{2aa}}{\frac{b}{2a}\sqrt{2aa}}$, ou $AN = \frac{4aa}{b}$; d'où l'on tire $b, 2a :: 2a, AN$, ce qui fait voir que le bras de levier moyen ſera troiſieme proportionnelle à la demi-circonférence que décrit la manivelle, & au double d'un de ſes bras.

116. Ayant trouvé (114) $\frac{2aa}{b}$ pour l'expreſſion de la puiſſance qui fait agir la manivelle double, $\frac{3aa}{b}$ pour celle de la manivelle triple, & $\frac{4aa}{b}$ pour celle de la manivelle quadruple (115), on voit que ces puiſſances ſuivent la proportion du nombre des bras de leurs manivelles, ou des piſtons qui refoulent l'eau.

Comme dans la manivelle quadruple le bras de levier moyen entre 7 & 10 eſt à-peu-près 9, il faut dire, ſi 7 donne 9, combien donnera la longueur d'un des bras de la manivelle pour le bras de

levier moyen qu'on cherche ; la circonférence qui aura pour rayon cette ligne, exprimera la vîteſſe du poids. Alors, dans le calcul de la machine, on ſuppoſera qu'elle n'eſt compoſée que d'un corps de pompe dont le piſton qui ſeroit ſuſpendu à l'extrémité du bras de levier moyen, agit ſans interruption.

Je pourrois encore rapporter des choſes aſſez curieuſes ſur les manivelles plus compoſées ; mais comme il n'y a point d'apparence qu'on en faſſe jamais uſage, je ne m'y arrêterai pas.

Voici quelques principes ſur la force des animaux propres à mouvoir les machines, c'eſt-à-dire, ſur celle des hommes & des chevaux, extraits des raiſonnemens & expériences faites ſur ce ſujet par MM. *de la Hire*, *Sauveur* & *Parent*. Dans la ſuite nous en ferons l'application à la manœuvre de pluſieurs machines eſſentielles à la vie.

Maniere d'eſtimer la force d'un homme qui éleve ou qui porte un fardeau.

117. La force de l'homme & de tout autre animal qu'on emploie à mouvoir des fardeaux, dépend des muſcles qui jouent, & de la poſition où eſt ſon corps, & ce n'eſt que par l'expérience qu'on peut connoître la force des différens muſcles.

Un homme d'une taille médiocre & d'une force ordinaire, peſe autour de 140 livres : comme cet homme, étant à genoux, peut ſe relever en s'appuyant ſeulement ſur la pointe des pieds, & qu'alors les ſeuls muſcles des jambes & des cuiſſes élevent le poids de tout ſon corps, il eſt évident que ces muſcles ont la force de 140 livres.

On voit auſſi par expérience qu'un homme ayant les jarrets un peu pliés, peut ſe redreſſer, quoique chargé d'un poids de 150 liv. auquel ajoutant celui de ſon corps de 140, la force des muſcles des jambes & des cuiſſes peut donc élever un poids de 290 livres, pourvu que l'élévation ne ſoit que de deux ou trois pouces au plus.

Un homme peut élever un poids de 100 livres qu'il auroit entre les jambes, ployant ſeulement le corps pour prendre ce poids avec les mains comme avec deux crochets, & ſe redreſſant enſuite ; d'où il ſuit que les ſeuls muſcles des lombes ont la force d'élever un poids de 170 livres ; car ils élevent non-ſeulement le poids de cent livres, mais encore toute la partie ſupérieure de ſon corps depuis la ceinture qu'on eſtime peſer 70 livres, & qu'il avoit panché pour prendre le poids.

Un homme, en ſe ſervant d'une poulie fixe, ne peut

118. A l'égard de la force des bras pour tirer & pour élever un fardeau, elle peut être évaluée à 160 livres. Si l'on a une corde qui paſſe ſur une poulie, qu'à l'un des bouts il y ait un poids de

140 livres, l'homme, que nous avons ſuppoſé avoir cette peſanteur, étant appliqué à l'autre bout de la corde, ne pourra enlever ce poids, parce qu'il ſera en équilibre avec lui, & *qu'on ne peut enlever au-delà de ſa peſanteur propre*, quelque ſecouſſe que l'on ſe donne, parce que la force des muſcles des bras & des épaules ne peut avoir lieu pour ſoutenir un fardeau plus peſant que le corps, qu'autant qu'on a un point d'appui qu'on ne quitte pas; ce qui ne peut arriver dans le cas dont nous parlons, où l'on ne peut faire agir tout le poids du corps ſans perdre terre.

enlever un poids au-deſſus de ſa peſanteur propre.

119. M. *de la Hire*, après avoir établi ce que nous venons d'expoſer, conſidere l'effort de l'homme pour tirer ou pour pouſſer horizontalement; pour cela, il le ſuppoſe appliqué à la manivelle d'un treuil dont le rayon ſeroit égal au coude de la manivelle, afin de comparer la force de l'homme, ſans aucun avantage de la part de la machine.

La force d'un homme appliqué à une manivelle, pour la faire tourner, n'eſt au plus que de 27 liv. en agiſſant avec une viteſſe de mille toiſes par heure.

Si le coude de la manivelle eſt placé horizontalement à la hauteur des genoux, l'effort de l'homme qui la releve, peut élever en même tems un poids de 150 livres qui ſeroit attaché à l'extrémité de la corde appliquée au travail, en prenant tous les avantages poſſibles, puiſqu'il ſera dans le même cas que ci-devant pour élever ce poids; mais ſi au contraire il veut abaiſſer la manivelle, ſon effort ne peut être que de 140 livres, ne pouvant appuyer que du poids de tout ſon corps.

Si le coude de la manivelle eſt placé verticalement, & que la poignée ſoit à la hauteur des épaules, il eſt certain qu'un homme ne pourra faire aucun effort pour la faire tourner en tirant ou en pouſſant avec la main, ſi ſes deux pieds ſont l'un contre l'autre, & que le corps ſoit droit, puiſque, dans cette poſition, ni la force de tout le corps ou de ſes parties, ni ſa peſanteur, ne peuvent faire aucun effort pour pouſſer ou pour tirer.

Mais ſi la manivelle eſt plus haute ou plus baſſe que la hauteur des épaules, l'homme pourra avoir quelque force pour pouſſer ou pour tirer; & cette force dépend de la ſeule peſanteur de ſon corps, que l'on doit conſidérer comme réunie dans ſon centre de gravité, qui eſt à-peu-près à la hauteur du nombril, pour déterminer l'équilibre; car l'effort des muſcles des jambes & des cuiſſes, ne ſert que pour conſerver cet équilibre en marchant.

120. Il n'y a donc que lorſque le corps eſt incliné, qu'un homme peut pouſſer horizontalement avec le bras, & l'inclinaiſon la plus commode pour agir, eſt de faire un angle de 60 degrés avec l'horizon. Alors la force de l'homme ſe réduit ſeulement à 27 livres

pour pousser horizontalement avec les bras, ou pour tirer une corde en marchant, le corps incliné en-devant, la corde attachée vers les épaules, ou au milieu du corps.

Ceux qui n'ont point examiné de près la force d'un homme dans la situation que nous venons de supposer, ne sçauroient se persuader qu'elle se réduise seulement à 27 livres: cependant on est sûr qu'à peine elle va jusques-là, puisque, selon les expériences qu'a fait M. *Sauveur*, il a trouvé que la force d'un homme appliquée à une manivelle, ou qui tire une corde horizontalement, ne pouvoit être estimée que de 24 à 25 livres. Pour en juger, il a attaché une poulie au-dessus d'un puits à une hauteur convenable, a accroché différens poids à un des bouts de la corde qui étoit dans le puits, & l'autre bout étoit tiré horizontalement par l'homme qui faisoit monter le poids.

121. Il convient de remarquer que quand on réduit la force d'un homme à 25 livres, lorsqu'il agit de la façon que nous venons de dire, on le considere en état de soutenir un travail modéré d'une ou deux heures de suite; encore faut-il avoir égard à sa *vîtesse*, qui ne peut guere s'étendre au-delà de *mille toises par heure*, soit qu'il marche ou qu'il manœuvre circulairement.

122. Il suit que *l'effet d'une machine mue par un homme, ne peut jamais être au-dessus de l'effet naturel, c'est-à-dire au-dessus du produit de mille toises en une heure, par 25 livres*, de quelque maniere que ce produit soit formé par le poids & par la vîtesse, puisqu'on aura toujours la même quantité de mouvement. Ainsi, un homme faisant mille toises en une heure, peut élever un poids de 25000 livres, pourvu que ce poids ne fasse qu'une toise de chemin dans le même tems. Il en sera de même de toutes les autres machines à l'infini dont peut être formé le produit de 25000 livres: l'effet machinal a donc nécessairement pour bornes, l'effet naturel de la puissance qui meut la machine, puisqu'il est impossible de tirer du néant une nouvelle force.

La force d'un cheval qui tire est équivalente à celle de sept hommes, ou d'environ 175 liv. avec une vîtesse de 180 toises par heure.

123. Il reste à comparer la force des hommes à celle des chevaux, pour tirer; mais comme elle ne dépend pas entiérement de leur pesanteur, comme celle des hommes, mais principalement des muscles de leur corps, & de la disposition générale de ses parties qui ont un très-grand avantage pour pousser en avant, on doit se contenter de l'expérience commune, par laquelle *on sçait qu'un cheval tire horizontalement autant que sept hommes*, c'est-à-dire, environ 180 livres, ce qui est peu de chose par rapport à l'idée que l'on a de la force de cet animal; mais cela vient de ce qu'on la

confidere ordinairement appliquée à quelque machine à roue, laquelle roulant fur un plan horizontal, il ne faut guere au cheval qu'autant de force qu'il en eſt néceſſaire pour vaincre le frottement des effieux.

124. M. *Sauveur* ayant auſſi fait des expériencee fur la force moyenne d'un cheval, a trouvé qu'il tiroit d'un puits un poids d'environ 175 livres, avec une vîteſſe de 1800 toiſes par heure. Ainſi l'on peut encore dire que *quelque art qu'on emploie à compoſer une machine mue par un cheval, ſon effet ſera toujours moindre, à cauſe des frottemens, que le produit de* 170 *livres par* 1800 *toiſes de vîteſſe en une heure;* puiſque ce produit limite néceſſairement la quantité de mouvement du poids. Cependant il m'a paru, par nombre d'obſervations que j'ai faites fur les machines mues par des chevaux, que la vîteſſe d'un cheval ordinaire attelé, & qui travailloit pendant deux heures & demie, ou trois heures de ſuite, pouvoit aller à deux mille toiſes par heure.

Regle du mouvement & du choc des corps en général.

La théorie des corps ne pouvant être traitée avec exactitude ſans le ſecours des regles du mouvement, voici ce qu'il convient d'en ſçavoir pour l'intelligence de l'Architecture Hydraulique.

125. Les regles du mouvement dépendent de ſix choſes principales: 1°. *de la force motrice* qui eſt appliquée aux corps: 2°. de *la maſſe* des mêmes corps: 3°. de *la vîteſſe* avec laquelle ils ſont mûs: 4°. du *tems* ou *de la durée* du mouvement: 5°. de *l'eſpace* parcouru pendant ce tems: 6°. de la *force du choc* dont ces mêmes corps ſont capables.

Pour rendre plus ſimples les expreſſions des regles que nous allons établir, nous ſuppoſerons, comme on le fait ordinairement, que *les maſſes des corps ſont proportionnelles à leur peſanteur;* c'eſt pourquoi nous ne ferons mention que de leurs maſſes.

126. On appelle force *ſimplement motrice*, celle qui n'eſt appliquée à un corps qu'autant de tems qu'il en faut pour lui imprimer un certain degré de vîteſſe, après quoi le corps ſe ſépare de la force motrice; alors ſon mouvement eſt *uniforme*, c'eſt-à-dire qu'il parcourt des eſpaces égaux en des tems égaux.

127. On nomme *force accélératrice* celle qui étant toujours appliquée au corps, renouvelle ſans ceſſe ſon impreſſion, augmente dans le ſecond inſtant l'effet du premier; dans le troiſieme, l'effet du ſecond, ainſi de ſuite; de ſorte que la vîteſſe va toujours en croiſſant.

128. Il eſt évident que l'effet de la force motrice ſimple eſt un certain eſpace parcouru en un certain tems, pendant lequel le corps eſt mû, & que cette force ſera d'autant plus grande que l'eſpace ſera plus grand & le tems plus court, *donc ſa meſure, ou ſon expreſſion, ſera l'eſpace diviſé par le tems employé à le parcourir.*

Maniere d'exprimer la vîteſſe, l'eſpace, le tems, la maſſe & la force d'un corps mû d'un mouvement uniforme.

129. Comme l'eſpace n'aura été parcouru qu'en vertu de la vîteſſe que la force motrice aura imprimée au corps, il ſuit que plus cet eſpace ſera grand & le tems petit, plus la vîteſſe ſera grande; & que ſa meſure, ou ſon expreſſion, ſera encore *l'eſpace diviſé par le tems.* Ainſi, nommant V la vîteſſe, E l'eſpace, & T le tems, on aura $V = \frac{E}{T}$, donc $VT = E$, & $T = \frac{E}{V}$; qui fait voir qu'on pourra toujours exprimer l'eſpace qu'un corps parcourt d'un mouvement uniforme, *par le produit de ſa vîteſſe & du tems qu'il a mis à la parcourir*, & qu'on pourra exprimer le tems *par l'eſpace diviſé par la vîteſſe.*

130. Quant à la force ou quantité de mouvement dont un corps peut être capable pour choquer une ſurface, ou un autre corps qui lui ſeroit oppoſé; il eſt conſtant, comme nous l'avons dit ailleurs (85), qu'elle doit être exprimée *par le produit de ſa maſſe & de ſa vîteſſe.* Ainſi, nommant F la force ou quantité de mouvement, M la maſſe, & V la vîteſſe, on aura $F = MV$; donc $\frac{F}{V} = M$, & $\frac{F}{M} = V$, *qui fait voir qu'on aura toujours la maſſe d'un corps en diviſant ſa force ou ſa quantité de mouvement par la vîteſſe, & qu'on aura ſa vîteſſe, en diviſant ſa force ou ſa quantité de mouvement par ſa maſſe.*

Pour eſtimer l'action d'un corps contre une ſurface, il faut avoir égard à la direction ſelon laquelle ce corps eſt mû.

131. Lorſqu'un corps mû avec une certaine vîteſſe frappe perpendiculairement une ſurface ou un corps en repos, il fait toute l'impreſſion qu'il peut jamais faire étant mû avec cette vîteſſe; mais s'il le frappe obliquement avec la même vîteſſe, l'impreſſion ſera moindre : c'eſt pourquoi il faut toujours conſidérer ſelon quel angle, ou quelle direction, agit la force appliquée au corps.

Quand deux forces agiſſent *pleinement*, c'eſt-à-dire ſelon des directions perpendiculaires, leurs effets ou impulſions ſont dans la raiſon oppoſée de leurs maſſes & de leurs vîteſſes; mais quand ces deux forces ont leur action diminuée par les circonſtances, les effets ſont proportionnels aux forces, ou cauſes, modifiées comme elles doivent l'être. Par exemple, *ſi de deux corps différens, l'un donne un choc perpendiculaire, l'autre un oblique, les deux impreſſions*

seront comme la masse du premier multipliée par sa vîtesse, & le produit par le sinus total, est à la masse du second multipliée par sa vîtesse, & le produit par le sinus de l'angle d'incidence. (24)

132. Il suit que si les masses & les vîtesses sont égales, les chocs seront comme les sinus correspondans; & que si les masses sont égales, & que les vîtesses soient différentes, ainsi que les directions, les chocs seront dans la raison composée des vîtesses & des sinus correspondans.

Regle générale du choc des corps.

133. Tout le monde convient que dans les corps *sans ressort* le mouvement se perd par un mouvement contraire, c'est-à-dire, par celui d'un corps qui va d'un sens directement opposé: d'où il suit que *si deux corps vont d'un sens opposé, & qu'ils ayent des quantités de mouvement égales, venant à se rencontrer directement, ils s'arrêteront tous deux, & demeureront en repos après le choc*, parce que chaque quantité de mouvement détruira l'autre qui lui est égale & contraire. (87)

134. *Si un corps en mouvement en rencontre un autre en repos, la quantité de mouvement subsistera entiere après le choc*, puisqu'il n'y en a point de contraire qui la détruise; mais elle sera partagée entre les deux corps, c'est-à-dire, qu'il arrivera la même chose que si la masse du corps mû étoit augmentée de celle du corps en repos, & que sa vîtesse fût diminuée à proportion de l'augmentation de la masse; ainsi *divisant la quantité de mouvement qu'avoit le corps mû par la somme des deux masses, on aura la vîtesse avec laquelle les deux corps iront ensemble du même côté.* (130)

135. *Si les deux corps se choquent selon des directions opposées avec des quantités de mouvement inégales; le corps qui en aura le plus détruira totalement la quantité de mouvement du corps qui en aura le moins, & il ne restera, pour toute quantité de mouvement, que l'excès de ce que l'un avoit au-dessus de l'autre*; alors il arrivera la même chose que si le plus fort, avec ce qui lui reste de force, avoit rencontré l'autre en repos.

136. Enfin, *si deux corps allant d'un même côté, en suivant la même direction, viennent à se rencontrer avec des vîtesses inégales, leurs quantités de mouvement demeureront entieres après le choc*, puisqu'elles n'ont rien de contraire l'une à l'autre: il arrivera la même chose que si ces deux corps n'en faisoient plus qu'un; c'est pourquoi on aura leurs vîtesses communes, en divisant la somme de leurs quantités de mouvement par la somme de leurs masses. (130)

137. Pour établir les regles générales du mouvement uniforme, j'avertis une fois pour toutes que nous continuerons à nom-

mer V la vîtesse d'un mobile, M sa masse, F sa force ou quantité de mouvement, E l'espace parcouru, & T le tems employé à le parcourir, & que nous nommerons aussi par les lettres semblables, v, m, f, e, t, la vîtesse, la masse, la force, l'espace & le tems appartenant à l'action d'un autre mobile.

Formules générales d'où l'on tire toutes les regles du mouvement uniforme.

138. Selon ce qui a été dit ci-devant (129 & 130), on aura $V = \frac{E}{T}$, $u = \frac{e}{t}$, $F = MV$, $f = mu$; par conséquent $F, f, :: MV, mu$; mettant à la place des vîtesses leurs valeurs, il vient $F, f, :: \frac{ME}{T}, \frac{me}{t}$; par conséquent $\frac{Fme}{t} = \frac{fME}{T}$; ou, en faisant évanouir les fractions, $FTme = ftME$; dont on pourra se servir pour une regle générale des mouvemens uniformes.

139. Ayant aussi $V, u :: \frac{E}{T} \frac{e}{t}$, on tirera de même $\frac{Ve}{t} = \frac{uE}{T}$, ou $VTe = utE$, pour une seconde regle qui comprend les vîtesses.

140. Enfin, puisqu'on a $F, f, :: MV, mu$, on en tirera encore $Fmu = fMV$, pour une 3e regle. Ces trois regles comprennent si généralement tout ce qui regarde les mouvemens uniformes, qu'on les peut appliquer à toutes les hypotheses imaginables.

Application de la premiere regle ou formule à différentes hypotheses.

141. On pourra tirer de la premiere regle (138), $FTme = ftME$ autant d'analogies qu'elle comprend de racines, en prenant d'abord les grandeurs de même espece, en voici une pour exemple; $F, f :: MEt, meT$; c'est-à-dire, que *les forces sont dans la raison composée des produits des masses & des espaces directement par les tems réciproquement :* on énoncera les autres de la même maniere.

142. Pour tirer de la même regle d'autres analogies plus simples, on fera autant de suppositions que l'équation comprend de racines différentes; par exemple, si l'on suppose $F = f$, on aura $Tme = tME$, d'où l'on tire 1°. $T, t :: ME, me$; 2°. $M, m :: Te, tE$; 3°. $E, e :: Tm, tM$, c'est-à-dire, que lorsque les forces sont égales, 1°. les tems sont comme les produits des masses par les espaces; 2°. les masses sont comme les produits des tems pris directement par les espaces réciproquement : 30. les espaces sont comme les produits des tems directement par les masses réciproquement.

143. De même, supposant $M = m$, on aura 1°. $F, f, :: Et, eT$; 2°. $T, t, :: Ef, eF$; 3°. $E, e :: TF, tf$; c'est-à-dire, que si les masses sont égales, 1°. les forces sont dans la raison composée des espaces directement, & des tems réciproquement; 2°. les tems sont entr'eux dans la raison composée des espaces directement, & des forces réciproquement; 3°. les espaces sont entr'eux dans la raison composée des tems & des forces, l'un & l'autre pris directement.

144. Si

144. Si $T = t$, on aura 1°. $F, f :: ME, me$; 2°. $M, m :: Fe, fE$; 3°. $E, e :: Fm, fM$; c'eſt-à-dire, que ſi les tems ſont égaux, 1°. les forces ſeront dans la raiſon composée des maſſes & des eſpaces, l'un & l'autre pris directement. 2°. Les maſſes ſont entr'elles dans la raiſon composée des forces directement, & des eſpaces réciproquement. 3°. Les eſpaces ſeront dans la raiſon composée des forces directement, & des maſſes réciproquement.

145. Enfin ſi $E = e$, on aura, 1°. $F, f :: tM, Tm$; 2°. $M, m :: FT, ft$; 3°. $T, t :: Mf, mF$; c'eſt-à-dire, que ſi les eſpaces ſont égaux, 1°. les forces ſeront dans la raiſon composée des maſſes directement, & des tems réciproquement; 2°. les maſſes ſeront entr'elles dans la raiſon composée des forces & des tems, l'un & l'autre pris directement; 3°. les tems ſeront entr'eux dans la raiſon composée des maſſes directement, & des forces réciproquement.

146. La ſeconde regle $VTe = utE$, donnera auſſi autant d'analogies qu'elle a de racines, 1°. $E, e :: VT, ut$; 2°. $V, u :: Et, eT$; 3°. $T, t :: Eu, eV$: la premiere montre que les eſpaces parcourus ſont dans la raiſon composée des vîteſſes & des tems: la ſeconde, que les vîteſſes ſont entr'elles dans la raiſon composée des eſpaces directement, & des tems réciproquement: la troiſieme, que les tems ſont entr'eux dans la raiſon composée des eſpaces directement, & des vîteſſes réciproquement. *Application de la ſeconde regle.*

147. On tirera encore de la même regle autant d'analogies qu'on peut faire de ſuppoſitions différentes; ainſi $T = t$, donnera $V, u :: E, e$, qui fait voir que lorſque les tems ſont égaux, les vîteſſes ſont comme les eſpaces parcourus.

148. De même $V = u$, donne $E, e :: T, t$; c'eſt-à-dire, que lorſque les vîteſſes ſeront égales, les eſpaces parcourus ſeront comme les tems.

Si $E = e$, on aura $V, u :: t, T$, c'eſt-à-dire, que ſi les eſpaces ſont égaux, les vîteſſes ſeront en raiſon réciproque des tems.

149. Enfin l'on déduira encore de la 3e regle $Fmu = fMV$, pluſieurs conſéquences comme l'on a fait à l'égard des deux autres; car on aura d'abord $F, f :: MV, mu$; $M, m :: Fu, fV$; $V, u :: mF, Mf$: la premiere montre, comme on a déja dit, que les forces ſont dans la raiſon composée des maſſes des corps & de leurs vîteſſes: la ſeconde, que les maſſes ſont dans la raiſon composée des forces directement, & des vîteſſes réciproquement: la troiſieme, que les vîteſſes ſont dans la raiſon composée des forces directement, & des maſſes réciproquement. *Application de la troiſieme.*

150. Si l'on ſuppoſe $V = u$, on aura $F, f :: M, m$, c'eſt-à-dire, que ſi les vîteſſes ſont égales, les forces ſeront comme les maſſes.

151. De même, ſi $M = m$, on aura $F, f :: V, u$, qui montre que ſi les maſſes ſont égales, les forces ſeront comme les vîteſſes.

152. Enfin, ſi $F = f$, on aura $M, m :: u, V$, qui fait voir que lorſque les forces ſont égales, les vîteſſes ſont en raiſon réciproque des maſſes.

Du mouvement accéléré.

153. L'expérience montre que la vîteſſe d'un corps peſant qui tombe augmente inceſſamment, ou qu'il parcourt un plus grand eſpace dans le deuxieme inſtant que dans le premier; un plus grand dans le troiſieme que dans le deuxieme, ainſi de ſuite.

Principe de Galilée ſur la chûte des corps.

154. *Galilée*, en regardant *la peſanteur* comme une *force accélératrice* (127), & faiſant abſtraction de la réſiſtance de l'air, a aſſuré le premier *qu'un corps reçoit à chaque inſtant de la durée de ſa chûte un degré égal de vîteſſe, & que ce degré de vîteſſe ſe conſerve entier dans les inſtans ſuivans, pendant leſquels il en acquiert toujours de nouveaux;* ou, ce qui revient au même, que *l'action de la peſanteur agit également ſur un corps dans tous les inſtans de ſa chûte*, c'eſt-à-dire, que ſi l'on partage la durée de la chûte en un nombre d'inſtans égaux infiniment petits, le premier degré de vîteſſe s'acquérera depuis le repos juſqu'à la fin du premier inſtant, & demeurera entier dans les autres inſtans ſuivans: pendant le deuxieme inſtant, le corps acquérera un ſecond degré égal au premier, lequel ſera tout acquis à la fin du ſecond inſtant, où le corps aura acquis deux degrés de vîteſſe: de même, le troiſieme degré s'acquérera pendant le troiſieme inſtant, & ſera tout acquis à la fin de ce troiſieme inſtant; alors le corps aura trois degrés de vîteſſes, ainſi de ſuite: c'eſt de quoi tous les Sçavans conviennent.

Les vîteſſes acquiſes ſont dans la raiſon des tems écoulés.

155. Puiſque les degrés de vîteſſe d'un corps qui tombe, croiſſent comme les inſtans écoulés depuis le repos, il ſuit que *les vîteſſes acquiſes à la fin de deux tems différens ſeront entr'elles dans la raiſon des mêmes tems;* c'eſt-à-dire, par exemple, que ſi un corps dans le tems T, a acquis la vîteſſe V, & que dans un autre tems t, il ait acquis la vîteſſe u, l'on aura $V, u :: T, t$, par conſéquent $Vt = uT$.

156. Si l'on fait attention que la ſuite des inſtans qui s'écoulent en commençant depuis le premier, compoſent une progreſſion

arithmétique ; on verra que la ſuite des vîteſſes qui leur répondent doit compoſer auſſi une progreſſion arithmétique dont le plus petit terme peut être regardé comme zero, & dont le plus grand ſera la vîteſſe acquiſe à la fin du tems total. Or comme entre la plus petite & la plus grande vîteſſe, il y en a une *moyenne* avec laquelle le corps étant mû d'un mouvement uniforme parcoureroit dans le même tems le même eſpace que le corps a parcouru d'un mouvement accéléré, il ſuit que *multipliant cette vîteſſe moyenne par le tems total, le produit exprimera l'eſpace parcouru.* (129)

Comme les élémens d'un triangle, en commençant depuis le ſommet, compoſent une progreſſion arithmétique infinie, dont la moitié de la baſe, ou du plus grand terme, eſt égale au terme moyen, il ſuit que les vîteſſes qu'un corps acquiert en tombant depuis le repos, croiſſant dans le même ordre que les élémens d'un triangle, *la vîteſſe moyenne ſera égale à la moitié de la vîteſſe acquiſe à la fin du tems total.* Si V exprime la vîteſſe acquiſe à la fin du tems T, $\frac{V}{2}$ exprimera exactement la vîteſſe moyenne, par conſéquent $\frac{TV}{2}$ l'eſpace parcouru d'un mouvement accéléré.

157. Il ſuit que *l'eſpace qu'un corps parcourt en accélérant depuis ſon repos, dans un tems déterminé T, eſt la moitié de l'eſpace que ce corps parcoureroit dans le même tems, d'un mouvement uniforme, avec la vîteſſe V acquiſe à la fin du dernier inſtant de ſa chûte ;* car ſi le mouvement eſt uniforme, l'eſpace ſera exprimé par TV, (129) au lieu qu'il ne l'eſt que par $\frac{TV}{2}$ quand le mouvement eſt accéléré (156). Par conſéquent, ſi un corps peſant étant deſcendu depuis le repos pendant un tems T, a parcouru l'eſpace E, & qu'il ait acquis à la fin de ſa chûte la vîteſſe V, il parcourera d'un mouvement uniforme, avec cette même vîteſſe acquiſe, un eſpace 2E dans le même tems T.

Maniere de réduire le mouvement accéléré au mouvement uniforme.

158. On tire de l'article précédent le moyen de réduire le mouvement accéléré au mouvement uniforme ; pour cela, *il faut prendre la vîteſſe du mouvement accéléré toute acquiſe, & la concevoir comme demeurant uniforme, & ſi l'on prend le même tems, il faudra doubler l'eſpace parcouru d'un mouvement accéléré, & regarder cet eſpace double comme ayant été parcouru d'un mouvement uniforme avec la derniere vîteſſe acquiſe.*

159. Il ſuit que ſi un mobile a parcouru en accélérant depuis le repos les eſpaces E, *e*, en deux tems différens T, *t*, & qu'il ait acquis à la fin des mêmes eſpaces les vîteſſes V, *u*, on aura 2E pour

l'eſpace que parcourera la vîteſſe d'un mouvement uniforme dans le tems T, & $2e$ pour l'eſpace que parcourera le même mobile avec la vîteſſe u, auſſi d'un mouvement uniforme dans le tems t, alors ſi $T = t$, on aura $V, u :: 2E, 2e$. (147)

160. Si l'on veut regarder l'eſpace parcouru d'un mouvement accéléré, comme ayant été parcouru d'un mouvement uniforme avec la vîteſſe acquiſe à la fin de ſa chûte, il faudra prendre la moitié du tems, & regarder $\frac{T}{2}$ comme le tems que le corps a employé à parcourir l'eſpace E avec la vîteſſe uniforme V; car l'eſpace ſera toujours le même, ſoit qu'il ait été parcouru dans le tems $\frac{T}{2}$ avec la vîteſſe d'un mouvement uniforme, ou qu'il ait été parcouru dans le tems entier T, avec la vîteſſe $\frac{V}{2}$ priſe auſſi pour uniforme, comme dans l'article 157, puiſque dans l'un & l'autre cas, on aura toujours $\frac{TV}{2} = E$, d'où l'on tire $\frac{V}{2} = \frac{E}{T}$.

Un corps qui eſt repouſſé de bas en haut avec la viteſſe qu'il a acquiſe en tombant, doit remonter à la hauteur d'où il eſt tombé.

161. On remarquera que *ſi un corps, après être tombé d'une certaine hauteur, étoit repouſſé de bas en haut avec la viteſſe acquiſe à la fin de ſa chûte, il remontera d'où il étoit parti dans un tems égal à celui de ſa chûte, & perdra dans des inſtans égaux les degrés égaux de viteſſe qu'il avoit acquis en deſcendant*, parce que l'action de ſa peſanteur fera diminuer ſa vîteſſe en montant dans la même proportion qu'elle l'avoit augmentée en deſcendant, & cette vîteſſe ſera totalement détruite à l'inſtant qu'il ſera parvenu au point d'où il étoit parti : c'eſt là ce qu'on nomme *mouvement retardé.*

Les eſpaces parcourus ſont entr'eux comme les quarrés des tems.

162. Puiſque dans le mouvement uniformément accéléré, les vîteſſes acquiſes à la fin de deux tems différens ſont entr'elles dans la raiſon des mêmes tems, (155) ou $V, u :: T, t$; ou $\frac{V}{2}$, $\frac{u}{2}$ $:: T, t$: comme $\frac{V}{2} = \frac{E}{T}$, & $\frac{u}{2} = \frac{e}{t}$ (129), on aura $\frac{E}{T}, \frac{e}{t} :: T, t$; qui donne $\frac{Et}{T} = \frac{eT}{t}$, ou $Ett = eTT$, en faiſant évanouir les fractions, d'où l'on tire $E, e :: TT, tt$; ce qui fait voir en général que *dans le mouvement uniformément accéléré, les eſpaces parcourus par un mobile depuis le repos en deux tems différens, ſont entr'eux comme les quarrés des mêmes tems.*

163. Donc ſi un mobile tombant librement depuis le repos A, parcourt AB pendant une ſeconde; AC pendant deux ſecondes;

AD pendant trois secondes; & AE pendant quatre secondes; on aura AB, AC :: 1, 4; de même AC, AD :: 4, 9; de même AD, AE :: 9, 16; AC, AE :: 4, 16, ainsi des autres. Fig. 61.

164. Si l'on prend séparément l'espace parcouru dans chaque seconde, celui de la prémiere sera 1; de la seconde 3; de la troisieme 5; de la quatrieme 7; de la cinquieme 9: ainsi de suite selon l'ordre des nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9.

165. Un mobile ayant parcouru les espaces FG, & FI dans les tems t, T, voulant connoître le rapport de ces tems, ou des vîtesses acquises aux points G, I; il faut décrire le demi-cercle FHI, élever la perpendiculaire GH, afin d'avoir la ligne FH moyenne proportionnelle entre FG & FI, & le rapport de FG à FH, sera le même que celui de t à T, ou de u à V. Car les trois lignes FG, FH, FI, étant en proportion continue, donnent FG, FI :: $\overline{FG}^2$, $\overline{FH}^2$: comme on a aussi FG, FI :: tt, TT, on aura donc $\overline{FG}^2$, $\overline{FH}^2$ :: tt, TT; ou FG, FH :: t, T; par conséquent FG, FH :: u, V. Fig. 62.

166. L'action de la pesanteur, ou les forces accélératrices qui poussent les corps vers le centre de la terre, allant toujours en croissant, comme les vîtesses dont elles sont les causes; on aura F, f :: V, u, d'où l'on tire $Fu = f$V, qui étant multiplié par Ett = eTT, donne FuEtt = fVeTT, qu'on peut regarder comme une premiere regle générale du mouvement accéléré, qui comprend les forces, les vîtesses, les espaces & les quarrés des tems. *Regle, ou formule, générale pour le mouvement accéléré.*

167. Puisque F, f :: V, u; (166) on aura aussi F, f :: T, t; par conséquent Ft = fT, qui étant multiplié par Vt = uT, donne FVtt = fuTT, qui est une seconde regle générale dont nous nous servirons par la suite, ainsi que de la précédente, pour découvrir tout ce qui peut appartenir aux corps qui roulent sur des plans inclinés.

168. Ayant V, u :: T, t, on aura aussi VV, uu :: TT, tt; or si dans la proportion précédente E, e :: TT, tt, on met les quarrés des vîtesses à la place de ceux des tems, on aura E, e :: VV, uu, qui fait voir que *les espaces parcourus sont entr'eux comme les quarrés des vitesses acquises à la fin des mêmes espaces.*

169. Si l'on extrait la racine quarrée de la proportion E, e :: VV, uu, l'on aura $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: V, u, qui fait voir que *dans le mouvement uniformément accéléré, on peut exprimer les vitesses acquises par les racines quarrées des espaces parcourus à la fin de deux hauteurs différentes.* *Les vîtesses acquises sont dans la raison des racines quarrées des espaces parcourus.*

170. Puiſqu'en réduiſant le mouvement accéléré au mouvement uniforme, on a V, u :: 2E, 2e, (159) lorſque les tems ſont égaux, on aura par conſéquent $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: 2E, 2e.

171. La force ou la quantité de mouvement de deux corps différens devant être exprimée par le produit de leurs maſſes M, m, & de leurs vîteſſes V, u; (85) il ſuit que ſi ces vîteſſes ont été acquiſes d'un mouvement accéléré, en parcourant depuis le repos les eſpaces E, e, puiſque $\sqrt{E}$, $\sqrt{e}$ :: V, u, on aura M$\sqrt{E}$, $m\sqrt{e}$ :: MV, mu; ce qui fait voir que *lorſque deux corps ſont tombés de deux hauteurs différentes, on aura le rapport des forces de ces deux corps, ou de leur quantité de mouvement, en multipliant la maſſe de chacun par la racine des hauteurs d'où il ſera tombé.*

Expériences faites pour connoître l'eſpace qu'un corps parcourt depuis le repos dans une ſeconde.

172. Pluſieurs célebres Mathématiciens ont fait un grand nombre d'expériences, pour ſçavoir quelle hauteur un corps parcouroit depuis le repos, dans un tems déterminé, en tombant librement dans l'air. *Galilée* a trouvé qu'une balle de plomb parcouroit 12 pieds dans la premiere ſeconde; le Pere *Sébaſtien* & M. *Mariotte* ont trouvé que cette balle en parcouroit 13; M. *de la Hire* prétend, par les expériences qu'il a fait à l'Obſervatoire, qu'elle en parcourt 14; enfin M. *Huyghens* prétend par les ſiennes que *la balle parcourt* 15 *pieds dans la premiere ſeconde*; c'eſt auſſi le ſentiment du célebre *Newton*, & qui paroît le plus généralement ſuivi. En effet, c'eſt celui qui quadre le mieux avec la théorie, comme je le démontrerai à la fin de ce chapitre; c'eſt pourquoi nous compterons là-deſſus, comme ſur un principe certain, pour tous les calculs qui ſe rapporteront à la chûte des corps. Ainſi, *on pourra regarder une viteſſe uniforme de 30 pieds par ſeconde comme ayant été acquiſe à la fin de la chûte d'un corps qui ſeroit tombé de 15 pieds de hauteur.* (158)

Dans le vuide, tous les corps tendent également vers le centre de la terre.

173. La plûpart de ceux qui ne jugent des choſes que par les ſens, s'imaginent que de deux corps inégaux en peſanteur, qu'on laiſſe tomber librement d'un même point de repos, le plus peſant doit aller plus vîte que l'autre, par la ſeule raiſon qu'il a plus de peſanteur. Quoiqu'il ſoit facile de prouver par le raiſonnement que ce ſentiment n'eſt pas juſte, il me ſuffira de dire que l'expérience y eſt contraire; ayant éprouvé nombre de fois que laiſſant tomber dans le même inſtant de la hauteur de 10 ou 12 toiſes une balle de fuſil & un boulet de canon de 24 livres, ils arrivoient à terre ſenſiblement dans le même tems; c'eſt de quoi tous les Sçavans conviennent. Il eſt bien vrai que ſi on laiſſe tomber d'un même point

un globe *de liege*, & un autre *de plomb* de même diametre, le premier descendra moins vîte que l'autre; parce qu'ayant plus de surface, eu égard à sa masse, que le second n'en a, eu égard à la sienne, le globe de liege trouvera plus de résistance de la part de l'air que le globe de plomb; mais dans le vuide ils doivent tomber avec la même vîtesse. Des expériences faites avec un très-grand soin par le grand *Newton*, ont fait voir que le moindre brin de duvet se précipite de haut en bas d'un long récipient avec autant de vîtesse qu'une balle de plomb; ainsi en faisant abstraction de la résistance de l'air, on peut dire que la force accélératrice est la même dans tous les corps.

Application des regles du mouvement accéléré à plusieurs exemples.

174. Prévenu qu'un corps parcourt 15 pieds dans la premiere seconde, & que les espaces sont entr'eux comme les quarrés des tems (162); si l'on vouloit connoître celui que le même corps parcourera en 5 secondes, il faudra dire : si le quarré d'une seconde donne 15 pieds pour l'espace parcouru, que donnera le quarré de 5 secondes pour l'espace que l'on cherche : on le trouvera de 375 pieds.

175. De même, voulant sçavoir le tems qu'un corps mettra à parcourir 240 pieds de hauteur depuis son repos; on dira comme l'espace 15 est à l'espace 240, ainsi le quarré d'une seconde est au quarré du tems que l'on cherche, qu'on trouvera de 16, dont la racine quarrée montre que le corps mettra 4 secondes à parcourir l'espace donné.

176. Voulant connoître la vîtesse uniforme d'un corps par secondes, après avoir acquis cette vîtesse en tombant d'une hauteur de 6 pieds, je considere qu'un corps est capable de parcourir d'un mouvement uniforme, avec une vîtesse acquise en tombant d'une certaine hauteur, un espace double de celui qu'il a parcouru dans le même tems pour acquérir cette vîtesse (158); que par conséquent si un corps parcourt 15 pieds dans une seconde, d'un mouvement accéléré, il en parcourera 30 dans le même tems d'un mouvement uniforme (172). Or, comme les vîtesses acquises sont entr'elles dans la raison des racines des espaces parcourus (169); nommant x l'espace que nous cherchons, on aura cette proportion $\sqrt{15}$, 30 :: $\sqrt{6}$, x, dont on fera évanouir les signes radicaux en quarrant les termes pour avoir 15, 900 :: 6, xx, qui donne 360 pour le quatrieme terme, dont extrayant la racine quarrée, on la trouvera de 18 pieds 11 pouces 7 lignes 8 points pour le chemin que le corps parcourera dans chaque seconde d'un mouvement uniforme avec la vîtesse acquise en tombant d'une hauteur de 6 pieds.

177. Supposant qu'un corps parcourt 10 pieds par seconde d'une

vîtesse uniforme, on demande de quelle hauteur il auroit dû tomber pour avoir acquis cette vîtesse à la fin de sa chûte.

Une vîtesse uniforme de 30 pieds par seconde, pouvant avoir été acquise par une chûte de 15 pieds de hauteur (172), & les vîtesses uniformes étant entr'elles, (quand les tems sont égaux) dans la raison des racines quarrées des hauteurs qu'un corps auroit parcouru pour acquérir les mêmes vîtesses; (169 & 170) nommant x la hauteur que l'on cherche, on aura $30, \sqrt{15} :: 10, \sqrt{x}$, dont quarrant les quatre termes, il vient $900, 15 :: 100, x$, qui donne un pied huit pouces pour la hauteur que l'on cherche.

De la descente des corps pesans sur des plans inclinés.

178. Quand des corps pesans roulent sur des plans *inclinés* pour aller dans un lieu plus bas, ils descendent d'un mouvement uniformément accéléré, mais avec moins de vîtesse que s'ils tomboient librement dans l'air, parce que l'action de leur pesanteur, ou celle des forces qui les poussent, est moindre que s'ils tomboient perpendiculairement, dans la raison de leur pesanteur absolue à leur pesanteur relative.

FIG. 63. Par exemple, ayant un corps sphérique P, posé sur un plan incliné AC; faisant le parallélogramme rectangle LM, si la diagonale IK exprime la pesanteur absolue du corps, ou la force qui le pousse selon sa direction naturelle, les côtés IL & IM exprimeront deux forces qui, agissant ensemble, feront le même effet que la seule IK. Or cette derniere étant une force *accélératrice*, les deux autres seront aussi accélératrices; mais comme il y en a une IL dont la direction étant perpendiculaire au plan, n'en peut surmonter la résistance, il n'y aura que la seule IM, qui a sa direction parallele au plan, qui fera descendre le corps d'un mouvement accéléré *avec une vitesse qui sera moindre à chaque instant de la descente, que si sa direction étoit verticale, dans la raison de IM à IK, ou de AB à AC;* (94) *& ce rapport sera toujours le même, à quelque point que le corps se trouvera de sa descente.*

FIG. 63, 64, 65. Ayant le plan incliné ABC, nous nommerons H sa hauteur; E sa longueur, ou l'espace parcouru parle corps; T le tems employé à le parcourir; V la vîtesse que le corps a à la fin de cet espace; F sa force absolue; ainsi on aura $\frac{FH}{E}$ pour sa force relative.

Nous nommerons encore par des lettres semblables h, e, t, u, f, la hauteur, la longueur d'un autre plan incliné DGI; le tems, la vîtesse

& la force abſolue qui répondent au corps Q, ainſi ſa force relative ſera $\frac{fh}{e}$.

179. La premiere & la ſeconde équation générale (articles 166 & 167) donnent $FuEtt = fVeTT$; & $FVtt = fuTT$; ayant $Fu = fV$ (166), il faut les tranſpoſer de membre, pour que E & *e* ne ſe détruiſent point en ſubſtituant les valeurs de F & *f*. Alors faiſant la ſubſtitution, & effaçant $Fu = fV$, il viendra $hEEtt = HeeTT$.

Pour avoir la ſeconde équation, il faut ſubſtituer les valeurs de F & *f* dans la formule $FVtt = fuTT$, & après avoir effacé $Ft = fT$ (167), on tranſpoſera $Vt = uT$, pour avoir $hVEt = HueT$.

On fera le même uſage de ces deux regles que l'on a fait pour celle du mouvement uniforme, c'eſt-à-dire, qu'on commencera par en tirer autant d'analogies générales qu'elles comprennent de racines, & qu'enſuite on en tirera autant d'autres particulieres que l'on peut faire de ſuppoſitions différentes.

180. Premiere regle $hEEtt = HeeTT$. Seconde regle $hVEt = HueT$.

Les analogies générales de la premiere regle ſont 1°. $H, h :: EEtt, eeTT$. 2°. $\sqrt{H}, \sqrt{h} :: Et, eT$. 3°. $E, e :: T\sqrt{H}, t\sqrt{h}$. 4°. $T, t :: E\sqrt{h}, e\sqrt{H}$.

C'eſt-à-dire, que dans les chûtes des corps qui roulent le long des plans inclinés quelconques, on a, pour la premiere analogie, que les hauteurs de ces plans, ou les chûtes, ſont toujours dans la raiſon compoſée des quarrés des eſpaces, ou des longueurs des plans, pris directement, & des quarrés des tems, pris réciproquement; on énoncera les autres de la même façon.

181. Les analogies générales de la ſeconde regle ſont, 1°. $H, h :: VEt, ueT$. 2°. $E, e :: HTu, htV$. 3°. $T, t :: EVh, euH$. 4°. $V, u :: HTe, htE$.

C'eſt-à-dire, pour la premiere, que les hauteurs des plans ſont dans la raiſon compoſée des eſpaces & des vîteſſes directement, & des tems réciproquement; je paſſe encore ſous ſilence l'énoncé des autres.

182. Quant aux analogies particulieres, ſi l'on ſuppoſe dans la premiere regle $H = h$, on aura $EEtt = eeTT$, ou $Et = eT$; en extrayant les racines de part & d'autre, d'où l'on tire $T, t :: E, e$, qui fait voir que *lorſque deux plans AC & AI ont la même hauteur*,

les tems ſont dans la raiſon des longueurs des plans parcourus dans ces mêmes tems.

Comme cette conſéquence eſt générale, quelle que ſoit la longueur des plans, on voit que ſi le premier AC étoit beaucoup plus roide (comme eſt AK ou AB), l'analogie ſera encore la même, c'eſt-à-dire, que les tems de la deſcente de A en B, & de A en I, ſeront encore comme AB eſt à AI.

Fig. 65 & 66.

183. *Il ſuit que lorſqu'on n'a qu'un ſeul plan, le tems de la deſcente, ſuivant ſa hauteur, eſt au tems de ſa deſcente ſuivant ſa longueur, comme ſa hauteur FH eſt à ſa longueur FG.*

184. Si $T = t$, dans la premiere regle, on aura $H, h :: EE, ee$, ou $\sqrt{H}, \sqrt{h} :: E, e$; qui fait voir que lorſque les tems des chûtes ſont égaux, les hauteurs des plans ſont comme les quarrés de leurs longueurs, ou que les racines quarrées des hauteurs ſont comme les longueurs des plans: donc, lorſque l'une ou l'autre de ces deux analogies ſe rencontrent, les tems ſont égaux.

185. Si $E = e$, dans la même regle, on aura $H, h :: tt, TT$, ou $T, t :: \sqrt{h}, \sqrt{H}$; c'eſt-à-dire, que lorſque les longueurs parcourues ſont égales, les hauteurs des plans ſont en raiſon réciproque des quarrés des tems, & que les tems ſont en raiſon réciproque des racines quarrées des hauteurs.

186. De même, dans la ſeconde regle, ſi $T = t$, on aura $H, h :: VE, ue$, & comme on a eu ci-devant (184) $H, h :: EE, ee$, on aura $VE, ue :: EE, ee$, ou $V, u :: E, e$, c'eſt-à-dire, que lorſque les tems ſont égaux, les vîteſſes ſont dans la raiſon des longueurs parcourues, quelle que ſoit la hauteur des plans.

187. Si l'on ſuppoſe auſſi, dans la ſeconde regle, $H = h$, on aura $VEt = ueT$; & comme nous avons eu (dans l'art. 182) $Et = eT$; en ſuppoſant de même $H = h$, effaçant de l'équation $VEt = ueT$, les grandeurs égales Et & eT, il reſtera $V = u$, *ce qui fait voir que lorſque deux plans AC & AI ont la même hauteur AB, les viteſſes dernieres acquiſes le long de ces plans ſont égales.*

Fig. 65 & 66.

188. Comme cette conſéquence eſt générale pour tous les plans qui ont la même hauteur, quelle que ſoient leurs longueurs, ſi l'on ſuppoſe (comme dans l'art. 182), que le plan AC ſe raccourciſſe de plus en plus, & devienne égal à la verticale AB, il arrivera encore que la derniere vîteſſe acquiſe d'un mobile en tombant de A en B, ſera égale à celle qu'il acquérera en roulant de A en I. D'où il ſuit que *la derniere viteſſe qu'un corps acquiert le long d'un plan incliné FG, eſt égale à celle qu'il acquéreroit en tombant de la hauteur FH ou KG du même plan.* Mais nous avons vu (169), que la der-

niere vîteſſe d'un corps qui tomboit librement pouvoit s'exprimer par la racine quarrée de l'eſpace parcouru ; donc la vîteſſe qu'un corps aura acquis en roulant de F en G, le long d'un plan incliné, ſera $\sqrt{FH}$, ou $\sqrt{KG}$.

189. Si $E = e$, dans la ſeconde regle, on aura $H, h :: Vt, uT$; mais comme nous avons eu (dans l'article 185) $H, h :: tt, TT$, on aura donc $Vt, uT :: tt, TT$; ou $V, u :: t, T$; c'eſt-à-dire, que lorſque les longueurs des plans ſont égales, les vîteſſes dernieres ſont toujours en raiſon réciproque des tems, quelle que ſoit la hauteur des plans.

190. Si les deux plans AC & DI répondent à des triangles ſemblables, on aura $H, h :: E, e$, par conſéquent $He = hE$; & ſi l'on retranche de la premiere regle ces deux grandeurs égales, il reſtera $Ett = eTT$, d'où l'on tire $E, e :: TT, tt$, qui fait voir que lorſque les hauteurs des plans ſont comme leurs longueurs, les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des tems. FIG. 63 & 64.

191. Si l'on fait la même ſuppoſition pour la ſeconde regle, elle ſe changera en celle-ci $Vt = uT$, qui donne $T, t :: V, u$; ou $TT, tt :: VV, uu$; ou $E, e :: VV, uu$; qui fait voir que quand les hauteurs des plans ſont comme leurs longueurs, les eſpaces parcourus ſont auſſi comme les quarrés des dernieres vîteſſes.

192. Il ſuit de-là qu'un corps qui roule ſur *un plan incliné, parcourt des eſpaces FG & FI qui ſont entr'eux dans la raiſon des quarrés des tems qu'ils ont employé à les parcourir, ou des quarrés des viteſſes acquiſes aux points G & I ;* puiſque les eſpaces ne ſont autre choſe que les longueurs des plans FG, FI, dont les hauteurs FM & FN leur ſont proportionnelles ; ce qui fait voir que le mouvement d'un corps qui roule ſur un plan incliné donne la même analogie que s'il tomboit librement dans l'air. (162) FIG. 67.

193. Par conſéquent ſi l'on décrit le demi-cercle FHI, qu'on éleve la perpendiculaire GH, & qu'on tire les lignes FH, HI ; la premiere FH étant moyenne proportionnelle entre FG & FI (par la propriété du triangle rectangle) les lignes FG & FH ſeront dans le rapport des tems employés à parcourir les eſpaces FG & FI, ou des vîteſſes acquiſes aux points G & I. (165)

194. Comme HI eſt auſſi moyenne proportionnelle entre GI & FI, ſi le corps avoit parcouru dans le premier tems l'eſpace FG, & dans le deuxieme l'eſpace GI, les dernieres vîteſſes acquiſes au point I à la fin de ces deux eſpaces ſeront comme IH eſt à IG.

195. *Si un corps, en tombant librement du point de repos F, parcourt* FIG. 62.

en deſcendant un eſpace FI, troiſieme proportionnelle à la hauteur FG d'un plan incliné, & à ſa longueur FH; je dis que le tems de la deſcente, ſelon la verticale FI, ſera égal au tems de la deſcente le long du plan incliné FH.

Conſidérez que ſi FH eſt moyenne proportionnelle entre FG & FI, les lignes FG, FH pourront exprimer les tems que le mobile mettra à parcourir les eſpaces FG & FH (193). Or comme le tems de la deſcente d'un corps ſuivant la hauteur d'un plan incliné eſt au tems de la deſcente ſuivant ſa longueur, comme la hauteur du même plan eſt à ſa longueur (183), on voit que FG ne pourra exprimer le tems de la deſcente ſelon la hauteur du plan ſans que FH n'exprime celui de la deſcente ſelon ſa longueur; que par conſéquent les tems de la deſcente ſelon le plan incliné FH, & ſelon la verticale FI ſeront égaux.

Propriété ſinguliere du cercle.

196. La ligne FH ne pouvant être moyenne proportionnelle entre FG & FI, ſans qu'elle ne vienne aboutir au point H de la circonférence d'un demi-cercle dont FI doit être le diametre; on voit que *ſi une corde FH, tirée d'une des extrémités du diametre, repréſente un plan incliné, tandis que le diametre repréſentera un plan vertical, le tems de la deſcente d'un corps le long de la corde FH, ſera égal au tems de la deſcente le long du diametre FI.*

197. Comme cette propriété du cercle eſt générale par toutes les cordes FA, FB, FC, FD, FH qui repréſenteroient des plans inclinés venant aboutir à l'extrémité F du diametre vertical FI, il ſuit que *le tems de la deſcente d'un corps le long de chacun de ces plans ſera le même que le tems de la deſcente le long du diametre, & que par conſéquent les tems des chûtes le long de tous ces plans ſeront tous égaux.*

FIG. 68.

Il ſuit encore que ſi par l'autre extrémité I du diametre, on tire autant de lignes que l'on voudra IA, IB, IC, IH, ID, *les corps qui partiroient dans le même inſtant des points D, H, F, A, B, C, en roulant le long des cordes précédentes priſes pour des plans, ſe rencontreront tous dans le même inſtant au point I.*

Il nous reſte à examiner ce qui doit arriver aux corps qui tombent le long de pluſieurs plans contigus & inclinés, afin d'en tirer des connoiſſances qui nous ſerviront à traiter avec plus de préciſion qu'on n'a encore fait certains cas qui appartiennent au mouvement des eaux.

FIG. 69 & 70.

198. On ſuppoſe que les lignes AB & BC repréſentent deux plans contigus, le long deſquels tombe un corps en partant du point A, *il s'agit de déterminer la viteſſe qu'il aura au point C, par*

rapport à celle qu'il auroit s'il tomboit librement ſuivant la verticale AG.

Examen du mouvement des corps qui tombent le long de pluſieurs plans contigus.

Menant du point A, la ligne horizontale AF qui aille rencontrer le plan CB prolongé juſqu'en F, on décrira ſur BF, comme diametre, le demi-cercle FNB; enſuite on prolongera le plan BA juſqu'à la rencontre de la circonférence au point N, duquel on abaiſſera la perpendiculaire NE, & l'on fera les parallélogrammes rectangles & ſemblables EM, LD.

Prenant la diagonale BK pour exprimer la vîteſſe que le corps acquérera au point B en tombant de A en B, il eſt conſtant que cette vîteſſe ſera la même que ſi elle venoit du concours de deux forces qui agiſſant enſemble ſur ce corps au point B, l'une fût capable de lui imprimer la vîteſſe BD ſelon la direction EB, & l'autre la vîteſſe BL ſelon la direction MB. Mais cette derniere force agiſſant ſelon une direction perpendiculaire au plan, n'en pourra ſurmonter la réſiſtance; il ne reſtera donc à ce corps que l'impreſſion de la force capable de la vîteſſe BD ſelon la direction EB; ainſi la vîteſſe qu'il acquérera au point B en tombant de A en B pour ſuivre la direction BK, eſt à ce que lui en laiſſera la rencontre du plan BC ſelon la direction EC, comme BK eſt à BD, ou comme BN eſt à BE. (178)

La ligne FA étant horizontale, la vîteſſe que le corps acquérera en tombant de F en B, ſuivant la direction du plan incliné FB, ſera égale à celle qu'il acquérera en tombant de A en B, puiſque ces deux plans ont la même hauteur (187); ainſi ces deux vîteſſes pourront être exprimées par la même ligne BK.

La ligne NB étant moyenne entre FB & EB, ſi le corps en partant des points de repos F, E, parcourt en des tems différens les eſpaces FB & EB, les lignes BN, BE, ſeront entr'elles dans le rapport des mêmes tems (193 & 194), & comme on a BN, BE :: BK, BD, il ſuit que ſi le corps doit parcourir l'eſpace FB pour acquérir la vîteſſe BK, il faudra qu'il parcoure l'eſpace EB pour acquérir la vîteſſe BD. Ce qui fait voir que la vîteſſe qui lui reſtera au point B pour ſuivre la direction BC, après être tombé de A en B, eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de E en B; & que la vîteſſe qu'il aura au point C en tombant du point A ſuivant les plans contigus AB & BC ſera la même que ſi étant parti du point E, il avoit ſuivi la ſeule direction EC; elle ſera par conſéquent la même que s'il étoit tombé de la hauteur E, du plan incliné EC.

199. Si l'on prend la ligne BK pour le ſinus total, la ligne BD ſera le ſinus de l'angle BKD, ou de ſon égal ABM, complément

de l'angle ABC, d'où il ſuit que *la viteſſe que le corps acquérera en tombant de A en B, eſt à celle qui lui reſtera au point B pour ſuivre la direction BC, comme le ſinus total eſt au ſinus du complément de l'angle formé par les deux plans contigus.*

200. Si l'on vouloit ſçavoir de quelle hauteur un corps devroit tomber librement dans l'air pour acquérir une vîteſſe égale à celle qu'il acquéreroit en tombant le long de pluſieurs plans contigus
Fig. 71. ABCD; il faut du point A mener, comme ci-devant, la ligne horizontale AF qui rencontrera les plans DC & CB prolongés en F & en G; décrire ſur GB le demi-cercle GNB; prolonger le plan BA juſqu'au point N, d'où abaiſſant la perpendiculaire NE, l'on aura le point E duquel devroit tomber le corps pour acquérir, en ſuivant la direction EB, la même vîteſſe au point B, qu'il auroit en tombant de A en B, ou la même vîteſſe au point C, en ſuivant le plan incliné EC, que s'il étoit tombé le long des deux plans contigus ABC. (198)

Menant auſſi du point E la ligne horizontale EI, juſqu'à la rencontre de la ligne FD, il faut encore décrire le demi-cercle IHC, prolonger le côté CE juſqu'au point H, d'où l'on abaiſſera la perpendiculaire HK pour avoir le point K duquel le corps devroit tomber pour acquérir en deſcendant, ſuivant la direction KC, la même vîteſſe au point C, que s'il étoit tombé de A en C, ou la même vîteſſe au point D, ſuivant la direction KD, ou KM, que s'il avoit ſuivi les plans contigus ECD, ou ABCD.

M. *Varignon* eſt le premier qui ait traité ce ſujet avec préciſion, dans un Mémoire qu'il donna à l'Académie royale des Sciences, en 1693, où il releve l'erreur de *Galilée* qui penſoit, comme ont fait pluſieurs autres qui ont écrit après lui, que la vîteſſe qu'un corps acquiert en tombant le long de pluſieurs plans inclinés ABCD étoit la même que s'il tomboit librement de la hauteur AL, qui eſt celle du point de repos A au-deſſus de l'horizontale MD; n'ayant point fait attention que la vîteſſe acquiſe en parcourant le premier plan étoit diminuée par la rencontre du ſecond; que celle qu'il avoit à la fin du ſecond, étoit auſſi diminuée par la rencontre du troiſieme; ainſi des autres.

Une ſurface courbe AM pouvant être regardée comme compoſée d'une infinité de plans contigus, on ne peut pas dire que la vîteſſe d'un corps qui deſcendroit le long d'un tel plan augmente à
Fig. 74. chaque inſtant d'une égale quantité, mais ſelon une loi qui eſt particuliere à la courbe ſur laquelle le corps deſcend; ainſi tout ce que nous avons dit ſur les plans inclinés ne peut faire tirer aucune

conſéquence au ſujet des courbes ; & ſi nous allons découvrir quelque choſe qui leur ſoit commun, ce ſera par un principe entiérement indépendant de celui qui a ſervi pour le plan incliné.

Examen du mouvement des corps qui roulent ſur des ſurfaces curvilignes.

201. *Si un corps deſcend par le mouvement de ſa peſanteur, ſoit ſur un plan, ſoit ſur une courbe convexe, ou concave, je dis que ſa viteſſe ſera toujours exprimée par la racine quarrée de la hauteur verticale d'où il eſt deſcendu depuis le commencement de ſa chûte ; ou que cette viteſſe eſt égale à celle que le mobile auroit acquiſe en tombant verticalement de la même hauteur.*

FIG. 72, 73, 74, 75.

Suppoſons que les tems que le mobile a mis à parcourir les eſpaces AM & Am depuis le point de repos ſont exprimés par les abſciſſes BN, Bn d'une courbe (Fig. 75) dont les ordonnées NS, ns expriment les vîteſſes acquiſes à la fin de ces tems : ſoit l'eſpace AM droit ou courbe $= z$, M$m = dz$; la hauteur verticale AP $= x$, MR $= dx$, BN $= t$, N$n = dt =$ *la viteſſe accélératrice* ; NS $= u$, qS $= du$; ainſi l'eſpace AM (z) a été parcouru pendant le tems t, pendant lequel s'eſt acquiſe la vîteſſe u qu'il faut trouver. Pour cela, remarquez que NS (u) étant la vîteſſe que le corps a dans l'inſtant Nn (dt), la ſuperficie NS pourra exprimer l'eſpace qu'il parcourt pendant cet inſtant, & la ſuperficie curviligne BNS exprimera l'eſpace parcouru pendant le tems BN (t). Mais pendant ce tems le mobile a parcouru l'eſpace AM ; donc l'on aura AM (z) $=$ BNS $=$ S. udt, donc $dz = udt$: ce qui ſe doit entendre d'une égalité de rapport, d'où l'on tire $dt = \frac{dz}{u}$, de plus, u étant la vîteſſe que le corps a au point M, qS (du) ſera la quantité dont elle s'augmente ſur le plan incliné MRm pendant l'inſtant dt ; mais ſans ce plan elle ſe ſeroit augmentée de dt ; ainſi l'augmentation de vîteſſe ſur le plan MRm eſt à dt, comme MR eſt à Mm ; ce qui donne $du, dt :: dx, dz$; donc $dudz = dtdx$; mettant dans cette équation pour dt ſa valeur $\frac{dz}{u}$, elle deviendra $dudz = \frac{dzdx}{u}$, ou $du = \frac{dx}{u}$, ou $udu = dx$; prenant l'intégrale $\frac{1}{2} uu = x$; ce qui donne $u = \sqrt{2x}$. Donc la vîteſſe que le corps a au point M eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant de la hauteur AP ; car il eſt facile de voir que cette derniere eſt égale à $\sqrt{2x}$.

Nous venons de voir que la vîteſſe d'un corps qui eſt tombé le long d'un plan, ſoit rectiligne ou curviligne, eſt égale à celle qu'il auroit acquiſe en tombant perpendiculairement de la même hau-

teur ; mais comme le tems qu'il emploie à parcourir ces plans eſt différent, nous allons donner, dans le problême ſuivant, une formule générale pour le trouver, qui étant enſuite particulariſée par l'eſſence de la courbe priſe de ſon équation, donnera le tems employé à parcourir cette courbe.

Formule pour le mouvement des corps qui roulent le long des courbes.

202. Ayant trouvé ci-devant $dudz = dtdx$, on en tirera $dt = \frac{dudz}{dx}$, ou mettant pour du, ſa valeur $\frac{dx}{u}$, il vient $dt = \frac{dz}{u}$. Ainſi $\frac{dz}{u}$ ſera la différentielle, ou l'élément du tems; ce qui eſt bien évident, car cette différentielle n'eſt autre choſe que le tems qu'il faut pour parcourir le côté M*m* (dz) qui étant parcouru avec la vîteſſe u, doit être $\frac{dz}{u}$, l'on a donc $t = S. \frac{dz}{u} = S. \frac{dz}{\sqrt{2x}}$. Préſentement, ſi l'on met pour dz la valeur que l'équation de la courbe lui donne, l'on aura la différentielle du tems exprimée par une ſeule variable ; & ſa différence dont l'intégrale ſera le tems cherché. Nous ſuppoſerons dans la ſuite $u = \sqrt{x}$, parce que cela eſt plus ſimple, & le rapport des choſes en demeurera toujours le même ; ainſi tout ſera également vrai.

On pourroit appliquer la formule $S. \frac{dz}{\sqrt{x}}$ à quantité de courbes, mais la plûpart de ces courbes changent cette formule dans une différentielle qui n'a point d'intégrale finie, ce qui n'offre rien de ſimple ni de curieux ; c'eſt pourquoi je vais ſeulement l'appliquer à la *cycloïde ſimple*, à cauſe qu'elle y fait découvrir pluſieurs choſes nouvelles & curieuſes.

FIG. 76.

Application de la formule précédente à la cycloïde.

203. Suppoſant une *cycloïde* BME qui ait pour origine le point E, & pour cercle générateur le cercle ADE : *Si un corps commence à tomber du point B le long de la courbe BME, je dis que les tems qu'il mettra à parcourir les arcs de cycloïde BM, Mm, BE, ME, &c. ſeront entr'eux comme les arcs de cercle correſpondans AD, Dd, AE, DE ;* la ligne CP & ſes ſemblables étant perpendiculaires ſur AE.

Soit AE $= a$: EC $= x$; Cc $=$ MR $= dx$: M*m* $= dz$; AC ou BP ſera $= a - x$: le tems t ſera $= S. \frac{dz}{\sqrt{a-x}}$; l'équation différentielle de la cycloïde eſt $dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$: mettant cette valeur de dz dans la formule du tems, on aura $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax - xx}}$ pour le tems employé à parcourir l'arc M*m*. Préſentement, les triangles ſemblables

blables CDL, SdD donnent CD ($\sqrt{ax-xx}$), LD ($\frac{a}{2}$) :: $dS(dx)$, $Dd = \frac{adx}{2\sqrt{ax-xx}}$. Or cette valeur de Dd fait voir que Dd & dt sont toujours en raison constante : donc le tems employé à parcourir Mm, est exprimé par l'arc Dd, & comme cela arrive toujours, en quelqu'endroit qu'on prenne les arcs Mm, Dd, il suit que le tems employé à parcourir tel arc fini, comme BM, sera exprimé par l'arc AD son correspondant, & ainsi de tous les autres.

204. Le corps étant parvenu par sa descente le long de la cycloïde au point M, le chemin qu'il aura fait sera exprimé par l'arc de cycloïde BM, le tems qu'il a mis à le faire sera exprimé par l'arc de cercle AD, & la vîtesse acquise à la fin de ce tems le sera par la racine quarrée de AC. D'où il suit que dans la courbe BNS (Fig. 75) dont les abscisses BN exprimeroient les tems de la descente d'un corps sur une cycloïde, & les ordonnées NS, les vîtesses à la fin de ces tems; si les abscisses de cette courbe sont égales à des arcs de cercle, les ordonnées correspondantes seront égales aux racines quarrées des sinus verses de ces arcs. FIG. 76. FIG. 75.

205. *Le tems que le mobile met à parcourir la cycloïde BME par sa pesanteur, est au tems qu'il mettroit à tomber de la hauteur AE du diametre du cercle générateur, comme la demi-circonférence d'un cercle est à son diametre.*

Nous venons de trouver que l'élément du tems (203), est $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ qui étant multiplié par $\frac{\sqrt{a}}{2}$ sera l'élément Dd de la demi-circonférence; donc l'intégrale de cet élément étant multipliée par $\frac{\sqrt{a}}{2}$ sera l'intégrale de l'élément Dd, qui est la demi-circonférence ADE; donc cette demi-circonférence étant multipliée par $\frac{2}{\sqrt{a}}$ sera l'intégrale de $\frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$; donc $t = S. \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{ax-xx}}$ = la demi-circonférence ADE $\times \frac{2}{\sqrt{a}}$. Mais le tems que le mobile met à tomber de la hauteur AE est $\frac{2a}{\sqrt{a}}$; donc ce tems est au tems t, comme $\frac{2a}{\sqrt{a}}$ est à $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$ :: AE (a) est à ADE.

206. Le tems employé à parcourir la cycloïde est ADE $\times \frac{2}{\sqrt{a}}$;

& le tems employé à parcourir la ligne BE eſt $\frac{2BE}{\sqrt{a}}$; donc ce tems eſt au précédent, comme $\frac{2BE}{\sqrt{a}}$ eſt à $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$, ou comme BE eſt à ADE, ou comme BE eſt à AB; c'eſt-à-dire, comme la racine quarrée de la ſomme des quarrés de la demi-circonférence d'un cercle & de ſon diametre eſt à la même demi-circonférence. Pour avoir ce rapport en nombres, on remarquera que AE étant 7, ADE, ou AB, ſera 11; BE ſera $\sqrt{170}$ = à-peu-près 13 : ainſi le tems que le mobile met à parcourir la cycloïde eſt à celui qu'il met à parcourir la ligne BE, comme 11 eſt à 13.

FIG. 77. 207. *Si un mobile parcourt un arc quelconque KE de cycloïde, le tems qu'il y employera eſt égal au tems qu'il employeroit à parcourir la cycloïde entiere, ou tout autre arc.*

Soit décrit le cercle KTI qui ait pour diametre KI $= c$, parallele à AE, & ſoit comme ci-deſſus AE $= a$, EC $= x$, &c. Mm $= dz = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{x}}$, par la propriété de la cycloïde. Mettant cette valeur de dz dans l'élément du tems $dt = \sqrt{KP = c - z}$; on aura $dt = \frac{dx\sqrt{a}}{\sqrt{cx - xx}}$: les triangles ſemblables OPN, nqN donnent PN ($\sqrt{cx-xx}$), ON $\left(\frac{c}{2}\right)$ :: Nq (dx), N$n = \frac{cdx}{2\sqrt{cx-xx}}$; donc $dt =$ N$n \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$, donc $q\ (dt) = t =$ S. N$n \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$ = la demi-circonférence KTI $\times \frac{2\sqrt{a}}{c}$: donc le tems employé à parcourir l'arc de cycloïde KME eſt égal à KTI $\times \frac{2\sqrt{a}}{c}$. Or le tems employé à parcourir la cycloïde entiere eſt $\frac{2ADE}{\sqrt{a}}$; mais $\frac{2KTI\sqrt{a}}{c} = \frac{2ADE}{\sqrt{a}}$, car cette équation ſe réduit à KTI $\times a =$ ADE $\times c$, qui eſt évidente par la proportion qui s'en tire. Donc ſi un corps commence à tomber d'un point quelconque d'une cycloïde, il mettra toujours le même tems; ce qui a été découvert depuis long-tems, & ſi je le démontre ici, c'eſt que cela ſe tire naturellement des principes que je viens d'établir.

208. Ayant $dt =$ N$n \times \frac{2\sqrt{a}}{c}$, il s'enſuit que N$n$ exprime partout le tems employé à parcourir l'arc Mm; ainſi l'accélération de vîteſſe ſur l'arc de cycloïde KME, eſt réglée par la demi-circonférence KTI, de même que l'accélération ſur la cycloïde entiere

eſt réglée par la demi-circonférence du cercle générateur, & tout ce que l'on a dit de celle-ci ſe doit entendre de celle-là.

209. Si l'on a une cycloïde BIC, qui ait pour origine le point B, & pour cercle générateur BHF; *il eſt démontré que ſi l'on ſuſpend à ſon extrémité C un pendule CG dont la longueur ſoit égale à 2BF, ce pendule enveloppant la cycloïde CIB, en faiſant ſes vibrations, décrira par ſon extrémité G, une autre cycloïde EGB égale à la premiere,* qui aura pour origine le point E, & pour cercle générateur le cercle ADE, égal au cercle BHF. Cela étant, lorſque ce pendule fait ſes vibrations, ſon poids G eſt préciſément dans le même cas que s'il deſcendoit librement le long de la cycloïde BKE; par conſéquent *la durée d'une vibration d'un pendule eſt le double du tems qu'un corps mettroit à tomber ſur la cycloïde; donc la durée de cette vibration eſt au tems qu'un corps mettroit à tomber de A en E, comme la circonférence d'un cercle eſt à ſon diametre, ou comme 22 eſt à 7.* (205)

FIG. 79. *Application de la cycloïde pour la régularité des pendules.*

210. Préſentement, ſi l'on a un autre *pendule* CG qui ne ſoit point ſitué entre deux cycloïdes, il décrira des arcs de cercle en faiſant ſes vibrations: or l'expérience apprend que ce pendule étant de même longueur que le précédent, ſes vibrations ſeront auſſi de la même durée, ſur-tout ſi elles ſont fort courtes. On ſe ſert toujours de ce pendule pour la meſure du tems, avec le même ſuccès que du pendule entre les cycloïdes; ainſi ce qui convient à l'un, convient également à l'autre.

FIG. 78.

211. *Le pendule qui bat les ſecondes en France, & dans une grande partie de l'Europe, eſt de 3 pieds 8 lignes & $\frac{1}{2}$ de longueur;* c'eſt-à-dire, que ſi l'on attache une balle de fuſil à un fil ſuſpendu à un point fixe, & que depuis ce point juſqu'au centre de la balle il y ait 3 pieds 8 lignes & $\frac{1}{2}$ d'intervalle, & qu'on faſſe décrire à la balle des petites vibrations, chacune ſe fera dans une ſeconde de tems.

Longueur du pendule à ſecondes.

Il ſeroit à ſouhaiter que notre pied de France fût de 2 lignes & $\frac{5}{6}$ plus long qu'il n'eſt, parce que trois de ces pieds feroient juſtement la longueur du pendule à ſeconde; cette meſure ſeroit priſe de la nature même, & auroit l'avantage d'être conſervée & connue dans tous les ſiecles à venir, par les révolutions journalieres des aſtres.

212. Si l'on ſe rappelle ce qui eſt dit dans les articles 209 & 210, on verra que *la durée des vibrations d'un pendule entre des cycloïdes, ou d'un pendule qui décrit des arcs de cercle fort petits, eſt au tems qu'un corps met à tomber d'une hauteur égale à la moitié de la longueur du pendule, comme 22 eſt à 7, ou comme une ſeconde eſt à $\frac{7}{22}$ de ſecondes,*

Regle pour trouver l'eſpace qu'un corps parcourt en tombant depuis le repos pendant une ſeconde.

qui eſt le tems qu'il faut à un corps pour tomber de la hauteur d'un pied 6 pouces 4 lignes & $\frac{1}{4}$.

213. Préſentement, pour connoître l'eſpace qu'un corps doit parcourir en tombant pendant la durée d'une ſeconde, on fera la proportion ordinaire (174), en diſant; comme $\frac{49}{484}$, (quarré du tems employé à parcourir 18 pouces 4 lignes & $\frac{1}{4}$), eſt à cette même longueur, ainſi le quarré d'une ſeconde, eſt *à l'eſpace que le corps parcourera pendant cette ſeconde, qui ſe trouvera de* 15 *pieds* 1 *pouce* 3 *lignes.* On peut donc compter là-deſſus comme ſur une choſe exactement déterminée, ce qui eſt aſſez conforme à l'opinion commune, mais qui n'étoit fondée que ſur des expériences fort douteuſes; cependant l'on fera attention que dans la ſuite de cet Ouvrage, *nous ne prendrons que* 15 *pieds ſeulement pour l'eſpace qu'un corps doit parcourir en tombant dans le tems d'une ſeconde*, & nous n'aurons point égard aux 15 lignes qu'on trouve de plus, afin de rendre les calculs plus commodes.

Expériences faites ſur la longueur du pendule en Afrique & en Amérique.

214. Des obſervations faites à la *Caïenne*, ſituée à 5 degrés de latitude ſeptentrionale ſur la côte orientale de l'Amérique, ont appris que le pendule qui y bat les ſecondes eſt plus court que celui qui les bat en France de 1 ligne & $\frac{1}{4}$, c'eſt-à-dire, qu'il n'eſt que de 3 pieds 7 lignes & $\frac{1}{4}$. De pareilles obſervations ont fait voir qu'en *l'Iſle de Gorée*, à 15 degrés de latitude ſeptentrionale, ſituée près la côte occidentale de l'Afrique, le pendule qui y bat les ſecondes n'eſt que de 3 pieds 6 lignes & $\frac{1}{2}$. Si l'on applique à ces obſervations le principe précédent, on verra qu'à la *Caïenne* les corps parcourent en tombant, pendant une ſeconde, 15 pieds 9 lignes; & à *Gorée* ils parcourent pendant le même tems 14 pieds 4 pouces 3 lignes; ce qui fait une différence aſſez conſidérable avec ce qui arrive en France. Il en eſt apparemment de même dans tous les pays ſitués près de l'équateur, ſelon les conjectures de pluſieurs grands Mathématiciens qui ont cherché dans la plus profonde Phyſique la cauſe de ces différentes longueurs des pendules.

Regle pour trouver la longueur du pendule, pour que chaque vibration ſe faſſe dans un tems déterminé; ou la longueur du pendule étant déterminée, trouver le tems

215. On trouvera, par le moyen du pendule à ſecondes, quelle doit être la longueur d'un autre pendule, pour que chaque vibration ſe faſſe dans le tems que l'on voudra, ou bien pour qu'il faſſe dans un tems donné un nombre déterminé de vibrations: pour cela il faut conſidérer: 1°. *Que ſi l'on a deux pendules de différentes longueurs, le quarré du tems d'une vibration du premier pendule CG, eſt au quarré du tems d'une vibration du ſecond AD, comme la longueur du premier pendule eſt à la longueur du ſecond.* 2°. *Que la longueur du premier pendule eſt à la longueur du ſecond réciproquement, comme le quarré*

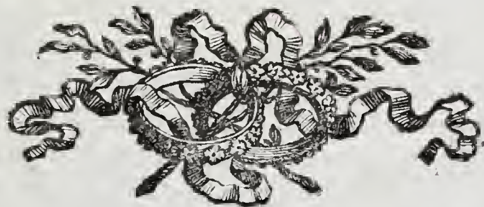
du nombre des vibrations du ſecond pendule pendant tel tems qu'on voudra, eſt au quarré du nombre des vibrations du premier pendant le même tems : ces deux analogies ſont une ſuite de la théorie précédente.

de ſes vibrations.

FIG. 78 & 80.

216. Voulant ſçavoir, par exemple, la longueur qu'il faut donner à un pendule, dont chaque vibration ſoit d'une demi-ſeconde, il faut dire, *comme le quarré d'une ſeconde* (*qui eſt* 1), *eſt au quarré d'une demi-ſeconde* (*qui eſt* $\frac{1}{4}$), *ainſi* 3 *pieds* 8 *lignes &* $\frac{1}{2}$ (*longueur du pendule à ſecondes*), *eſt au quatrieme terme, qu'on trouvera de* 9 *pouces* 2 *lignes &* $\frac{1}{8}$; c'eſt-à-dire, que ſi l'on ſuſpend une balle de plomb de 4 à 5 lignes de diametre à un fil de ſoie, & que l'intervalle entre le centre de la balle & le point de ſuſpenſion ſoit exactement de 9 pouces 2 lignes & $\frac{1}{8}$: ce pendule étant mis en branle, enſorte que la balle, à chaque vibration, ne faſſe au commencement qu'environ 3 pouces de chemin, fera 120 vibrations en une minute, & ſera encore plus commode que le pendule à ſecondes, pour meſurer la durée du tems qu'on employera à faire quelque expérience ; cependant ſi l'on vouloit ſe ſervir de ce dernier, on obſervera auſſi que la balle ne faſſe au commencement qu'environ 10 ou 12 pouces de chemin à chaque vibration BD. (Fig. 78.)

217. De même, voulant avoir un pendule qui faſſe, par exemple, 140 vibrations par minute, il faut dire : *comme le quarré de* 140 *eſt au quarré de* 60, *ainſi* 3 *pieds* 8 *lignes &* $\frac{1}{2}$, *longueur du pendule à ſecondes, eſt à un quatrieme terme,* qu'on trouvera de 6 pouces & environ 9 lignes, pour la longueur qu'il faut donner au pendule que l'on cherche.



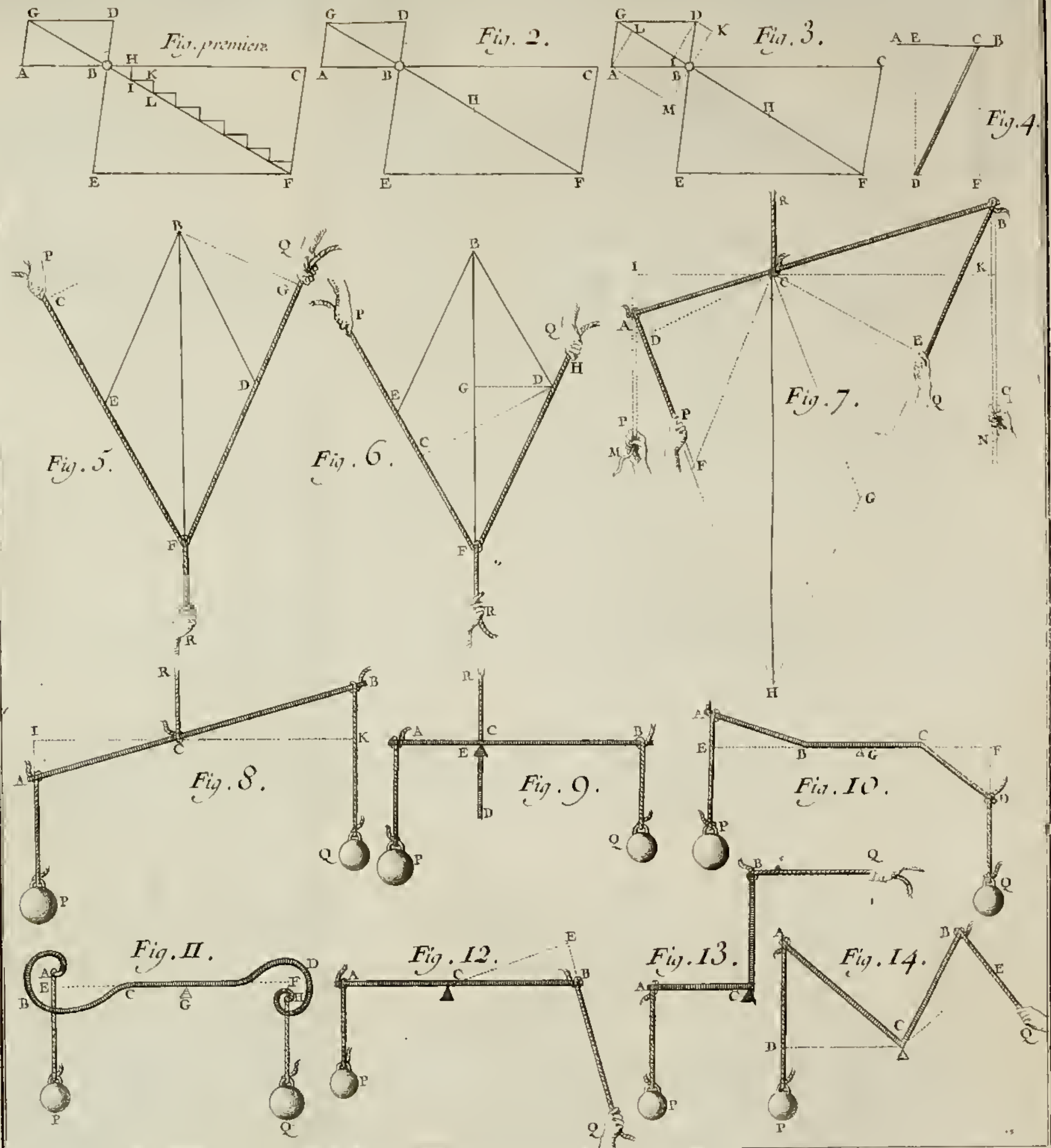
CHAPITRE II.

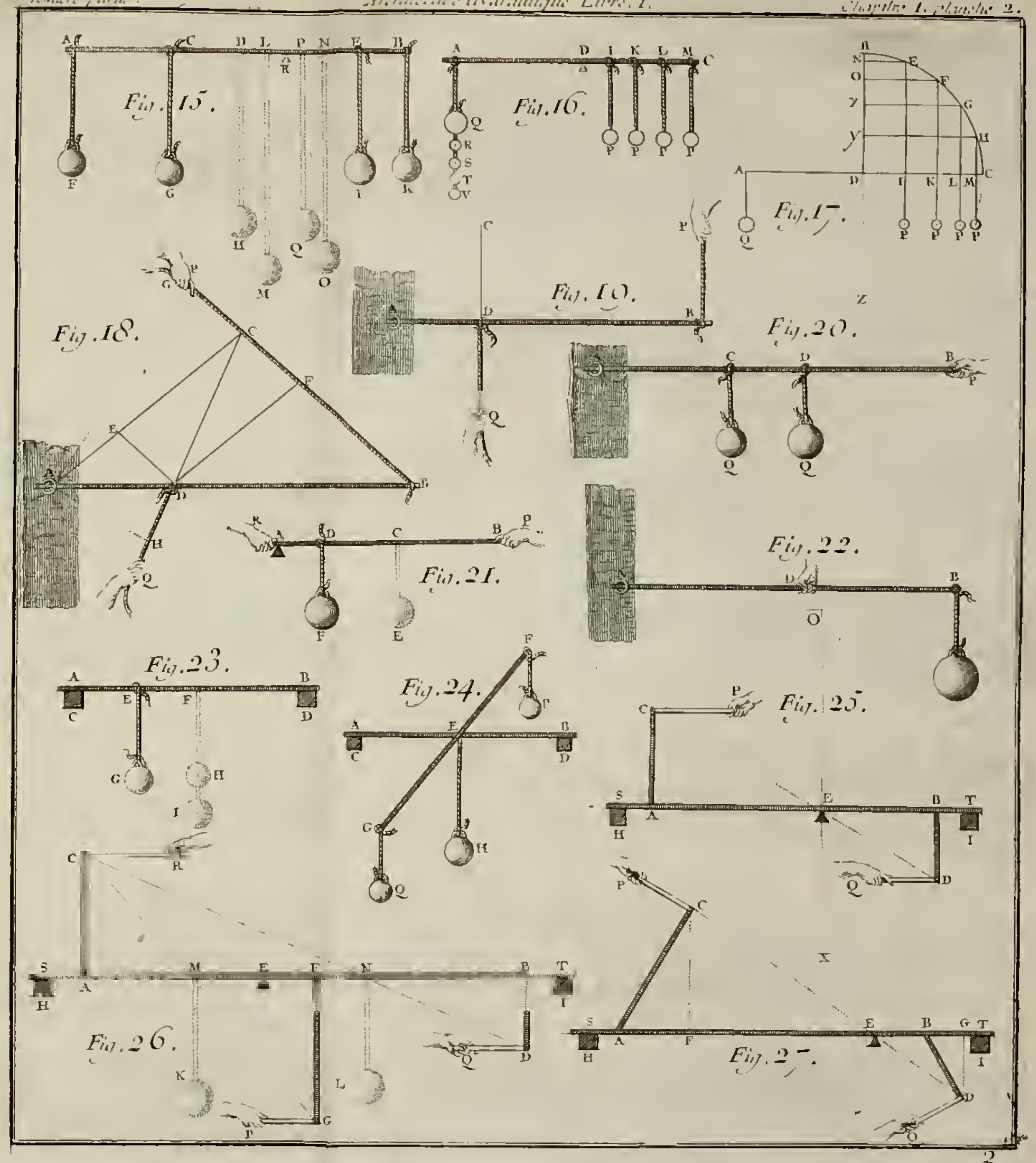
Du Frottement & de la maniere d'en calculer l'effet dans les Machines.

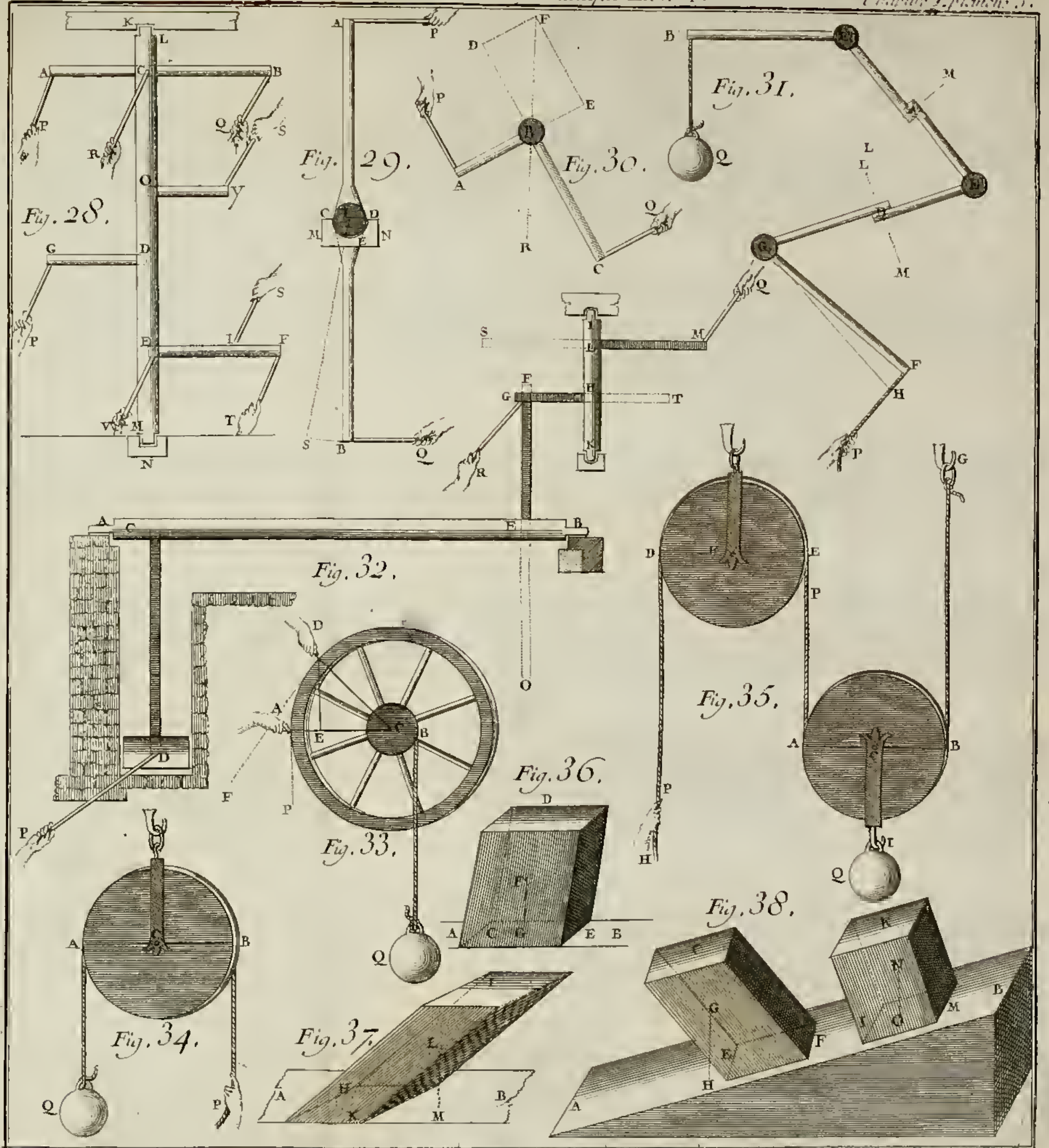
Les Auteurs qui ont écrit ſur la méchanique, ont fait des ſuppoſitions qui ne peuvent avoir lieu dans la pratique.

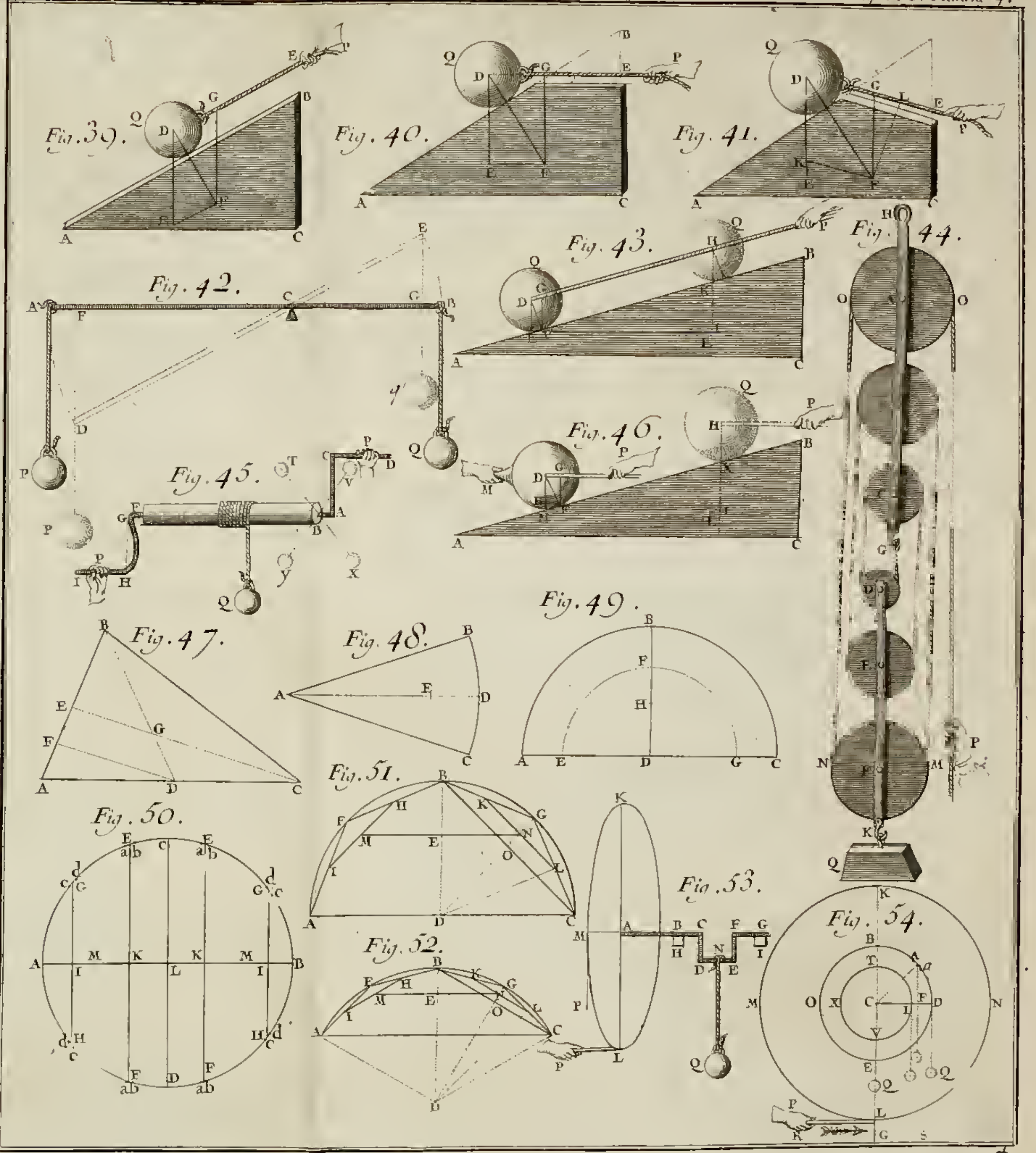
LES Auteurs dont nous avons des Traités de Méchanique, ont ſuppoſé, comme nous l'avons fait dans le Chapitre précédent, que les parties qui devoient ſe mouvoir les unes ſur les autres étoient parfaitement polies, laiſſant à la diſcrétion de ceux qui auroient des machines à faire conſtruire, le ſoin de diminuer le poids, ou d'augmenter la puiſſance autant qu'il ſeroit néceſſaire pour ſurmonter la réſiſtance cauſée par les frottemens, ſans donner aucune regle qui pût ſeulement ſervir à en faire une eſtimation groſſiere. Cependant comme l'effet du frottement eſt beaucoup plus grand qu'on ne ſe l'imagine, & qu'on ne peut porter un jugement exact d'aucune machine ſans y avoir égard auſſi ſcrupuleuſement qu'au rapport des différens bras de levier qui communiquent le mouvement, ſur-tout quand elles ſont deſtinées à élever de l'eau, j'ai cru ne pouvoir me diſpenſer de donner ce Chapitre, qu'il faut s'appliquer à bien entendre, comme un des plus eſſentiels de cet Ouvrage.

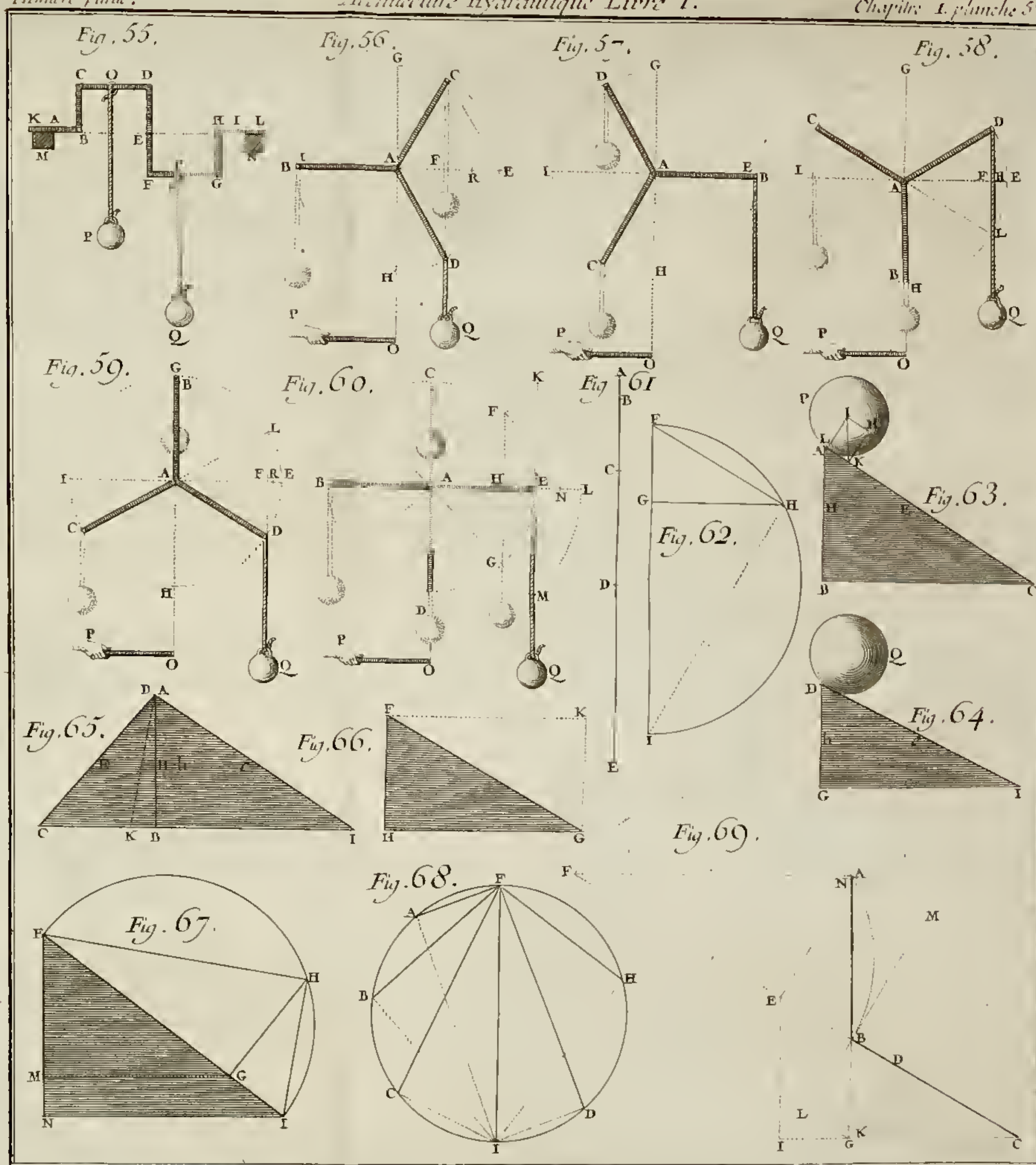
M. *Amontons* eſt le premier qui ſe ſoit appliqué à donner des regles pour calculer le frottement, qu'il a établies ſur un grand nombre d'expériences; cependant comme les conſéquences qu'il en a tirées n'avoient d'autre fondement que ces mêmes expériences, M. *Parent* a eſſayé de traiter ce ſujet géométriquement dans pluſieurs Mémoires. Mais par une fatalité aſſez ordinaire aux découvertes les plus utiles, qui n'arrivent que rarement à la connoiſſance de ceux à qui elles ſeroient le plus néceſſaires, il ne paroît pas que les Machiniſtes en ayent fait juſqu'ici aucune application. Il eſt vrai que ce qu'en dit M. *Parent* n'eſt guere à leur portée; ce ſont des calculs algébriques à perte de vue, capables de les effrayer, au lieu que s'il en avoit déduit des conſéquences en forme de maximes, on les auroit ſuivies avec la confiance que l'on a ordinairement pour tout ce que l'on ſçait être établi ſur des principes de Mathématique, quoique l'on ignore la voie par laquelle on y eſt arrivé. Pour ne point tomber dans le même inconvénient, je vais donner ce qu'il importe le plus de ſçavoir ſur les frottemens, que je ferai enſorte de mettre à la portée de ceux qui n'ont que les pre-

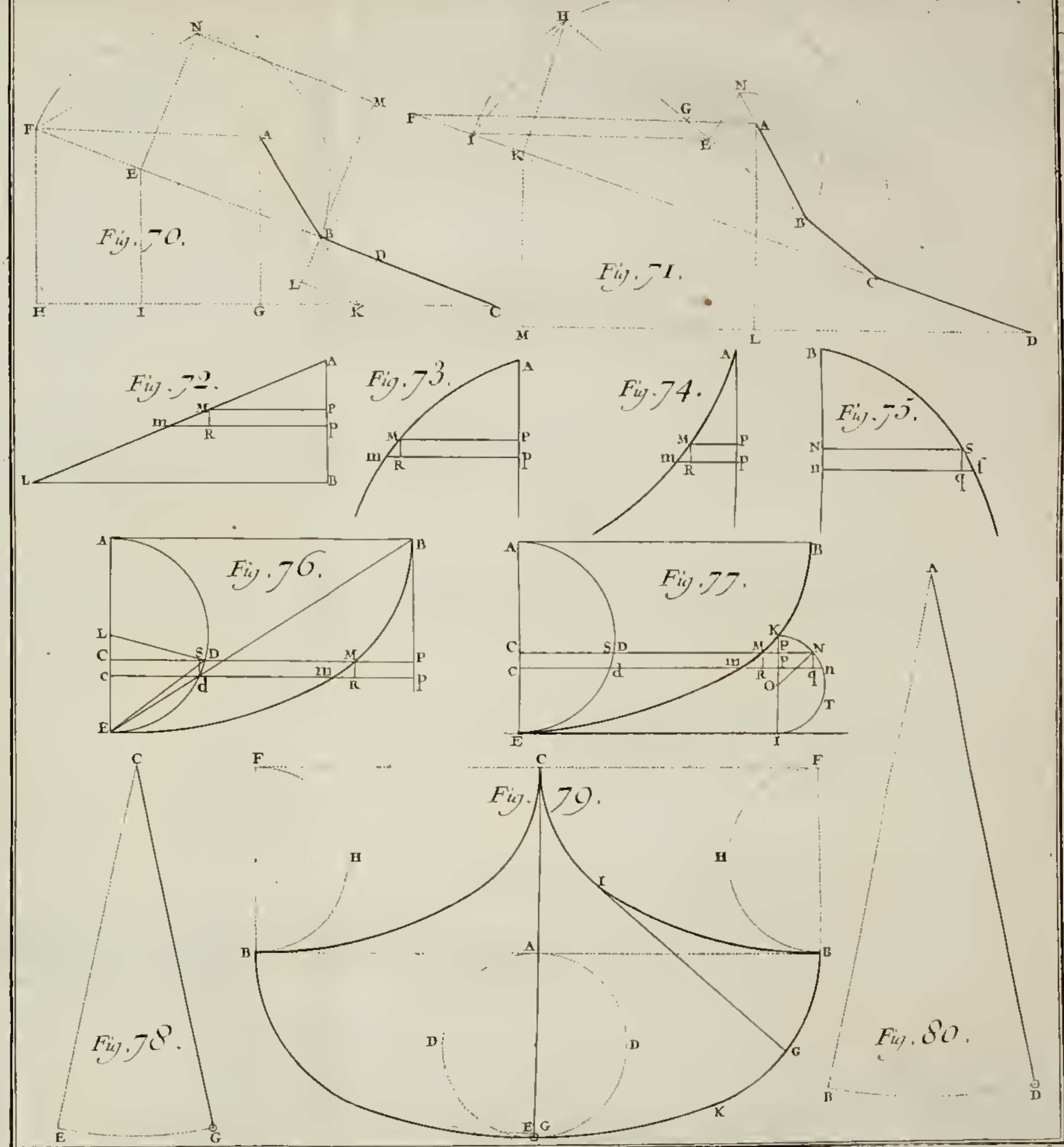

Fig. premiere.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.


Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27.


Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.


Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.


Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.


Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.

miers élémens des Mathématiques, cette matiere pouvant être traitée plus cavaliérement que celles qui ſont de pure Géométrie.

Quelle eſt la cauſe des frottemens.

218. Pour peu que l'on faſſe attention à la cauſe du frottement, c'eſt-à-dire, à la réſiſtance mutuelle que deux corps éprouvent lorſqu'on veut les faire gliſſer l'un ſur l'autre, on verra qu'elle vient des parties dont leurs ſurfaces ſont hériſſées, quoique ſouvent elles ne ſoient point ſenſibles. Si ces parties ſont dures, ſans pouvoir être uſées, ni briſées qu'après un tems conſidérable, comme ſont celles du bois, du cuivre & du fer qu'on emploie ordinairement dans les machines, il faut néceſſairement, pour dégager deux ſurfaces appliquées l'une ſur l'autre, que ſi l'on en fait gliſſer une, elle s'éleve tant ſoit peu, & la difficulté que l'on trouvera à la mouvoir dépendra principalement du poids dont elle ſera chargée.

On peut ſuppoſer que les ſurfaces qui frottent ont hériſſées de demi-ſpheres. PLANCH. 1. FIG. 1, 2, 3 & 4.

Pour mieux inſinuer de quelle maniere ſe font les frottemens de cette eſpece, qui ſe rencontrent le plus dans la pratique de la méchanique, il faut ſuppoſer que deux corps AE & FK étant appliqués l'un ſur l'autre, les ſurfaces qui ſe touchent ſont horizontales, & toutes hériſſées de petites demi-ſpheres oppoſées & égales entr'elles ; de ſorte que les ſpheres ſupérieures ſont engagées dans les interſtices des inférieures, c'eſt-à-dire, qu'il y aura toujours trois demi-ſpheres inférieures, comme A, B, C, qui laiſſeront entr'elles un vuide D, pour recevoir une des ſupérieures. Ceci nous facilitera le moyen de calculer l'effort qu'il faudroit que fît une puiſſance P, pour commencer à mouvoir tant ſoit peu le corps Q, ſelon une direction LP, parallele aux deux ſurfaces, dont l'inférieure AC eſt ſuppoſée immobile.

La réſiſtance cauſée par le frottement eſt proportionnée au poids dont les ſurfaces ſont chargées, & non pas à l'étendue des mêmes ſurfaces.

219. Quelle que ſoit la difficulté que la puiſſance P trouvera à mouvoir le corps Q, il eſt conſtant que la grandeur FH de ſa baſe n'y entrera pour rien ; car ſi on ſuppoſe ce corps diviſé en deux parties égales, & que l'on applique une de ſes moitiés FR ſur l'autre NK, la puiſſance P ſera toujours la même, quoique la baſe ne ſoit que moitié de ce qu'elle étoit, parce que chacune des parties égales de cette derniere ſera chargée d'un poids double de celui dont elle étoit preſſée en premier lieu. D'où il ſuit en général que de pluſieurs ſurfaces de différente étendue, chargées de poids égaux, chacune des parties qui compoſent les grandes eſt moins chargée que chacune des parties de moindre étendue qui compoſent les petites, dans la raiſon réciproque de ces ſurfaces. Or comme c'eſt la même choſe à une puiſſance, d'élever, à l'aide d'un plan incliné, un nombre de petites ſpheres à la fois, ou de n'en élever qu'une ſeule, dont la peſanteur ſeroit égale à celle de toutes

les petites prises ensemble, il sera indifférent à la puissance P qu'il y ait, par exemple, mille demi-spheres de la base du corps Q, engagées dans les interstices que laissent celles de la surface AC, ou qu'il n'y en ait qu'une chargée elle seule du poids total; puisqu'elle sera capable d'une pression mille fois plus grande que chacune des précédentes. Comme donc la hauteur où il faudra que la puissance éleve cette demi-sphere, pour la dégager d'avec les inférieures, sera la même où il faudroit que chacune des autres s'élevassent, l'action de la puissance ne changera point, qu'il y ait un grand nombre de demi-spheres ou qu'il n'y en ait qu'une, parce que dans l'état d'équilibre, sa quantité de mouvement sera toujours exprimée par le produit du poids attribué à plusieurs demi-spheres, ou à une seule, par la hauteur où il faudra l'élever dans le même tems.

Maniere de connoître par raisonnement, le rapport du poids à la résistance du frottement qu'il peut causer.

Fig. 5.

220. Nous supposerons donc que voulant faire glisser un corps sur un autre, toutes les particules de la base du premier, & qui causent la résistance qu'il s'agit de surmonter, sont réduites à une seule demi-sphere DFE, soutenue par trois autres M, P, Q, appartenantes à la surface du corps inférieur. Ainsi cette demi-sphere sera engagée dans l'interstice des trois autres, qu'elle touchera chacune en un point D, F, E; la demi-sphere supérieure étant chargée de tout le poids que nous lui attribuons, tendra à écarter les autres M, P, Q: la premiere M sera poussée selon la direction OA qui joint les centres OA, & qui passe par le point d'attouchement D; de même la seconde P sera poussée selon la direction OC, qui joint leurs centres O, C, en passant par le point d'attouchement F: enfin la troisieme Q le sera selon la direction OB, qui passe par le point d'attouchement E.

Présentement, si la demi-sphere supérieure est tirée par une puissance R, selon une direction horizontale OR, partant du centre O, il est question de sçavoir le rapport de cette puissance au poids attribué à la demi-sphere supérieure, pour que cette puissance soit prête à la mouvoir.

Dans le moment que la demi-sphere O est disposée à suivre la puissance R, il est évident qu'elle cesse de presser la demi-sphere M au point D, & qu'elle ne s'appuye plus que contre les autres P & Q, qui la repoussent selon les directions BO & CO; ou, si l'on veut, selon une seule direction TO, composée des deux précédentes, avec une force que nous pouvons exprimer aussi par la même ligne TO.

Si l'on tire les lignes AB, AC, BC, pour joindre les centres des trois demi-spheres inférieures, elles passeront par les points où ces demi-

demi-ſpheres ſe touchent, & formeront un triangle équilatéral ABC. Tirant auſſi la perpendiculaire AT, elle coupera à angles droits la verticale OG, & l'on aura le triangle rectangle OGT, dont les trois côtés pourront exprimer les trois puiſſances qui font équilibre entr'elles pour ſoutenir la demi-ſphere ſupérieure; car ayant pris OT pour l'action de la ſphere ſupérieure contre les deux inférieures D & Q, OG pourra être pris pour le poids de cette demi-ſphere, & GT pour l'action de la puiſſance R que l'on cherche : il reſte donc à trouver le rapport de GT à GO. FIG. 5.

Pour y parvenir, je conſidere que les lignes OA, OB, OC, AB, AC, BC, ſont égales entr'elles, & forment les arrêtes d'un *tetraëdre* qui a pour axe la perpendiculaire OG, car elles ſont chacune double du rayon d'une des demi-ſpheres; ainſi BC ſera diviſé en deux également au point T. Or ſi l'on ſuppoſe que BO ſoit compoſé de ſix parties égales, à cauſe du triangle rectangle OBT, le quarré de BO valant 36, & le quarré de BT 9, celui de OT ſera de 27. D'autre part, on ſçait que le centre de gravité d'un triangle équilatéral eſt le même que celui de grandeur, & la figure ACBO étant une pyramide réguliere, le point O ſera le centre de gravité de cette baſe, & ſe trouvera au tiers de la ligne AT, tirée de l'angle A au milieu de ſon côté oppoſé (100); ainſi GT ſera le tiers de la perpendiculaire OT, & le quarré de OT étant de 27, celui de GT, qui en eſt la neuvieme partie, ſera de 3, & celui de OG de 24, à cauſe du triangle rectangle OGT.

221. Si l'on multiplie ces deux nombres par 10000, pour en avoir les racines plus exactement, on trouvera qu'elles peuvent être exprimées par 173 & 489, ces deux nombres étant à-peu-près dans le rapport de 1 à 3. Il ſuit que, dans la pratique, la puiſſance R pourra être conſidérée comme étant égale au tiers de la demi-ſphere; d'autant mieux qu'il arrive rarement que le frottement qui ſe rencontre dans les machines ſoit tout-à-fait ſi grand que nous le ſuppoſons ici, par le ſoin qu'on prend de polir les ſurfaces des parties qui doivent ſe toucher, & de les enduire de vieux oing pour en rendre le mouvement plus doux. En effet, quand la graiſſe s'eſt inſinuée dans les concavités imperceptibles que laiſſent entr'elles les particules ſaillantes, elles ne s'engrainent plus tant. On peut donc conclure que ſi la demi-ſphere ſupérieure peſoit 60 liv. il faudroit environ 20 liv. de force à la puiſſance pour commencer à la tirer à ſoi, & que ſi ce poids de 60 liv. au lieu de n'appartenir qu'à une ſeule demi-ſphere, étoit également diſtribué à un grand nombre d'autres unies à une même ſurface comme dans la premiere

Pour qu'une puiſſance puiſſe ſurmonter la réſiſtance du frottement, il faut qu'elle ſoit égale au tiers du poids qui le cauſe.

figure ; il faudroit de même 20 liv. de force à la puissance P, pour commencer à mouvoir le corps Q, sans se mettre en peine de la grandeur de sa base, qui n'a rien de commun avec l'action de sa pesanteur, comme je l'ai déja insinué.

Expériences faites avec différentes matieres, par lesquelles on a reconnu que le frottement étoit toujours le tiers du poids.

222. J'ai dit que M. *Amontons* avoit fait un grand nombre d'expériences sur le frottement, j'ajouterai qu'il a trouvé que faisant glisser du fer, du cuivre, du plomb, ou du bois l'un sur l'autre, que ces matieres fussent de même espece, ou variées entr'elles, la résistance causée par le frottement étoit toujours à-peu-près le tiers de la pesanteur du corps qu'on voudroit mouvoir, lorsque les surfaces qui se touchoient étoient enduites de vieux oing ; & que cette résistance suivoit toujours la proportion des poids, sans que la grandeur des surfaces causât aucun changement. J'en ai fait aussi où j'ai observé les mêmes choses ; & pour montrer combien devoit être exacte la façon dont je m'y suis pris, je m'y arrêterai un moment.

La meilleure maniere de faire des expériences sur le frottement, est de se servir d'un plan incliné.

223. Si l'on a un corps D, posé sur un plan incliné AB, ensorte que la ligne de direction GH, tirée de son centre de gravité G, passe par sa base EF, il demeurera en repos, si les particules de la base du corps, & celles du plan incliné s'accrochent de maniere à contrebalancer la partie du poids qui tend à le faire glisser. Mais il est visible que ce corps ne se soutiendra pas ainsi sur toutes sortes de plans, & qu'il y en aura qui seront trop élevés, c'est-à-dire trop roides, & où la partie du poids qui tend à le faire glisser sera supérieure à la résistance causée par le frottement. Un plan peut donc être incliné de façon que la partie du poids dont je parle soit en équilibre avec le frottement ; & supposant que l'on ait trouvé par expérience l'angle sous lequel le plan doit être incliné pour que cela arrive, on connoîtra ensuite le rapport de la puissance qui doit être en équilibre avec le frottement, à la partie du poids dont le plan incliné est chargé.

FIG. 6.

Si du centre de gravité G, on abaisse la perpendiculaire GI sur le plan ; qu'on tire la ligne GP parallele à AB, & qu'on fasse le parallélogramme HL ; prenant le côté GH pour exprimer le poids D, la diagonale GI exprimera la pression du même poids sur le plan incliné ; & le côté GL, la partie du poids qui tend à faire glisser le corps D, ou la puissance P qui s'y oppose. Si le plan est incliné de façon à le mettre en état d'être tout prêt à glisser, le rapport du frottement à la pression du poids sera comme GL est à GI, ou comme BC est à CA ; c'est-à-dire, comme la hauteur du plan incliné est à sa base, à cause des triangles semblables GLI & ABC.

224. Il ſuit de-là que lorſqu'on voudra connoître le frottement dont deux corps ſont capables, il faudra incliner celui qui ſert de baſe, tant que l'autre qui eſt deſſus commence à gliſſer imperceptiblement, & obſerver quel eſt l'angle ſous lequel cela arrivera ; le rapport de la tangente de cet angle au ſinus total, donnera celui du frottement à la partie du poids qui le cauſe. J'ai remarqué dans les expériences que j'ai faites ainſi, que l'angle d'inclinaiſon BAC étoit d'environ 18 degrés 20 minutes, qui donne BC, AC :: 33136, 100000 ; ou BC, AC :: 1, 3.

Un corps commence à gliſſer ſur un plan incliné, quand ce plan fait avec l'horizon un angle de 18 degrés 20 minutes.

Quand on aura trouvé le rapport du frottement d'un corps à la partie de ſon poids qui preſſe un plan incliné, on aura auſſi le rapport du frottement du même corps à ſa peſanteur ſur un plan horizontal ; puiſque le frottement augmentant dans la raiſon des preſſions, ce rapport ſera toujours le même ; c'eſt-à-dire, que ſi ſur un plan incliné le frottement eſt le tiers de la peſanteur relative du corps, ſur un plan horizontal le frottement ſera auſſi le tiers de la peſanteur abſolue du même corps ; mais voilà ce principe ſuffiſamment établi.

225. Il y a des cas où l'on ne pourroit, ſans erreur, faire abſtraction de la grandeur des ſurfaces pour en eſtimer le frottement. Par exemple, ſi l'on en avoit deux extrêmement polies, appliquées l'une contre l'autre, & qu'il n'y eût point d'air entre-deux, dont le reſſort pût contrebalancer le poids de l'athmoſphere, la preſſion ſeroit d'autant plus grande que la ſurface ſupérieure préſenteroit une plus grande baſe à la colonne d'air, dans la raiſon même de la grandeur des ſurfaces preſſées. Mais parce que dans les machines les parties qui ſe frottent ſont preſque toujours curvilignes, comme ſont les tourillons, les fuſeaux des lanternes, les dents des roues, celles des pignons, &c, quand on en veut calculer le frottement, il eſt inutile d'avoir égard à la preſſion cauſée par la peſanteur de l'air.

Quand la peſanteur de l'air agit ſur une ſurface, il faut alors avoir égard à l'étendue de cette ſurface pour en eſtimer le frottement.

226. Il arrive quelquefois que la peſanteur d'un ſeul corps produit une multiplication de frottement dont il eſt à propos d'examiner la cauſe. Soit un plan EF preſſé entre deux autres AB & CD, dont le premier eſt chargé d'un poids G, ſi le plan CD eſt immobile, & l'autre AB retenu au point fixe H, la puiſſance P, voulant tirer le plan EF à ſoi, éprouvera, de la part du frottement, une réſiſtance double de celle que peut cauſer naturellement le poids G.

Cas ſingulier où un même corps peut cauſer une multiplication de frottement.

FIG. 7.

Il eſt conſtant que la puiſſance P ne pouvant attirer le plan EF ſans ſurmonter le frottement de la ſurface ſupérieure contre l'in-

férieure du plan AB, ce sera la même chose à la puissance de dégager les particules d'en-bas d'avec celles d'en-haut, ou de dégager ces dernieres d'avec les précédentes, puisque le mouvement vertical du poids G, sera le même d'une maniere comme de l'autre; il faudra donc que le plan AB s'éleve autant au-dessus du plan EF, que ce dernier s'élevera au-dessus de CD. Ainsi la puissance P ne pourra tirer le plan EF à soi, sans que le poids n'ait une quantité de mouvement double de celle qu'il auroit s'il n'étoit point arrêté. Mais comme c'est la même chose d'élever un certain poids à une hauteur double d'un autre, ou d'élever un poids double à une hauteur simple dans le même tems (98): il faut donc, pour que la puissance P soit en équilibre avec le frottement des deux surfaces du plan EF, qu'elle ait une force double de celle qu'il lui faudroit s'il n'étoit question que du frottement d'une seule surface.

Si au lieu de deux plans on en avoit un grand nombre, comme A, tous considérés sans pesanteur, arrêtés en B, & qu'il y eût entre-deux d'autres plans C pressés par un seul poids G, la puissance P qui voudroit tirer tous ces plans à-soi sera obligée d'employer une force proportionnée à leur nombre; c'est-à-dire, que s'il y en avoit douze, composant ensemble 24 surfaces, & que le poids fût de 30 livres, le frottement de ce poids contre une des surfaces étant de 10 liv. il faudra à la puissance 240 liv. de force pour surmonter le frottement total. Car le poids s'élevera 24 fois plus haut, pour laisser à toutes les surfaces la liberté de se dégager, que si l'on n'avoit à vaincre que le frottement d'une seule surface, puisque par la raison que je viens d'insinuer, il tiendra lieu d'un poids de 720 livres : ce qui fait voir qu'il y a des cas où un poids médiocre peut causer beaucoup de résistance.

FIG. 8.

Le frottement d'un corps contre une surface verticale sera insensible, si ce corps est soutenu en l'air par son centre de gravité.

227. Ayant une surface verticale AB, contre laquelle seroit appliquée une des faces du corps EG, & qu'une puissance P fît monter ou descendre ce corps le long de cette surface par une direction FP, partant du centre de gravité du corps, & parallele à la surface, il est constant que cette puissance soutenant tout le poids, quelque grand qu'il soit, le frottement d'une des faces du corps sera très-peu de chose, puisqu'on peut dire qu'il n'y a point de frottement où il n'y a point de pression. Cependant si les deux surfaces qui se touchent sont dans le cas d'avoir des parties saillantes qui s'engrainent mutuellement, comme nous l'avons conçu jusqu'ici, le corps ne pourra monter sans s'écarter tant soit peu de la verticale pour se dégager d'avec la surface AB, & sans que la puissance P ne fasse un effort un peu au-dessus de celui du poids,

FIG. 9.

à quoi ſe réduit le frottement qui ſe rencontre ici, qu'il ne faut pas confondre avec celui qui naît de la peſanteur abſolue du poids. Par exemple, il eſt bien vrai que les piſtons frottent contre les parois du corps de pompe; mais comme c'eſt le cercle du piſton qui ſoutient tout le poids de la colonne d'eau, & non pas la ſurface, que d'ailleurs le cuir dont elle eſt entourée, pour s'unir plus intimement au corps de pompe, eſt flexible; quelle que ſoit la meſure de ce frottement, il n'a rien de commun avec la peſanteur de la colonne d'eau, & quand on s'eſt laiſſé éblouir par les avantages d'un piſton ſans frottement, c'eſt qu'on n'a pas aſſez d'attention à la nature de celui qui ſe trouve en pareil cas.

228. S'il y avoit une ſeconde puiſſance Q qui pouſsât le corps D ſelon une direction QD, perpendiculaire à la face EG, il faudra que la premiere P, pour faire monter ce corps, ſoit au-deſſus de ce que nous l'avons ſuppoſée, puiſqu'elle aura encore à ſurmonter le frottement cauſé par la preſſion de la puiſſance Q. Suppoſant cette preſſion de 30 liv. & le poids de 40, il faudra que la puiſſance P ſoit de 50, parce qu'agiſſant ſelon une direction parallele au plan AB, la réſiſtance cauſée par le frottement ſera le tiers de la puiſſance.

Si une ſurface verticale eſt pouſſée perpendiculairement contre une autre ſurface, le frottement ſera encore le tiers de la preſſion.

Si l'on fait abſtraction de la puiſſance P, & que le corps EG repoſe ſur un plan horizontal HCIK, tandis qu'il eſt pouſſé par la puiſſance Q contre la ſurface verticale AB, comme ci-devant, & par une autre puiſſance M ſelon une direction horizontale ML, & parallele à la ſurface AB, il arrivera que la puiſſance M aura deux obſtacles à ſurmonter, celui du frottement du corps contre la ſurface verticale, & celui du même corps contre le plan horizontal HI. Car la preſſion contre la ſurface verticale, quelque force qu'on attribue à la puiſſance Q, ne diminue point l'action de la peſanteur du corps, qui n'en preſſera pas moins le plan horizontal que ſi la puiſſance Q n'y étoit pas: (68) ainſi la puiſſance M ſera exprimée par le tiers de la puiſſance Q, plus le tiers de la peſanteur du corps. FIG. 9.

229. Il ſuit que ſi l'on avoit une ſurface verticale & inflexible EFGH, engagée dans deux couliſſes AB & CD, & qu'une puiſſance Q la pouſsât ſelon une direction perpendiculaire QI, la puiſſance P, qui voudroit élever cette ſurface, doit être égale à ſon poids, plus au tiers de la puiſſance Q, ou de la preſſion qu'elle cauſe. Ce qui fait voir que dans les *écluſes*, la difficulté que l'on éprouve à élever une *vanne* qui ſoutient de l'eau vient de deux cauſes: la premiere, du poids de la vanne; la ſeconde, de la pouſſée FIG. 10.

de l'eau contre la même vanne, laquelle ayant pour appuis les couliſſes, elle les preſſe ſelon une direction perpendiculaire, & cauſe un frottement dont il eſt aiſé de faire l'eſtimation.

230. Pour faire mention des différens cas où le frottement a lieu, & qui ſe rencontrent ordinairement dans les machines, comme on en jugera par les exemples que je donnerai dans la ſuite, imaginons que le rectangle AB repréſente une piece de bois équarrie, comme ſont ordinairement, dans certains moulins, les pilons qui ſe trouvent enclavés entre des pieces de traverſe EF & MN, nommées *priſons*; elles ſervent à les diriger lorſqu'ils montent & retombent, par l'action d'une puiſſance P, que nous ſuppoſerons appliquée au point V du *mentonet* SV pour le faire monter de V en O, ſelon une direction PV perpendiculaire à la face ST. Comme il faut donner un peu de jeu entre les priſons, il arrive que la puiſſance P, n'agiſſant point dans la direction KY qui paſſe par le centre de gravité du pilon, fait qu'il appuye & frotte contre le bord des faces C & D. Pour calculer ces deux frottemens, je ſuppoſe qu'une puiſſance Q repouſſe le pilon, ſelon une direction QC perpendiculaire à VG, avec une force égale à la preſſion qui ſe fait au point C: alors regardant le point V comme un point d'appui, & le poids L comme celui qu'on veut élever, il y aura même raiſon de ce poids à la puiſſance Q, que de la perpendiculaire VG à la perpendiculaire VI; ce qui donne $\frac{VI \times L}{VG} = Q$. De même, pour ſçavoir la preſſion qui ſe fait au point D, nous ſuppoſerons auſſi que la puiſſance R qui agit ſelon une direction perpendiculaire RD, lui fait équilibre; ce qui donne encore, le poids L eſt à la puiſſance R comme la perpendiculaire VH eſt à la perpendiculaire VI, ou $\frac{VI \times L}{VH} = R$.

FIG. 11.

Dans les deux diviſions précédentes, les dividendes étant les mêmes, les quotiens ſeront en raiſon réciproque des diviſeurs; par conſéquent le frottement au point C ſera à celui du point D, comme HV eſt à VG: ce qui donne lieu à pluſieurs remarques que nous allons rendre ſenſibles à l'aide de la figure 12, dont voici la conſtruction.

Application des propriétés de l'hyperbole à la variété des frottemens des pilons.
FIG. 11 & 12.

231. Il faut tirer la ligne *gh* égale à la verticale GH de la figure précédente, & par ſes extrémités mener les paralleles *gi* & *hl*, pour faire les angles alternes *igh* & *ghl* de telle ouverture que l'on voudra. On prendra ſur la ligne *gh*, en partant de ſes extrémités, les parties *ga* & *ha*, chacune égale à la diſtance IV, où ſe trouve la puiſſance P de la ligne de direction du poids L; enſuite on tirera la li-

gne *ab*, parallele à *gi*, ou à *hl*, que l'on fera d'une grandeur arbitraire; & prenant les côtés des angles *igh* & *ghl* pour des aſſymptotes, on fera paſſer par chacun des points *b* une *hyperbole*.

Il s'agit préſentement de faire voir quelle eſt la preſſion du pilon dans les différentes élévations du mentonet: il faut par le point *u* mener à l'aſſymptote *gi* la parallele *qſ* terminée par les deux hyperboles; & ſi l'on ſuppoſe le mentonet à la hauteur *u* priſe au-deſſous du point *n*, milieu de *gh*, je dis que *uſ* exprimera la preſſion qui ſe fait au point C, & *uq* celle qui ſe fait au point D, & que le rapport de chacune de ces lignes à la conſtante *ab*, ſera le même que celui de chaque preſſion au poids L. Car, par la propriété de l'hyperbole, on aura $gu \times uſ = ga \times ab$, & $hu \times uq = ga \times ab$, qui eſt la même choſe que $GV \times Q = IV \times L$, & $VH \times R = IV \times L$.

Cas où le frottement des pilons eſt le moindre de tous.

232. Il ſuit premiérement, que quand le mentonet ſe trouve à la hauteur *n*, milieu de la verticale *gh*, la parallele *mo* à l'aſſymptote *gi*, étant alors diviſée en deux également, la preſſion contre les points C & D eſt égale; & que dans ce cas-là, la ſomme de ces deux preſſions eſt la moindre de toutes celles qui peuvent naître des différentes élévations du mentonet, parce que la parallele *mo* eſt la plus petite de toutes celles qu'on peut tirer d'une hyperbole à l'autre.

Cas où le frottement des pilons eſt le plus grand.

233. Secondement, lorſque le mentonet touchera les priſons E ou N, ſi les lignes égales *gd* & *hd* en marquent l'épaiſſeur, la preſſion ſera la plus grande de toutes, parce que les paralleles *c*, *e*, ſeront les plus grandes de toutes celles qu'on peut mener dans l'intervalle *d*, *d*.

Cas où le frottement d'un pilon peut devenir infini.

234. Troiſiémement, ſi le point V du mentonet ne rencontroit nul obſtacle, & qu'il pût parvenir au niveau des points C, ou D; les points *d* ſe confondant avec *g* & *h*, la ligne *de* ſe confondra auſſi avec l'aſſymptote *gi*, ou *hl*, il y aura une des deux preſſions qui ſera infinie, & l'autre *gf* ſera la moindre de toutes celles que peut recevoir la priſon oppoſée.

Cas où le frottement des pilons va en diminuant.

235. Quatriémement, lorſque le jeu du mentonet ſe fait au-deſſous du point *n*, comme de *u* en *t*, on voit qu'à meſure qu'il monte, le frottement diminue, le rapport du grand au moindre étant comme *qſ* eſt à *rx*.

Situation qu'il faut donner au mentonet, pour que les pilons aient le moins

236. Cinquiémement, lorſque le mentonet ſe trouvera à une égale diſtance du point *n* au-deſſus & au-deſſous, les preſſions ſeront égales, & d'autant plus petites que le mentonet ſera moins éloigné du point *n*; ce qui fait voir que dans la conſtruction des pilons, il faut, pour qu'il y ait le moins de frottement qu'il eſt poſ-

de frottement qu'il est possible.

sible, placer le mentonet de maniere que le chemin qu'il doit faire soit partagé en deux également par le milieu de l'intervalle des prisons.

Le frottement des pilons dépend aussi de la longueur du mentonet.

Fig. 11 & 12.

237. Comme la ligne *ga* exprime le bras de levier IV, si cette ligne augmentoit, tandis que *ab* ou le poids auroit toujours la même valeur, la pression ou le frottement augmentera dans la même raison, parce que le sommet de chaque hyperbole s'éloignera des points *g* & *h*. Ainsi, supposant que lorsque le mentonet commence à monter, la puissance P soit appliquée au point S, & qu'elle aille de S en V d'un mouvement uniforme, dans le tems qu'elle fait monter le pilon de V en O, au premier instant, il faudra que la ligne *ga* soit égale à IS, & la parallele *qs* sera autant au-dessous de ce qu'elle est présentement, que IS est au-dessous de IV. C'est ce qui fait voir que la puissance, en montant, diminuera dans un sens, & augmentera de l'autre; mais elle diminue beaucoup moins à proportion qu'elle n'augmente, par la longueur du bras de levier qui va toujours en croissant; ce que l'on peut exprimer d'une maniere générale. Nous nommerons z, la distance où la puissance P pourra se trouver du point I; y la hauteur DS, ou HV du mentonet au-dessus de la ligne horizontale DR, d la verticale GH; par conséquent GV sera $d-y$: ainsi on aura $\frac{Lz}{y}$ pour la pression au point D, & $\frac{Lz}{d-y}$ pour la pression au point C; & si le rapport de la pression au frottement est celui de m à n, on aura $\frac{nLz}{my} + \frac{nLz}{md-my}$ pour le frottement, à quoi ajoutant le poids L, il viendra enfin $L + \frac{nLz}{my} + \frac{nLz}{md-my} = P$.

Il faut calculer le frottement des pilons dans le cas du plus grand effort que la puissance sera obligée de faire.

238. Nous avons dit (236) qu'il falloit que le chemin que fait le mentonet eût ses extrémités également éloignées des deux points où se fait la pression; dans ce cas, si la puissance restoit à la même distance de la ligne de direction du poids, elle iroit toujours en décroissant jusqu'au milieu du chemin qu'elle doit parcourir, (235) & ensuite augmentera jusqu'à devenir égale à ce qu'elle étoit au commencement de la montée. Or quand on voudra déterminer cette puissance par rapport au poids & au frottement qu'elle doit surmonter, il faudra l'estimer dans le cas du plus grand effort qu'elle sera obligée de faire au commencement & à la fin du chemin qu'elle a à parcourir, sans se mettre en peine si elle varie entre ces deux extrémités. Alors y pourra être regardée comme une quantité constante que l'on déterminera par la hauteur HV, où le mentonet

mentonet se trouve au-dessus de la ligne DH lorsqu'il commence à monter. Nommant cette hauteur C, on aura, au lieu de l'expression précédente, $L + \frac{2nLz}{mc} = P$, & si m, n :: 3, 1, on aura $L + \frac{2Lz}{3c} = P$, dont nous ferons usage par la suite. Quelquefois le mentonet, au lieu de se trouver entre les deux points où se fait le frottement, est placé vers le bas du pilon, au-dessous de la prison inférieure; mais de quelque maniere qu'il soit situé, ce que je viens de dire doit suffire pour en calculer le frottement.

Ce qui précede fait bien voir que quand on veut examiner de près le jeu des parties d'une machine, pour en avoir des idées justes, afin d'en calculer exactement l'effet, on y découvre mille choses qu'on n'apperçoit qu'après des recherches très-compliquées. Il est vrai qu'on peut se dispenser d'être aussi scrupuleux, mais on se relâche toujours assez quand on en vient à l'exécution, & si l'on vouloit traiter dans la rigueur géométrique tout ce qui appartient aux pilons seulement, on se trouveroit engagé dans des difficultés de calcul qui ne seroient pas aisées à résoudre.

Les frottemens qui se font par un mouvement circulaire, doivent être calculés comme s'ils se faisoient en ligne droite, & l'on doit avoir égard aux bras de levier qui répondent au poids & à la puissance.

239. Nous avons supposé jusqu'ici que la puissance qui surmontoit le frottement agissoit en ligne droite, & que sa vîtesse étoit la même que celle du poids; mais, dans les machines, les mouvemens étant presque toujours circulaires, & la vîtesse du poids & de la puissance étant différente, nous allons faire voir que la puissance qui doit surmonter le frottement, croît ou diminue selon sa vîtesse par rapport à celle du poids, ou, ce qui revient au même, selon la grandeur des bras de levier qui répondent à l'un & à l'autre, & que par conséquent, pour calculer les frottemens, il faut suivre les loix ordinaires de la méchanique.

Si l'on a un corps A posé sur un plan horizontal, attaché par son centre de gravité à une verge inflexible AC, dont le point d'appui B est dans le milieu; & qu'à l'extrémité C, il y ait une puissance qui tire toujours selon une direction CH, perpendiculaire au levier, le centre de gravité du poids ira de A en I, & décrira une circonférence, ainsi que le point C; l'un & l'autre avec la même vîtesse. Par conséquent, cette puissance sera équivalente au tiers du poids, comme si elle agissoit selon une ligne droite AE. Fig. 15.

Si la puissance est appliquée au point D, milieu de BC, elle décrira la circonférence LM, moitié de IK, & sa vîtesse n'étant que moitié de celle du poids, il lui faudra une force double de celle qu'elle avoit à l'extrémité C, c'est-à-dire, dans la raison réciproque

de ſon bras de levier à celui du poids ; ainſi il faudra qu'elle ſoit les deux tiers de la peſanteur du corps A. Si au contraire le bras de levier BF étoit double de BA, la vîteſſe de la puiſſance ſeroit double de celle du poids, & ſa force ſeroit égale à la ſixieme partie de la peſanteur du même poids.

Quand un corps eſt mû autour d'un point fixe, le bras de levier qui répond au frottement, doit être exprimé par la diſtance du point fixe au centre de gravité de la ſurface qui frotte.

FIG. 13.

240. Lorſqu'on fait mouvoir un corps ſur un plan autour d'un point fixe, les parties de la ſurface qui frotte ont plus ou moins de vîteſſe ſelon leur éloignement de ce point : pour avoir une vîteſſe moyenne, il faut déterminer la longueur du bras de levier qui doit appartenir au poids, par la diſtance du point fixe au centre de gravité de la ſurface. Par exemple, ſi l'on avoit un corps cylindrique ROQS, comme une meule de moulin poſée à plat, qu'on voulût faire tourner autour de ſon centre B; la baſe étant un cercle, on pourra ſuppoſer que la peſanteur de ce corps eſt également diſtribuée ſur la circonférence LM, qui a pour rayon la ligne BD, laquelle doit être les deux tiers de BT, (101) & même, ſi l'on veut, en un ſeul point D qui aura pour bras de levier la ligne BD. Ainſi, lorſqu'une meule à moulin ſe meut d'un mouvement uniforme, on peut dire que ſa quantité de mouvement eſt le produit de ſa peſanteur par la circonférence LM, ou par les deux tiers de celle de ſon grand cercle.

Il ſuit de-là que lorſque l'arbre d'une machine eſt dans une ſituation verticale, & qu'il aboutit par le pied à un pivot qui tourne dans une crapaudine, le frottement de ce pivot a pour bras de levier les deux tiers de ſon rayon.

FIG. 14 & 15.

Il y a des cas où une puiſſance qui agit pour élever un poids, contribue à en augmenter le frottement.

241. Ayant un cylindre ADCH, poſé horizontalement ſur deux paliers taillés en portion de cercle, comme on le voit à l'endroit KHZ du profil, pour ſervir à une puiſſance Q à élever un poids P, ſelon une direction perpendiculaire au diametre horizontal AC, à l'aide d'une corde qu'on ſuppoſe faire pluſieurs tours ſur le cylindre pour le contraindre à tourner dans les paliers KHZ. Il eſt certain que, dans l'état d'équilibre, s'il n'y avoit point de frottement, la puiſſance ſeroit égale au poids, par conſéquent ſi ce poids eſt de 60 liv. l'appui ſera chargé de 120; le frottement du cylindre contre le palier étant le tiers de la preſſion, il faudra ajouter 40 liv. à la puiſſance, parce que la vîteſſe de la ſurface qui frotte eſt égale à celle de la puiſſance qu'on peut ſuppoſer appliquée au point C, l'une & l'autre étant également éloignée du centre. La puiſſance ainſi augmentée, la preſſion du cylindre contre l'appui le ſera auſſi, & cauſera un ſurcroît de frottement égal au tiers de cette augmentation, c'eſt-à-dire, au tiers de 40 livres, qui eſt $13\frac{1}{3}$, qu'il

faut encore ajouter à la puiſſance. Mais cette ſeconde augmentation va cauſer une nouvelle preſſion, par conſéquent un nouveau frottement; il faudra donc prendre le tiers de $13\frac{1}{3}$, & encore le tiers du tiers, ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ſoit parvenu à un poids ſi petit qu'il ne mérite pas qu'on en tienne compte. On trouvera donc que le frottement donne $40 + 13\frac{1}{3} + 4\frac{4}{9} + 1\frac{13}{27} + \frac{40}{81} + \frac{40}{243} = 59 + \frac{223}{243}$, qui étant ajoutés à 60, on aura $119\frac{223}{243}$ pour la valeur de la puiſſance, afin qu'elle ſoit en équilibre avec le poids & le frottement; de ſorte que ſi on l'augmentoit tant ſoit peu, elle feroit monter le poids.

242. Comme les quantités dont il faut augmenter la puiſſance compoſent une progreſſion géométrique, dont les termes doivent aller en décroiſſant juſqu'à zero, l'on trouvera tout d'un coup la ſomme de tous ces termes par une regle générale démontrée dans les Elémens d'Algebre : la voici. *Maniere de trouver la ſomme des termes d'une progreſſion géométrique.*

Si l'on a une progreſſion géométrique, allant en décroiſſant juſqu'à zero, on aura la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier, en multipliant le premier par le ſecond, & en diviſant le produit par la différence du premier au ſecond: ainſi les deux premiers termes étant a & b, la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier, ſera $\frac{ab}{a-b}$.

Préſentement, ſi l'on ſuppoſe que a exprime la ſomme du poids & de la puiſſance, dans l'état d'équilibre, le premier terme de la progreſſion ſera $\frac{a}{3}$, & le ſecond $\frac{a}{9}$; d'où l'on tire $\dfrac{\frac{a}{3} \times \frac{a}{9}}{\frac{a}{3} - \frac{a}{9}}$, ou $\dfrac{\frac{aa}{27}}{\frac{2a}{9}} = \frac{a}{6}$; qui fait voir que *quand le rapport qui regne dans la progreſſion eſt celui de 3 à 1, la ſomme de tous les termes qui ſuivent le premier eſt égale à la moitié du premier;* par conſéquent on aura, pour tous les termes enſemble, $\frac{a}{3} + \frac{a}{6}$, ou $\frac{a}{2}$, pour l'expreſſion du frottement; on peut donc établir cette regle générale.

243. *Quand l'action d'une puiſſance ſe joindra à celle du poids, pour en augmenter la preſſion ſur le point d'appui, & que leurs directions ſeront paralleles, il faut que cette puiſſance, pour être en équilibre avec le frottement ſeul, ſoit égale à la moitié de la preſſion que ſoutient l'appui, lorſque la puiſſance & la ſurface qui frotte ont la même vîteſſe.* *Regle générale pour calculer les frottemens dans le cas où l'action de la puiſſance ſe joint à celle du poids.*

Voulant donc ſçavoir la force qu'il faut à la puiſſance Q pour

ſurmonter le frottement du cylindre, il ſuffira tout d'un coup de prendre la moitié de ſa preſſion, on aura 60 liv. au lieu de $59 \frac{223}{243}$, qui eſt un peu moindre, parce que nous n'avions pas pouſſé les termes de la progreſſion aſſez loin.

Attention qu'il faut avoir lorſque la direction de la puiſſance n'eſt pas parallele à celle du poids.

244. Quand les directions du poids & de la puiſſance ne ſont pas paralleles, l'appui n'étant point preſſé par la force abſolue de l'un & de l'autre, le frottement eſt moindre que la moitié de leur ſomme. Par exemple, ſi la puiſſance étoit appliquée en R, & qu'elle tirât ſelon une direction horizontale DR, parallele au diametre AC; on peut ſuppoſer que la corde eſt attachée au centre B, que la puiſſance tire ſelon une direction BY, & que le poids eſt ſuſpendu au même centre. Or, comme dans l'état d'équilibre la puiſſance eſt égale au poids, on pourra prendre le rayon BC pour la puiſſance, & le rayon BH pour la peſanteur du poids. Alors, ſi l'on mene la ligne HO, parallele à BC, on aura le parallélogramme des forces HBCO, dont la diagonale BO exprimera l'action du poids au point Z; le frottement étant égal à la moitié de cette preſſion (par l'article précédent), BV marquera ce qu'il faut ajouter à la puiſſance quand elle ſera exprimée par le rayon. C'eſt pourquoi, ſans faire de parallélogramme, il ſuffit de tirer la corde HC qui joint les directions du poids & de la puiſſance, & de prendre, pour l'expreſſion du frottement, la perpendiculaire tirée du centre ſur cette corde, pour avoir $R = BC + BV$.

245. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction ES, la ſuppoſant encore appliquée au centre B, de même que le poids, c'eſt comme ſi elle agiſſoit ſelon BX, parallele à ES; le frottement ſe fera au point M, & l'on aura $S = BN + BL$. Quand le point E ſe confondra avec la perpendiculaire, BL égalera le rayon, la direction ES ſera parallele à celle du poids, & l'on retombera dans le premier cas, puiſque la puiſſance S ſera double du rayon.

246. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction NT, c'eſt encore comme ſi elle agiſſoit ſelon la direction BG, parallele à la précédente; la preſſion ſe fera au point K, & l'on aura toujours $T = BH + BI$.

247. Enfin ſi la puiſſance agiſſoit ſelon la direction A4, qui ſeroit la même que celle du poids, elle ſoutiendra ce poids ſans que ni l'un ni l'autre preſſe l'appui, & il n'y aura d'autre frottement que celui que peut cauſer la ſeule peſanteur du cylindre.

Examen des différens de-

248. Ce que nous venons de dire s'applique de ſoi-même à ce qui arrive à une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'un treuil &

d'une manivelle; car ſi le coude de la manivelle eſt égal au rayon du treuil, & qu'elle agiſſe toujours ſelon une direction tangente au cercle qu'elle décrit, ſa vîteſſe étant la même que celle de la ſurface qui frotte, cette puiſſance ſera bien à la vérité égale au poids dans l'état d'équilibre, mais lorſqu'elle aura le frottement à ſurmonter, elle variera continuellement, parce que ſa direction ne ſera pas toujours la même que celle du poids. Ce n'eſt que dans le moment qu'elle ſera perpendiculaire à l'horizon, que les deux directions étant paralleles, le point d'appui ſera chargé de ſa force abſolue, auſſi-bien que de celle du poids, & que le frottement ſera la moitié du poids total; au lieu que quand la direction de la puiſſance agiſſant de bas en haut ſe trouve oppoſée à la précédente, ne preſſant point l'appui, elle ſoutient le poids ſeulement, & n'a rien de plus à ſurmonter, ne tenant point compte du frottement cauſé par la peſanteur du treuil; de ſorte qu'on peut dire qu'à chaque révolution la puiſſance va en croiſſant juſqu'à devenir double du poids, & puis décroît juſqu'à lui devenir égale.

grés de force d'une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une manivelle.

Les mêmes remarques ſubſiſteront encore, quoique le coude de la manivelle ſoit plus grand que le rayon du treuil, dès qu'on aura égard à la vîteſſe de la puiſſance par rapport à celle de la ſurface qui frotte, comme nous le ferons voir, après avoir parlé de la balance.

Maniere de calculer les frottemens des tourillons ou eſſieux d'une balance.

249. Si l'on a une balance AC, dont l'eſſieu ſoit dans le milieu repréſenté par le cercle DGH poſé ſur un appui EF; qu'il y ait aux extrémités A & C, un poids de 150 liv. & que la peſanteur de la balance ſoit de 20; l'appui EF ſera chargé de 320 liv. Pour qu'un de ces poids emporte l'autre, il faudra charger l'un des bras de la balance d'un nouveau poids, pour ſurmonter le frottement de l'eſſieu contre l'appui. Si l'on vouloit qu'il fût ſuſpendu à l'extrémité I du rayon BI, comme eſt le poids K, il faudroit qu'il fût égal à la moitié de la preſſion que cauſent les poids P & Q joints à celui de la balance, (243) parce que la vîteſſe du point I, où eſt appliquée la puiſſance, ſera la même que celle du point D de la ſurface qui frotte, & par conſéquent de 160 liv. Mais ſi on applique ce poids à l'extrémité C, comme ſeroit le poids L, alors il faudra qu'il y ait même raiſon de L à K, que de la vîteſſe du point D à celle du point C, ou de BD à BC; car DBC peut être conſidéré comme un levier coudé dont le point d'appui eſt en B: ainſi ſuppoſant BD d'un demi-pouce, & BC de vingt, on aura 40, 1 :: K, L; ou 40, 1 :: 160, L = 4. FIG. 16.

Si les bras de la balance étoient inégaux, les poids ſuſpendus à leurs extrémités le ſeroient auſſi; mais la puiſſance qui doit ſur-

monter le frottement sera toujours à la moitié de la charge que soutient l'appui, comme le rayon de l'essieu est à la distance de cette puissance au centre de l'essieu.

Application de l'article précédent au frottement de l'essieu d'un treuil.

250. Pour reprendre ce qui nous reste à dire sur la manivelle, supposons qu'il soit question d'élever un poids P de 100 liv. à l'aide d'un treuil de 6 pouces de rayon, & d'une manivelle de 15 pouces de coude. Pour connoître la puissance appliquée à la poignée BC, il faut commencer par la poser dans la situation la plus désavantageuse où elle se rencontre à chaque tour, qui est lorsqu'agissant de haut en bas, sa direction est parallele à celle du poids (selon l'article 248). Alors le coude AB de la manivelle se trouvant horizontal, formera, avec le rayon AD du treuil, une balance DB, dont l'essieu sera celui du treuil; & dans l'état d'équilibre, le bras AB de 15 pouces sera au bras AD de 6, réciproquement comme le poids P de 100 liv. est à la puissance Q, qui sera de 40 (43). Ainsi le poids & la puissance ensemble seront de 140, à quoi ajoutant le poids du treuil, y compris celui des manivelles, que je suppose ensemble de 60 liv. l'appui sera chargé de 200 liv. dont il faudroit prendre la moitié, si la vîtesse de la puissance égaloit celle de la surface des tourillons; mais le rayon du tourillon étant d'un demi-pouce, il sera la trentieme partie du coude de la manivelle, par conséquent la puissance ne doit être augmentée que de la trentieme partie de 100 liv. qui est 3 liv. $\frac{1}{3}$, & sera de 43 $\frac{1}{3}$.

FIG. 17 & 18.

Maniere de calculer le frottement de l'essieu d'une roue.

251. Ayant une roue avec son essieu, si l'on prend leurs rayons dans le même alignement, ils composeront ensemble un levier dont le point d'appui sera au centre commun de la roue & des tourillons; car je suppose que ce sont deux tourillons qui reposent sur les appuis, comme cela est ordinairement. Ainsi, deux poids P & Q, étant en équilibre aux extrémités A & D, si l'on veut que le poids Q emporte P, il faudra ajouter au premier Q un autre capable de surmonter le frottement du tourillon sur les appuis: c'est pourquoi (selon l'article précédent) on ajoutera à la somme des poids P & Q, celui de la roue & de l'essieu, on en prendra la moitié, on la multipliera par le rayon du tourillon, & on divisera le produit par le rayon de la roue: le quotient donnera le poids que l'on cherche.

FIG. 19.

Observation sur les différentes directions d'une puissance qui éleve un poids à l'aide d'une roue.

252. Il est à remarquer que si le poids P étoit en équilibre avec une puissance qui agissant selon une direction EF, tangente à la roue, seroit appliquée à l'extrémité d'un rayon CE, qui feroit un angle constant ACE avec celui de l'essieu, comme cela arrive quelquefois aux roues des moulins à eau; à ne considérer que

la réſiſtance cauſée par le frottement, on peut ſuppoſer (comme dans l'article 244) le poids P, ſuſpendu au centre C. Alors la puiſſance F agira auſſi ſur le même centre ſelon la direction CG, parallele à EF; les directions du poids & de la puiſſance faiſant enſemble l'angle GCI, n'agiront pas ſur l'appui avec leurs forces abſolues, puiſqu'elles ſe détruiront en partie : c'eſt pourquoi ſi l'on prend la ligne CI pour exprimer le poids, & CG pour la puiſſance, & qu'on faſſe le parallélogramme GI, le frottement cauſé par l'action du poids & de la puiſſance ſur le point d'appui, ne ſera exprimé que par la moitié de la diagonale CH. On dira donc, comme CI eſt à CH diviſé par 2, ainſi P eſt à un quatrieme terme, qu'il faudra multiplier par le rayon du tourillon, & diviſer le produit par le rayon de la roue : le quotient donnera ce qu'il faut ajouter à la puiſſance F.

Maniere de calculer le frottement des poulies fixes contre leur eſſieu.

FIG. 20.

253. Ce que nous avons dit de la balance peut s'appliquer de même aux poulies, eu égard au frottement de leur palier contre l'eſſieu. Par exemple, ayant une poulie BD ſuſpendue à un point fixe, à l'aide d'une écharpe dont nous n'avons fait voir que l'intérieur BH, pour ne point couvrir les parties qui intéreſſent le plus. On prendra le cercle KFL pour l'eſſieu, & l'autre IEFG pour le palier, que nous ſuppoſerons égal au précédent à peu de choſe près, ne les ayant fait inégaux que pour les mieux diſtinguer ; car, dans l'uſage, il ſuffit que le palier ſoit aſſez grand pour le jeu du boulon. Cela poſé, ſi l'on fait paſſer ſur cette poulie une corde dont on fait abſtraction du diametre & de la roideur, qu'à ſes extrémités il y ait deux poids égaux P & Q en équilibre, le ſecond ne pourra emporter le premier, ou ſeulement le faire monter tant ſoit peu qu'on ne lui en ajoute un autre S, capable de ſurmonter la réſiſtance du frottement que les poids dont la poulie eſt chargée, cauſeront ſur l'eſſieu au point F. Comme l'eſſieu, à cet endroit, eſt preſſé par la ſomme des deux poids P & Q, jointe à celui de la poulie, ſi le tout enſemble peſoit 200 livres, la puiſſance qui ſeroit appliquée à l'extrémité G du rayon HG, qu'on ſuppoſe le même que celui de l'eſſieu, & qui agiroit ſelon une direction perpendiculaire GM, ſeroit égale à la moitié de 200 livres (243), parce que la vîteſſe du point F, ſommet du palier, ſera la même que celle du point G. Mais ſi l'on veut que la puiſſance ſoit appliquée à l'extrémité C, il y aura même raiſon de la vîteſſe du point C à celle du point F, ou du rayon HC de la poulie au rayon HF de l'eſſieu, que de la puiſſance M = 100 livres, à la puiſſance S. Par conſéquent, ſi le rayon de l'eſſieu eſt la dixieme partie de celui de la pou-

lie, la puiſſance S ne ſera que la dixieme partie de la puiſſance M; c'eſt-à-dire de 10 livres, qui eſt le poids qu'il faudra ajouter à l'un des bouts de la corde, pour être tout prêt d'enlever celui qui eſt à l'autre.

Suite de l'article précédent pour le frottement des poulies mobiles.

PLANC. 2. FIG. 21.

254. Si la poulie étoit mobile, comme AB, c'eſt-à-dire, que la corde paſsât par le deſſous, qu'un de ſes bouts fût attaché à un point fixe C, & qu'à l'autre, qu'on ſuppoſe parallele au précédent, il y eût une puiſſance Q qui tirât de bas en haut pour enlever un poids P ſuſpendu à l'eſſieu, ou à l'écharpe; le palier, au lieu de toucher l'eſſieu en haut, le touchera en bas, & le frottement ſe fera au point G. Or, ſi la puiſſance deſtinée à le ſurmonter étoit appliquée à l'extrémité I du rayon FI, pour agir de bas en haut ſelon une direction IL, perpendiculaire au rayon, il faudroit qu'elle fût égale à la moitié du poids; mais ſi elle agit à l'extrémité E, & que le rayon de l'eſſieu ſoit encore la dixieme partie de celui de la poulie, cette puiſſance ne ſera que la vingtieme partie du poids; ce qui fait voir que la puiſſance Q, pour être capable d'enlever tant ſoit peu le poids P, doit être égale à la moitié de ce poids, plus à la vingtieme partie du même poids.

Maniere de calculer le frottement des poulies mouflées.

255. Quand on aura pluſieurs poulies mouflées, dont les unes ſeront immobiles & les autres mobiles, on voit qu'il n'y aura nulle difficulté à calculer le frottement que la partie du poids dont chacune d'elles ſera chargée, pourra cauſer, ſelon la grandeur de leur diametre & celui de leur eſſieu, afin d'ajouter la ſomme de tous ces frottemens à la puiſſance qui ſoutenoit ce poids en équilibre, pour être toute prête à le faire monter; ſur quoi l'on remarquera en paſſant, que la puiſſance qui doit ſurmonter les frottemens ſera d'autant moindre que les diametres des poulies ſeront grands, & celui de leur eſſieu petit.

Dans un terrein uni & horizontal, les animaux attelés à une voiture, n'ont d'autre réſiſtance à ſurmonter que le frottement des roues contre leur eſſieu.

256. Selon ce qui vient d'être dit des poulies, on voit l'avantage que l'on tire des roues pour les voitures; car l'on ſent bien que les animaux qui tirent un chariot ſur un chemin horizontal & fort uni, n'ont d'autre obſtacle à ſurmonter que le frottement des moyeux contre leur eſſieu, lequel doit augmenter ſelon que le chariot ſera plus chargé, puiſque ce frottement ſera encore le tiers du poids. Si les quatre roues étoient égales, la puiſſance ſeroit au tiers du poids, comme le rayon de l'eſſieu eſt à celui de la roue; par conſéquent plus les roues ſont grandes, & moins la puiſſance aura beſoin de force, comme l'expérience le montre. Pour en faire voir la raiſon, conſidérez que c'eſt la même choſe que le moyeu preſſe l'eſſieu, ou que ce ſoit l'eſſieu qui preſſe le moyeu; ainſi on peut

regarder

regarder le rayon de la roue, qui eſt perpendiculaire à l'horizon, comme un levier de la ſeconde eſpece, qui a ſon point d'appui au centre de l'eſſieu, la puiſſance appliquée à l'autre extrémité, & le poids entre-deux, c'eſt-à-diro à l'extrémité du rayon de l'eſſieu. Alors la puiſſance ſera au poids dans la raiſon réciproque du rayon de l'eſſieu à celui de la roue, ou bien comme la circonférence de l'un eſt à la circonférence de l'autre ; car la circonférence de l'eſſieu exprime la vîteſſe des points qui frottent, & la circonférence de la roue, la vîteſſe de la puiſſance : puiſque le chemin que feroit l'animal en marchant d'un pas égal dans un tems déterminé, peut être meſuré par le nombre de tours que fera la roue.

257. Quand on voudra calculer la force néceſſaire pour tirer une voiture ordinaire à quatre roues : comme celles de devant ſont toujours plus petites que celles de derriere, il faudra prendre le tiers du poids, & le partager également ſur l'eſſieu d'une des grandes roues, & ſur celui d'une des petites, comme ſi l'une & l'autre ne portoit que la ſixieme partie de la charge ; multiplier ce ſixieme par le rayon de l'eſſieu, qui eſt ordinairement le même pour les deux roues, enſuite diviſer ce produit par le rayon de la grande roue, & diviſer encore le même produit par le rayon de la petite, on aura deux quotiens qui, étant ajoutés enſemble, donneront la puiſſance; au lieu que pour tirer un traineau, il faut que cette puiſſance ſoit au moins égale au tiers de ſa charge.

Maniere de calculer le frottement d'un corps contre un plan incliné, quand la direction de la puiſſance eſt parallele au plan.

258. Pour continuer le calcul du frottement des machines ſimples, conſidérez le plan incliné ABC ſur lequel eſt un corps Q, ſoutenu par une puiſſance P, dont la direction DP eſt parallele au plan.

FIG. 22.

Si du centre de gravité D, l'on abaiſſe la perpendiculaire DH ſur le plan, & qu'on faſſe le parallélogramme rectangle EH, la diagonale DF, priſe dans la direction du poids, exprimera la peſanteur abſolue de ce poids; le côté DH ſa preſſion ſur le plan incliné ; & le côté ED la partie qui tend à le faire deſcendre (82). Nommant donc AB, a; AC, b; BC, c; DF, p; on aura, à cauſe des triangles ſemblables ABC & DEF ; $a, c :: p, \frac{cp}{a}$ = ED : d'autre part $a, b :: p, \frac{bp}{a}$ = EF. Ainſi, prolongeant DE de la longueur EG, égale au tiers de EF, on aura GE $= \frac{bp}{3a}$ pour le frottement ; ainſi il viendra P $= \frac{3c + b}{3a} \times p$, pour l'expreſſion de la puiſſance

qui ſera en équilibre avec le poids & le frottement, qui eſt une formule générale, lorſque la direction de cette puiſſance eſt parallele au plan, & qui ſervira auſſi à connoître la peſanteur d'un poids qu'une puiſſance donnée pourra élever à l'aide d'un plan incliné, dont les côtés ſeroient auſſi donnés, puiſque dégageant p dans la formule, il vient $\frac{3aP}{3c+b}=p$. Suppoſant $a=5$, $b=4$, $c=3$, $p=500$ livres, on trouvera que la puiſſance P doit être de 433 liv. $\frac{1}{3}$.

Suite de l'article précédent, quand la direction de la puiſſance eſt arbitraire.

Fig. 23.

259. Si la puiſſance tiroit ſelon une direction arbitraire DK, il eſt clair qu'il faudra qu'elle ſurmonte non-ſeulement le frottement de la preſſion du corps ſur le plan, mais encore celle qu'elle y cauſera elle-même par l'obliquité de ſa direction; c'eſt pourquoi, ſi l'on éleve la perpendiculaire GI ſur l'extrémité G, & qu'on prolonge KD, il eſt conſtant que ſi la ligne GD exprime la puiſſance lorſqu'elle agit ſelon une direction parallele au plan, cette direction devenant oblique, la puiſſance ſera exprimée par ID: prolongeant EF juſqu'en M, la ligne DE pourra être priſe pour le ſinus total (que nous nommerons r) de l'angle EDM, & DM pour la ſécante (que nous nommerons $ſ$). C'eſt pourquoi, à cauſe des triangles ſemblables DEM & DGI, on aura $r, ſ ::$ DG $\left(\frac{bp}{3a}+\frac{cp}{a}\right)$, DI $=\overline{\frac{bp}{3a}+\frac{cp}{a}}\times\frac{ſ}{r}$. Ayant trouvé la force ID, il reſte à lui ajouter de quoi ſurmonter le frottement de la preſſion qu'elle cauſera ſur le plan, faiſant attention que cette preſſion doit être exprimée par la ligne IG, perpendiculaire au plan; mais à cauſe qu'elle lui eſt oblique, il faudra prendre le tiers de la ligne ID, qui donne $\overline{\frac{bp}{9a}+\frac{cp}{3a}}\times\frac{ſ}{r}$: on aura donc, pour la puiſſance capable de ſurmonter le poids & le frottement, $K=\overline{\frac{4b}{9a}+\frac{4c}{3a}}\times\frac{pſ}{r}$.

Autre ſuite de l'article 258, lorſque la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan incliné.

260. Lorſque la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe AC du plan, les triangles ABC & DME devenant ſemblables, donnent $ſ, r :: a, b$; ou $\frac{ſ}{r}=\frac{a}{b}$. Mettant (dans l'équation précédente) $\frac{a}{b}$ à la place de $\frac{ſ}{r}$, il vient $K=\frac{4p}{9}+\frac{4cp}{3b}$, qui eſt encore une formule générale pour le cas où la direction de la puiſſance eſt parallele à la baſe du plan, avec laquelle on pourra connoître le poids qu'une puiſſance donnée eſt capable d'élever à l'aide d'un plan incliné, puiſque dégageant p dans l'équation précédente, il

vient $\frac{9kb}{4b + 12c} = p$; ſur quoi il faut remarquer que ſi la puiſſance, au lieu de tirer le corps de D en K, le pouſſoit de Z en D, ſelon une direction parallele à la baſe AC, il lui faudra toujours la même force. Si l'on ſuppoſe que les lettres ont la même valeur que ci-devant, on trouvera que la puiſſance, pour faire monter le poids, doit être de 722 liv.

261. Un plan incliné ABC, poſé ſur un plan horizontal NO, étant chargé d'un poids Q, ſoutenu par une puiſſance K, qui agit ſelon une direction DK, parallele à la baſe, n'eſt autre choſe qu'un coin, qui tombe dans le cas de tout ce que nous venons de dire dans l'article précédent. En effet, que ce ſoit la puiſſance qui tire à ſoi le corps pour le faire monter, tandis que le coin eſt immobile, ou que ce ſoit une autre puiſſance R qui pouſſe le coin pour faire monter le corps, tandis que la puiſſance K, ſe maintenant dans la même direction, monte le long de la verticale VX, ce ſera toujours la même choſe, puiſque dans l'un & l'autre cas, on aura (ſelon l'article précédent) K ou R $= \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$. Lorſque c'eſt le coin qui marche, il faudra ajouter à la puiſſance R, le tiers de la peſanteur du poids Q & du coin ABC pris enſemble, pour le frottement de la baſe AC contre le plan NO, il viendra R $= \frac{7p}{9} + \frac{4cp}{3b} + \frac{ABC}{3}$; ainſi ſuppoſant que la peſanteur du coin ſoit de 30 liv. on trouvera que la puiſſance R doit être de 899 liv. pour être toute prête à mouvoir le coin.

Examen du frottement qu'une puiſſance a à ſurmonter en ſe ſervant d'un coin pour élever un poids.

FIG. 24.

Cet exemple montre bien la conſéquence d'avoir égard au frottement dans la conſtruction des machines, dont le principal objet doit être de ſoulager la puiſſance, en faiſant enſorte qu'elle ſoit toujours inférieure au poids, au lieu qu'ici, pour en élever un de 500 liv. il lui faut une force de 898 liv. Voilà pourtant le cas où l'on ſe trouveroit en ſe ſervant d'une vis pour preſſer un corps entre deux plans, ſi l'on n'étoit ſoulagé par la longueur du bras de levier, comme je vais le montrer, n'ayant parlé du coin que pour en faire l'application au calcul du frottement dans le jeu de la vis & de ſon écrou, qui eſt de toutes les machines celle où il s'en rencontre le plus.

262. La vis n'eſt autre choſe qu'un cylindre autour duquel on a roulé un nombre de triangles rectangles, ou plans inclinés ACB, dont chaque baſe AC repréſente la circonférence du cercle du cylindre ; la hauteur CB, un des pas de la vis ; & l'hypoténuſe AB, le filet d'une révolution. Comme l'écrou dans lequel la vis tourne,

Maniere de calculer le frottement d'une vis, quand on s'en ſert pour élever un poids.

FIG. 25 & 26.

eſt un autre cylindre creux dont le diametre eſt à-peu-près égal à celui de la vis, ſur l'intérieur duquel on doit ſuppoſer auſſi qu'on a contourné pluſieurs triangles ADB, pour former des plans inclinés, qui s'engagent & gliſſent ſur les précédens ; on voit qu'ayant une vis F, à laquelle ſoit ſuſpendu un poids P, & que l'écrou CD ſoit immobile, tandis qu'une puiſſance fait tourner la vis pour élever le poids ; le triangle ADB repréſentera un contour, ou une révolution de la vis, & le triangle ABC, un contour, ou une révolution de l'écrou. Or ſi le premier triangle eſt chargé d'un poids G, & qu'une puiſſance Q veuille faire monter le poids en pouſſant ce triangle ſelon une direction parallele à la baſe AC, on pourra prendre le poids G, pour celui qui eſt ſuſpendu à la vis F, dont l'action eſt diſtribuée ſur les pas de l'écrou qui porte ceux de la vis, & conſidérer que les pas de la vis gliſſeront ſur ceux de l'écrou, de la même maniere que le triangle ADB ſur le plan ABC. D'où il ſuit qu'il faudra calculer le frottement de la vis, comme s'il étoit queſtion de faire monter un corps ſur un plan incliné, en le pouſſant ſelon une direction parallele à la baſe (260). Ainſi, nommant b, la circonférence du cercle de la vis ; c, la hauteur d'un des pas ; & p, le poids que l'on veut élever, on aura encore $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b}$.

Suite de l'article précédent, lorſqu'on ſe ſert de la vis pour preſſer un corps contre un autre.

263. Si la vis, au lieu de monter, deſcendoit, ainſi que cela arrive lorſqu'il eſt queſtion de preſſer un corps entre deux plans, il faudra en calculer l'effet comme ſi on vouloit élever un poids à l'aide d'un coin, (261) parce qu'il y a deux points d'appui ; car la vis ne peut preſſer de haut en bas qu'elle ne pouſſe l'écrou de bas en haut avec la même force, & pour tenir compte du frottement de la tête de la vis contre le plan ſupérieur qu'elle preſſe, il faut ajouter à l'expreſſion de la puiſſance précédente le tiers du poids P, équivalent la plus grande preſſion que l'on veut faire ; on aura donc $Q = \frac{4p}{9} + \frac{4cp}{3b} + \frac{p}{3}$. Comme les points qui compoſent la ſurface de la tête de la vis, auront plus ou moins de vîteſſe ſelon leur diſtance de l'axe de la même vis, le bras de levier qui répond à ce frottement ne ſera pas égal au rayon du cylindre de la vis ; mais nous l'avons ſuppoſé pour rendre le calcul moins compoſé. On pourra, ſi l'on veut, pour plus de préciſion, avoir égard à ce qui eſt dit dans l'article 240.

264. Nous venons de ſuppoſer, dans les deux cas précédens, que la puiſſance agiſſoit ſelon une direction tangente à la circonférence du cercle du cylindre de la vis où elle étoit appliquée, afin de ne nous point écarter du plan incliné, où la vîteſſe de cette puiſſance

eſt exprimée par la baſe du plan, & celle du poids par ſa hauteur; mais comme on ne fait jamais tourner une vis ſans le ſecours d'un levier AB, il ſuit que ſa vîteſſe ſera exprimée par la circonférence IEBK du cercle qu'elle décrit. Nommant donc f, cette circonférence, il faudra dire, comme la vîteſſe de la puiſſance eſt à celle du poids, ou comme f eſt à c, ainſi l'expreſſion que l'on vient de trouver pour ſurmonter le poids & le frottement, eſt à la puiſſance réduite à l'extrémité du bras de levier (97); on aura $Q = \overline{\frac{4c}{9} + \frac{4cc}{3b}} \times \frac{p}{f}$ pour le premier cas, & $Q = \overline{\frac{7c}{9} + \frac{4cc}{3b}} \times \frac{p}{f}$ pour le ſecond, qui ſont deux formules avec leſquelles on pourra, en connoiſſant les dimenſions de la vis, trouver le poids qu'une puiſſance donnée pourra enlever, ou la plus grande preſſion qu'elle peut cauſer, puiſque pour cela il n'y a qu'à dégager p.

Application du calcul de la vis.

265. Pour appliquer ces formules à un exemple, je ſuppoſe que l'on a une vis dont la circonférence eſt de 40 pouces, les pas de 2 pouces, la circonférence du cercle que décrit la puiſſance de 400 pouces, qui répond à un levier d'un peu plus de 5 pieds, & que le poids que l'on veut élever eſt de 10000 liv. Ainſi l'on aura $b = 40$, $c = 2$, $f = 400$, $p = 10000$ liv. qui donne pour les termes de la premiere formule $\frac{4c}{9} = \frac{8}{9}$, $\frac{4cc}{3b} = \frac{2}{15}$, & $\frac{p}{f} = 25$ livres; multipliant donc $\frac{3c}{9} + \frac{4cc}{3b} = 1\frac{1}{45}$ par 25 liv. on trouvera qu'il faut que la puiſſance ſoit de 25 liv. & $\frac{5}{9}$, pour être en équilibre avec le poids & le frottement.

266. Comme la ſeconde formule ne differe de la premiere que de $\frac{3c}{9}$ qu'elle a de plus, il faudra multiplier cette quantité par $\frac{p}{f}$, qui donnera 16 liv. $\frac{2}{3}$, qui étant ajoutés à 25 liv. $\frac{5}{9}$, on aura 42 livres $\frac{2}{9}$, pour la puiſſance dans le ſecond cas; c'eſt-à-dire que, pour peu qu'on l'augmente, elle ſera capable de cauſer une preſſion équivalente à celle d'un poids de 10000 liv.

Examen du frottement qui ſe fait à la rencontre de deux leviers.

267. Les différentes manieres dont le mouvement ſe communique dans les machines, font naître différentes manieres de calculer les frottemens: par exemple, celui qui ſe fait par la rencontre des dents des roues & des fuſeaux des lanternes n'ayant rien de commun avec ce que nous avons dit juſqu'ici, nous allons commencer par ce qu'on peut inſinuer de plus ſimple ſur ce ſujet.

La ligne AB, doit être conſidérée comme une verge inflexible repréſentant un levier horizontal dont le point d'appui eſt à l'extré-

FIG. 27. mité B, ayant un poids Q, ſuſpendu à l'endroit V. Comme ce poids ne peut ſe ſoutenir ainſi, nous ſuppoſerons dans le même plan vertical un ſecond levier KEC, parallele au précédent, ayant ſon point d'appui en E ; nous en avons arrondi l'extrémité C afin de le mieux ſéparer de l'autre AB. A l'extrémité K eſt une puiſſance qui agit ſelon la direction KP, perpendiculaire au bras KE, pour ſoutenir en équilibre le poids Q, qu'il convient de réduire au point D ; ce que l'on fera en le multipliant par la diſtance BV du point d'appui, & en diviſant le produit par l'autre diſtance BD (60). On aura $\frac{Q \times BV}{BD}$, qui étant multiplié par le bras EC, & diviſé par EK, le quotient donnera l'effort que la puiſſance P aura à ſoutenir. Mais comme on peut ſe paſſer de le déterminer dans les différentes poſitions du point d'appui E, F, G, H, I, qu'on voudra donner au levier KEC, il ſuffira de ſuppoſer toujours le poids Q réduit au point D, que nous exprimerons par la ligne DN, perpendiculaire ſur AB, d'une grandeur arbitraire. Alors faiſant DL égale au tiers de DN, elle marquera la force de la puiſſance qui agit de D en L, ſelon une direction parallele à DA, pour ſurmonter le frottement du poids.

Dans la ſituation où ſe trouve le levier KEC, il eſt certain qu'au premier inſtant où la puiſſance P agira pour vaincre l'action du poids, l'arc que décrira le point C, étant infiniment petit, pourra être regardé comme une partie de la verticale NI. C'eſt pourquoi on peut faire abſtraction du chemin que fera le point C pour s'approcher de l'extrémité A, par conſéquent de la réſiſtance cauſée par le frottement qu'elle auroit à ſurmonter avec le poids, ſi ſa direction KP ceſſoit ſenſiblement d'être parallele à la verticale NI. Si au contraire le levier de la puiſſance, au lieu d'être horizontal, étoit perpendiculaire, comme CIK, le point d'appui I de ce levier ſe trouvant directement oppoſé au poids, en ſoutiendra l'action & la puiſſance P ſera nulle. Ce n'eſt donc qu'en faiſant mouvoir tant ſoit peu l'extrémité C de ſon levier que, ſi la direction ne ceſſe pas d'être ſenſiblement parallele à AB, le chemin qu'elle fera faire au point C, étant infiniment petit, pourra être ſuppoſé horizontal ; alors elle n'aura d'autre effort à ſurmonter que celui du frottement, & pourra être exprimée par le tiers du poids, ou par la ligne LD.

Quelle doit être la ſituation du levier de la puiſſance pour le plus grand effet.

268. Il n'y a donc que lorſque le levier de la puiſſance rencontre obliquement celui du poids, qu'elle participe de la réſiſtance cauſée par le poids & par le frottement. Pour en eſtimer le plus grand effet, il faut faire le parallélogramme LN, & conſidérer que la diagonale

MD peut être regardée comme une puiſſance qui exprimera la réſiſtance cauſée par le poids DN & le frottement DL agiſſant enſemble, lorſque la direction de cette puiſſance, qui n'eſt autre choſe que la diagonale même, ſera perpendiculaire au levier KGD; car la puiſſance P ne peut rien avoir de plus à ſurmonter que le concours du poids & du frottement, l'un & l'autre pris dans leur plus grand effet. D'où il ſuit qu'à quelqu'endroit du quart de circonférence EI où ſoit ſitué le point d'appui du levier de la puiſſance P, il n'y en a qu'un ſeul G, où cette puiſſance ſoutienne le plus grand effort que le poids & le frottement puiſſent lui oppoſer.

L'angle du plus grand effet, formé par la rencontre des leviers du poids & de la puiſſance, eſt de 18 degrés 26 minutes:

FIG. 27.

269. Pour ſçavoir quel eſt l'angle que doit former la rencontre des leviers du poids & de la puiſſance, pour le plus grand effet, afin qu'on puiſſe le diſtinguer dans la pratique : remarquez que ſuppoſant les lignes AD & EC unies l'une contre l'autre, l'angle MDL étant commun aux angles droits NDL & MDG, les angles NDM & ADG ſeront égaux. Si l'on prend donc le côté DN pour le ſinus total, le côté NM ſera la tangente de l'angle NDM, & la diagonale MD, ſa ſécante; mais MN eſt le tiers de DN, prenant donc le tiers de 100000, on aura 33333, pour la tangente de chacun de ces angles, qui répond dans les tables à 18 degrés 26 minutes, ce qui eſt un *maximum* qui ſe préſente naturellement ſans le ſecours d'aucun calcul algébrique.

Dans le cas du plus grand effet, le poids eſt à la puiſſance, comme 18 eſt à 19.

270. Moyennant l'angle du plus grand effet, on aura toujours le rapport du poids à la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter; puiſque le rapport ſera le même que celui du ſinus total à la ſécante de cet angle, c'eſt-à-dire, comme 100000 eſt à 105408, ou à-peu-près comme 18 eſt à 19. Nous nous ſervirons de ces deux derniers termes à cauſe de leur ſimplicité; on pourra donc prendre pour l'expreſſion de l'effort compoſé du poids & du frottement, $\frac{19BV \times Q}{18BC}$.

Suite de l'article précédent, lorſque l'angle des leviers du poids & de la puiſſance a plus de 18 degrés 26 minutes.

FIG. 27.

271. Quand le levier CHK de la puiſſance P fait avec celui du poids un angle ADH, plus ouvert que ACG; la puiſſance MD qui repouſſe l'extrémité de ce levier, n'agiſſant pas avec ſa force abſolue, il faut, pour connoître à quoi elle ſe réduit, décrire un cercle qui ait pour diametre MD, prolonger HD juſqu'à la circonférence T, & faire le rectangle RMDT. Alors la puiſſance MD ſera diviſée en deux autres RD & DT, dont la premiere agiſſant de R en D, ſelon une direction perpendiculaire au levier HC, exprimera la force relative de MD; par conſéquent la réſiſtance cauſée par le concours du poids & du frottement que la puiſſance P doit ſurmonter.

Quant à l'autre puiſſance DT, étant directement oppoſée au point d'appui H, elle n'a aucune relation avec la puiſſance P.

272. Il ſuit de-là qu'il y aura même raiſon de la corde ND à la corde MT, ou du ſinus de l'angle NMD à celui de l'angle MDT, que du poids à la réſiſtance relative du poids & du frottement que la puiſſance P aura à ſurmonter. Mais l'angle NMD, ou ſon égal MDL eſt donné, puiſqu'il eſt le complément de l'angle du plus grand effet; de même, quand on connoîtra l'angle ADH formé par le levier du poids & de la puiſſance P, on n'aura qu'à retrancher l'angle MDH de deux droits pour avoir auſſi l'angle MDT, & à l'aide des Tables des ſinus, on aura toujours trois termes de connus, avec leſquels on connoîtra la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter.

Autre ſuite de l'article 269, lorſque l'angle des leviers du poids & de la puiſſance a moins de 18 degrés 26 minutes.

273. Quand les leviers de la puiſſance & du poids font un angle ADF au-deſſous de 18 degrés 26 minutes, ſi l'on mene du point M au levier FC la parallele MO, & qu'on faſſe le parallélogramme SO, la puiſſance MD ſera diviſée en deux autres OD & DS dont la premiere, qui eſt perpendiculaire ſur l'extrémité C du levier FC, exprimera encore la réſiſtance relative du poids & du frottement; car pour la ſeconde DS, ſon effet ne tombe que ſur le point d'appui F qu'elle pouſſe de F en C. Ainſi, l'on aura toujours cette proportion, que le ſinus de l'angle NMD eſt au ſinus de l'angle OMD, ou MDS, comme le poids eſt à la réſiſtance que la puiſſance P doit ſurmonter. On remarquera que quand l'angle ACF eſt au-deſſous de 18 degrés 26 minutes, on n'aura qu'à l'ajouter à l'angle MDL, qui eſt toujours de 71 degrés 34 minutes, pour avoir l'angle MCF.

Nous venons de ſuppoſer le levier du poids immobile, & que le point d'appui de celui de la puiſſance pouvoit changer de ſituation; ce qui ne ſe rencontre pas dans les machines, où les points d'appui ſont toujours fixes, auſſi n'en avons-nous uſé de la ſorte que pour arriver par degrés au but que nous nous ſommes propoſés: il eſt tems d'enviſager les choſes ſous une autre face.

Examen de l'action du poids & de la puiſſance, lorſque les points d'appui demeurant les mêmes, les leviers chan-

274. A ne conſidérer que le ſeul levier KEC, il eſt certain que ſi la puiſſance P agit avec une force toujours au-deſſus de la réſiſtance qui lui eſt oppoſée pour faire monter le poids, toutes les lignes vont changer de ſituation, comme on le voit dans la fig. 28e. Car l'extrémité C du levier KC décrira l'arc HC, & l'extrémité A de celui du poids l'arc AF, ce qui ne pourra arriver ſans que le point D ne s'éloigne du point fixe B, & ſans que l'action du poids, qu'on ſuppoſe d'abord avoir été réduite au point H, ne diminue de plus

en

en plus, tant par l'augmentation de ſon bras de levier BC, que par l'angle aigu que fera ſa direction avec le même bras de levier. Nommant donc BH, a; BC, x; & q, le poids réduit au point H, on aura aq, pour le produit du poids par la perpendiculaire BH, qui étant diviſé par x, il vient $\frac{aq}{x}$ pour l'action relative du poids ſelon la perpendiculaire NC, que nous prendrons, comme ci-devant, pour le poids même. Faiſant donc CL égale au tiers de CN, & achevant le parallélogramme LN, la puiſſance qui agiroit ſelon la diagonale MC, & qui marque le concours de la réſiſtance cauſée par le poids & le frottement, ſera exprimée par $\frac{19aq}{18x}$, qui eſt le plus grand effort que la puiſſance P aura à ſurmonter, lorſque l'angle FCK ſera de 18 degrés 26 minutes, c'eſt-à-dire, quand la diagonale MC ſera perpendiculaire ſur l'extrémité C du levier KC; ce qui retombe dans le cas des articles 270 & ſuivans.

gent de ſituation.
FIG. 27 & 28.

275. Quand le levier du poids & de la puiſſance feront enſemble un angle quelconque plus ou moins ouvert que le précédent, on n'aura qu'à prolonger le levier KC, & faire le rectangle RT; la puiſſance exprimée par la diagonale MC ſera diviſée en deux autres CR & CT, dont la premiere, étant perpendiculaire au point C du levier CK, exprimera l'action relative du poids & du frottement que la puiſſance P doit ſurmonter: pour la ſeconde CT, étant directement oppoſée au point d'appui E, on ne doit pas en tenir compte. Or ſi l'on nomme b, le ſinus de l'angle conſtant LCM, & y le ſinus de l'angle MCT, on aura, (272) comme le ſinus b, eſt au ſinus y, ainſi l'action du poids exprimée par la ligne CN $= \frac{aq}{x}$, eſt à l'action du poids & du frottement exprimée par CR $= \frac{aqy}{bx}$; nommant donc EK, c; & EC, d; il viendra enfin $\frac{adqy}{bcx} = P$.

Suite de l'article précédent, lorſque les leviers ſont un angle quelconque.

Quand on aura l'angle FCK, on aura auſſi l'angle MCT; alors y deviendra une quantité connue; mais remarquez que l'angle FCK donne ſon ſupplément, & qu'ayant les lignes EB & EC de connues, on aura dans le triangle CEB deux côtés & un angle, par conſéquent le côté CB, c'eſt-à-dire, la valeur de x.

276. Comme l'action du poids diminue à meſure que le côté BC du triangle ECB augmente, on ſent bien que lorſque l'angle KCF ſera de 18 degrés 26 minutes, l'effort exprimé par la dia-

Remarques ſur les différentes longueurs des bras de levier.

gonale MD ne sera pas à la pesanteur absolue du poids Q, comme 19 est à 18, ainsi que dans l'article 270. Il y aura des cas où cette puissance pourra être égale au poids seulement ; d'autres où elle sera plus grande, mais on est sûr qu'elle ne le surpassera jamais de la dix-huitieme partie de lui-même. Par exemple, lorsque la ligne BH sera beaucoup plus grande que EH, l'angle FCE pourra être de 18 degrés 26 minutes, sans qu'il y ait presque de différence entre BC & BH, à cause de la petitesse de l'angle CBH ; l'action du poids diminuera si peu qu'on pourra le prendre dans son entier ; & lorsqu'il sera exprimé par le nombre 18, sa résistance au point D, y compris le frottement, le sera par 19, qui est la plus grande qu'on puisse admettre.

FIG. 29.

Au contraire, lorsque la ligne EH sera beaucoup plus grande que HB, le côté BC croîtra d'abord, & le poids Q diminuant à proportion, il pourra arriver que lorsque les leviers formeront l'angle du plus grand effet, le rapport de BH à BC sera moindre que celui de 18 à 19, c'est-à-dire, que l'action du poids sera plus diminuée que la résistance causée par le poids & le frottement ne sera augmentée, & la plus grande résistance que la puissance aura à surmonter sera égale à la pesanteur absolue du poids même ; enfin lorsque les lignes EH & HB seront égales, le plus grand effet de la puissance tiendra un milieu entre 18 & 19, & pourra être exprimé par 18 $\frac{1}{2}$.

J'ai cherché l'expression générale d'un *maximum* qui pût convenir à ces trois cas ; mais je l'ai trouvé si composée & d'un calcul si long & si pénible, que j'ai cru la devoir supprimer ; car à quoi sert de charger un ouvrage de grands calculs algébriques, qui n'aboutissent qu'à rebuter ceux qui ne les entendent pas, & à fatiguer l'attention des autres sans en tirer aucune utilité dans la pratique ?

Tout ce que l'on a dit des leviers subsiste de même, quoique leur point d'appui ne soit pas dans une ligne horizontale.

277. On a dû s'appercevoir que nous avons supposé jusqu'ici les points d'appui des leviers du poids & de la puissance dans une ligne horizontale ; mais comme il pourroit arriver que cela ne se rencontreroit pas, considérez la figure 30, où l'un est plus élevé que l'autre ; on verra aussi que le poids Q est suspendu à une corde qui s'entortille sur un arbre NM ; c'est pourquoi il faut, afin de réduire le poids au point D, le multiplier par le rayon BV, & diviser le produit par le bras de levier BD, comme ci-devant.

FIG. 30.

Si le poids étoit suspendu à une roue, ou tambour LOR, comme est le poids T, dont le rayon BL fût plus grand que le bras de levier BC, il faudroit de même multiplier le poids T par le rayon

BL, & en diviser le produit par BD; on aura toujours l'action du poids réduit au point D, agissant selon une direction perpendiculaire au bras de levier BD; il ne s'agira plus que d'avoir l'angle FDE pour connoître la puissance P.

278. La figure 31 marque encore une autre disposition de leviers; on suppose qu'ils ont pu être dans une même ligne SB, oblique à l'horison, se touchant au point H : mais que la puissance P agissant de bas en haut, a fait décrire à l'extrémité C de son levier l'arc HC, tandis que l'extrémité F du levier du poids Q a décrit l'arc RF, pour le faire monter à l'aide d'une corde attachée au point V, & d'une poulie M. FIG. 31.

Comme le bras de levier du poids doit être exprimé par la perpendiculaire BI, & non par la ligne BV, il faudra multiplier cette perpendiculaire par le poids, en diviser le produit par BD, le quotient pourra être regardé comme une puissance exprimée par la perpendiculaire OD au levier BF, qui repousse le point C selon une direction OD. Alors, quand on aura l'angle ECF dans le cas de la plus haute élévation du poids, on verra si cet angle est au-dessus ou au-dessous de 18 degrés 26 minutes; s'il est au-dessous, l'effort que la puissance P aura à surmonter sera moindre que dans le cas du plus grand effet; & au contraire s'il est au-dessus, il y aura eu un moment où cet angle aura été de 18 degrés 26 minutes; c'est pourquoi il faudra estimer la puissance dans ce cas-là, ce qui ne souffrira aucune difficulté, puisqu'on aura toujours dans le triangle EBC deux côtés & un angle, de même que l'angle IBV, avec lesquels on trouvera la valeur des autres lignes.

279. On peut, en faisant abstraction du poids Q, supposer que l'objet de la puissance est uniquement d'en repousser une autre qui agit de N en C, selon une direction verticale ND, oblique au levier FB, mais qu'on peut rendre perpendiculaire en faisant le triangle rectangle NOD (23). On pourroit aussi supposer que la puissance P, au lieu d'être appliquée à l'extrémité K de son levier, pour tirer de bas en haut, est appliquée au point T, pour tirer selon une direction TX de haut en bas, parce qu'elle fera toujours le même effet, pourvu qu'elle soit également éloignée du point d'appui E. Ainsi l'on voit que quelque disposition que puisse avoir son levier, par rapport à la direction de l'effort qu'elle aura à surmonter, on en trouvera toujours la valeur en suivant les regles générales que nous avons établies. FIG. 31.

280. Quand nous avons parlé (dans les articles 230 & 231) de la résistance qu'une puissance avoit à surmonter de la part du poids *Examen des différentes di-*

rections d'une puissance qui éleve un pilon. FIG. 32. & du frottement d'un pilon, nous avons supposé que cette puissance agissoit parallélement à la ligne de direction du poids. Mais comme cette supposition n'a pas lieu dans la pratique, considérez que dans la figure 32 le point O est le centre d'un arbre autour duquel sont enclavées des pieces de bois saillantes EV, servant à accrocher le mentonet de chaque pilon pour le faire monter de L en S lorsque l'arbre vient à tourner, ce qui peut se réduire en un levier VK, dont le point d'appui O est dans le milieu, ayant une puissance appliquée à l'extrémité K, qui tire de K en P, selon une direction perpendiculaire, tandis que l'autre extrémité V surmonte le poids & le frottement.

Il est constant que si la puissance poussoit de bas en haut selon une direction perpendiculaire FV au mentonet, prenant la verticale VN pour la résistance opposée, on aura (237) VN $= l + \frac{2lz}{3c}$, en faisant les mêmes suppositions que dans l'article 238, qu'il convient de relire pour plus d'intelligence. Mais si la puissance, en faisant monter le pilon, alloit en même tems de I vers A, elle auroit encore à surmonter le frottement causé par la résistance VE; c'est pourquoi faisant VA égal au tiers de VN, & achevant le parallélogramme NA, la diagonale VM exprimera le concours du poids & du frottement dans leur entier. Or le rapport de VN à VM, étant comme 18 est à 19, (270) il suit qu'on aura VM $= \frac{19l}{18} + \frac{19lz}{27c}$ pour l'expression de la puissance P, lorsqu'agissant à l'aide d'un levier VK, ce levier sera perpendiculaire à la diagonale VM. Cependant comme cette diagonale ne sera pas constante, puisqu'elle augmentera à mesure que le point V s'éloignera de I, (237) on ne peut pas dire que le plus grand effort de la puissance P arrivera lorsque l'angle ZVO sera de 18 degrés 26 minutes, parce que la résistance augmentera au lieu de diminuer, à mesure que l'angle ZVO deviendra plus ouvert que celui du plus grand effet. Si donc on divise VM en deux puissances VB & BM, l'une perpendiculaire, & l'autre parallele au levier VK, que VB exprime toujours la résistance que la puissance aura à surmonter dans toutes les situations du levier, cette résistance sera composée de deux variables, dont l'une sera le bras de levier IV, & l'autre le sinus OZ de l'angle ZVO, dont j'ai supprimé le *maximum*, parce qu'il tomboit encore dans un calcul trop composé pour en tirer quelque utilité.

Maniere de

281. Pour estimer commodément le plus grand effort de la

puiſſance P, il faut chercher dans la longueur du mentonet le point où l'extrémité V du levier VK fera avec VM un angle de 18 degrés 26 minutes, ce qui donnera la valeur de z, qui étant ſubſtituée dans $\frac{19l}{18} + \frac{19lz}{27c}$, on aura la puiſſance P dans ce cas-là; enſuite on fera un ſecond calcul, ſelon l'article 280, pour voir l'effort qu'elle aura à vaincre lorſque l'extrémité V de ſon levier ſera prête d'échapper le mentonet, c'eſt-à-dire, lorſque le point V ſera auſſi éloigné qu'il le peut être du point I, & l'on prendra la plus forte de ces eſtimations. Car il y aura des cas où la premiere répondra au plus grand effet de la puiſſance, & d'autres où ce ſera la ſeconde : ce qui dépendra de la longueur du mentonet.

calculer l'effort d'une puiſſance qui éleve un pilon.

282. Voici une autre application de nos principes qui aura ſon utilité par la ſuite: AB eſt une eſpece de chariot porté par des roulettes C, C, dont nous ferons abſtraction du frottement contre l'eſſieu, pour ne conſidérer que celui des dents qui accompagnent le brancard AB, auquel eſt attachée une corde qui, paſſant ſur une poulie, va aboutir à un poids Q qu'on veut élever, en faiſant rouler le chariot de droite à gauche ſur le plan horizontal XZ, à l'aide d'une puiſſance P, appliquée à un levier RT, dont le point d'appui S eſt dans le milieu.

Application des regles précédentes au calcul d'une machine.

FIG. 33.

Il eſt conſtant que ſi le levier touchoit une des faces de la dent HO, de maniere que l'une & l'autre ſe trouvaſſent dans une même ligne verticale, la puiſſance agiſſant de T en P ſelon une direction perpendiculaire à ſon levier, ſera égale au poids Q dans l'état d'équilibre; car l'effort que fait ce poids pour attirer le chariot, fera le même effet qu'une puiſſance Y, qui pouſſeroit l'extrémité D du levier, ſelon une direction perpendiculaire YD, avec une force égale. Mais ſi la puiſſance P veut l'emporter ſur la précédente pour faire mouvoir le chariot, elle aura à ſurmonter, outre le poids, le frottement du point D qui gliſſera le long de la face HO, & la réſiſtance ira toujours en croiſſant, juſqu'à ce que l'angle NDL, formé par le levier & la face HD prolongée, ſoit de 18 degrés 26 minutes, & diminuera quand il ſera plus ouvert. Ainſi, dans le cas du plus grand effet, le poids Q ſera à la puiſſance P, comme 18 eſt à 19, (270) c'eſt-à-dire, que ſi le poids eſt de 1000 liv. la puiſſance ſera équivalente à 1055 liv. $\frac{1}{2}$.

283. Pour faire mouvoir cette machine, au lieu de levier l'on peut ſe ſervir d'une lanterne E dont chaque fuſeau I pouſſera ſucceſſivement une dent DH, pour lui faire faire un petit chemin, & quand ce fuſeau ſera prêt d'échapper cette dent, il en ſuccédera

un autre qui accrochera la dent ſuivante ; ſur quoi il eſt à remarquer qu'il n'y aura jamais qu'un fuſeau & une dent parfaitement engrainés.

Si l'on prolonge la dent DH, que du centre E on tire une ligne ED au point d'attouchement D, & que la puiſſance ſoit appliquée à l'extrémité F d'un rayon prolongé, la ligne DEF pourra être regardée comme un levier qui fera, ſi l'on veut, un angle DEK ; car pourvu que la direction KP ſoit perpendiculaire à l'extrémité F, ou K, peu importe que le levier ſoit droit ou coudé. Pour connoître la puiſſance P, nous ſuppoſerons que le plus grand angle EDG eſt de 10 degrés, qu'il faudra ajouter à 71 degrés 34 minutes (273), & dire : Comme le ſinus de 71 degrés 34 minutes eſt au ſinus de 81 degrés 34 minutes, ainſi le poids de 1000 liv. eſt à la réſiſtance qui ſe fait au point D, qu'on trouvera de 1042 liv. Par conſéquent, ſi le bras de levier EF, ou EK, eſt double de ED, la puiſſance ſera équivalente à 521 liv. pour être en équilibre avec la réſiſtance du poids & du frottement ; ſi on la fait un peu plus forte, elle ſera en état d'enlever le poids.

284. Si l'angle GDE, au lieu d'être au-deſſous de 18 degrés 26 minutes, étoit au-deſſus, on ſent bien qu'il faudroit eſtimer la réſiſtance au point D dans le cas du plus grand effet, & qu'elle ſeroit la même que dans l'article 282.

Autre maniere de conſidérer l'effet de la même machine.

FIG. 33.

Si le chariot, au lieu d'être attiré par le poids Q, étoit chargé d'un corps V, qu'on ſuppoſe peſer encore 10000 liv. qu'on voudroit voiturer de la droite à la gauche, il eſt conſtant que ce corps étant ſoutenu par le plan horizontal XZ, la puiſſance P n'aura d'autre effort à ſurmonter que celui que cauſera le frottement de l'eſſieu des roulettes. Si le rayon de l'eſſieu eſt la vingt-quatrieme partie de celui des roulettes, la réſiſtance oppoſée au fuſeau I, quand les lignes DE, HG, ſeront confondues, ne ſera que la vingt-quatrieme partie du tiers de 10000 liv. c'eſt-à-dire 139 liv. qui ira toujours en augmentant juſqu'au moment que l'angle EDG ſera de 18 degrés 26 minutes. On dira donc, comme 18 eſt à 19, ainſi 139 eſt à la réſiſtance que l'on cherche, qui ſera de 146 $\frac{1}{2}$ liv. dont on prendra la moitié, puiſque EF eſt double de ED, on aura 73 liv. pour la puiſſance P.

Examen des différentes manieres de ſe ſervir des roues & des lanternes.

285. Il y a peu de machines où l'on puiſſe ſe paſſer de roues & de lanternes, parce qu'elles facilitent les mouvemens circulaires ; ſur quoi l'on fera attention que les unes & les autres peuvent être combinées de quatre manieres.

La premiere, lorſque le plan de la roue & l'eſſieu de la lanterne

eſt horizontal ; alors les dents ſont verticales & dans le plan de la roue.

La ſeconde, lorſque le plan de la roue étant horizontal, l'eſſieu de la lanterne eſt vertical : dans ce cas, les dents ſont dans la circonférence de la roue, ſur le prolongement des rayons.

La troiſieme, lorſque la roue eſt verticale, & que l'axe de la lanterne l'eſt auſſi : les dents ſont horizontales & dans le plan de la roue.

La quatrieme enfin, lorſque le plan de la roue eſt vertical, & que l'axe de la lanterne eſt horizontal : alors les dents ſont encore dans la circonférence de la roue, ſur le prolongement des rayons, comme dans le ſecond cas.

Comme il ſuffira de faire voir la maniere de calculer le frottement dans l'un de ces cas, pour en tirer une regle commune aux autres, je m'arrêterai au quatrieme, parce qu'il eſt plus aiſé à repréſenter. Je ſuppoſe donc qu'une puiſſance P, qui a pour bras de levier la ligne AK, tire de K en P pour faire tourner la roue, dont une des dents HI ayant rencontré le fuſeau R de la lanterne NO, agit pour le faire deſcendre de R en L, afin d'élever le poids Q, ſuſpendu à une corde entortillée ſur l'arbre B. FIG. 35.

Le calcul du frottement des roues & des lanternes dépend de tout ce qui a été dit au ſujet des leviers.

286. Pour bien entendre ce qui doit arriver dans le mouvement de cette machine, conſidérez qu'à meſure que la dent HI deſcendra, le point S, où elle touchoit le fuſeau R dans le moment de ſa rencontre, s'éloignera du centre A, ce qui augmentera tant ſoit peu le bras de levier qui répond à la puiſſance réſiſtante, juſqu'au moment que la dent étant parvenue en FG ſoit prête d'échapper le fuſeau. Si l'on tire les lignes AD, BD au point d'attouchement D, qu'on prolonge BD indéfiniment vers E ; les côtés des angles DAK, EBT formeront des leviers coudés, dont le premier appartient à la puiſſance P, & le ſecond au poids Q. Ainſi, multipliant le poids par le rayon BT, & diviſant le produit par la ligne BD, le quotient pourra être pris pour une puiſſance qui repouſſeroit le point D ſelon une direction MD, perpendiculaire à la ligne BE, ce qui tombe dans le cas de ce que nous avons dit aux articles 274, 275, 276, 277, 278. A meſure que le point D s'éloignera du centre B, l'action du poids Q, réduite au point D, deviendra moindre ; au contraire à meſure que la ligne AD augmentera par rapport à la conſtante AK, la puiſſance P croîtra. D'autre part cette puiſſance, ayant à ſurmonter le poids & le frottement qui concoureront au point D, croîtra à meſure que l'angle ADE approchera de valoir 18 degrés 26 minutes. Il s'agit donc

de sçavoir la situation de la dent FG & du fuseau L, dans laquelle la puissance P aura le plus grand effort à surmonter, ce qui ne seroit point aisé à découvrir si l'on vouloit la déterminer dans toute la rigueur géométrique, à cause des lignes variables qui se rencontrent; mais ce seroit s'arrêter à la minutie, & chercher des difficultés pour le seul plaisir de les résoudre, que de vouloir appliquer ici le calcul algébrique, tandis qu'avec quelques suppositions qui n'ont rien qui répugne, on peut suivre, dans la pratique, les regles précédentes.

Maniere de déterminer les longueurs des bras de levier des roues & des lanternes.

Fig. 35.

287. Sans se mettre en peine de l'accroissement presqu'insensible de la ligne BD à mesure que le fuseau L descend, je la détermine par la distance du centre de la lanterne à celui du même fuseau; je mesure de même la ligne AD par la distance du centre A au point où la dent & le fuseau sont prêts de s'échapper; comme on a aussi la ligne AB qui marque la distance d'un centre à l'autre, on aura les trois côtés du triangle ABD, par conséquent l'angle ADE. Quand on l'aura trouvé, s'il a plus de 18 degrés 26 minutes, on multipliera le poids Q, réduit au point D, par 19, on en divisera le produit par 18, le quotient donnera la plus grande résistance que la puissance P aura à surmonter; s'il est moindre, on l'ajoutera à 71 degrés 34 minutes, & on suivra ce qui est dit dans l'article 275.

Sans avoir égard à l'article précédent, on peut bien assurer qu'il y a peu de machines où l'angle ADE ne soit toujours au-dessus de 18 degrés 26 minutes; car si la face de la dent HI n'atteint le fuseau R que lorsqu'elle se trouvera dans l'alignement AB, au même instant que la dent FG abandonnera le fuseau L, (comme cela doit être, pour que le mouvement soit bien réglé) l'arc SD mesurera le chemin que chaque dent fera faire au fuseau qu'elle rencontrera; & comme la circonférence du rayon BD comprendra autant de fois cet arc qu'il y a de fuseaux à la lanterne, il ne s'agit plus que de sçavoir combien on a coutume d'en employer dans les différentes occasions.

On peut, dans la pratique, estimer toujours la puissance dans le cas du plus grand effet.

288. On se sert ordinairement des lanternes pour donner à un corps une certaine vîtesse déterminée par rapport à celle de la puissance qui le meut, & le mouvement de la lanterne a d'autant plus de célérité que le nombre des fuseaux est plus petit, eu égard à celui des dents de la roue. Par exemple, dans les moulins ordinaires, servant à moudre le bled, la lanterne n'a jamais plus de dix fuseaux, & fait faire cinq tours à la meule, tandis que la roue n'en fait qu'un. Il y a d'autres machines où les lanternes ont un plus grand nombre de fuseaux, mais je n'en ai jamais vu qui en eussent

plus

plus de 20, comme à la machine du Pont Notre-Dame à Paris, & aux moulins où l'on fabrique la poudre à canon, ou l'arc que chaque dent fait décrire au fuſeau qu'elle rencontre ſe trouve de 18 degrés. Comme je ne vois pas la néceſſité d'employer un plus grand nombre de fuſeaux dans quelque occaſion que ce ſoit, puiſqu'il vaut mieux, pour une plus grande ſolidité, diminuer la circonférence de la roue, que d'augmenter celle de la lanterne, on peut regarder l'angle ABE, comme s'il ne pouvoit jamais avoir moins de 18 degrés. Mais l'angle ADE, étant extérieur au triangle ABD, ſera plus grand que le précédent : on peut donc, pour éviter des calculs ſuperflus, eſtimer toujours la puiſſance dans le cas du plus grand effet. Quand même il arriveroit par hazard que l'angle ABE ſe trouveroit moindre de 18 degrés 26 minutes, le pis aller ſera d'eſtimer la puiſſance un peu au-deſſus de ce qu'elle devoit être : c'eſt pourquoi, sans s'embarraſſer de la valeur de cet angle, on pourra ſuivre ce qu'indique la formule $\frac{19BT \times AD \times Q}{18BD \times AK} = P$. Fig. 35.

289. Lorſque les dents, au lieu d'être placées ſur la circonférence de la roue, ſeront élevées perpendiculairement ſur ſon plan, comme dans le premier & le troiſieme cas, (285) repréſentés par la roue verticale de la 37e figure, il faudra, dans la formule, au lieu de AD prendre AE ; alors elle deviendra générale pour tous les cas. Fig. 37.

290. Si l'on ſupprime de la formule précédente $\frac{19}{18}$, il reſtera $\frac{BT \times AD \times Q}{BD \times AK} = P$, d'où l'on tire P, Q :: BT × AD, BD × AK ; ce qui fait voir qu'en faiſant abſtraction du frottement, la puiſſance eſt au poids comme le produit des rayons des pignons eſt au produit des rayons des roues ; (75) car les lignes AD & BT peuvent être priſes pour les rayons des pignons, & les lignes BD & AK pour ceux des roues. Or comme il ſuffit de multiplier l'un des moyens de cette proportion par $\frac{19}{18}$, il ſuit que quand on connoîtra le poids, on n'aura qu'à le multiplier par ce nombre ; on trouvera la puiſſance relativement au poids & au frottement, en ſuivant les regles ordinaires de la méchanique. *Maniere abrégée de déterminer une puiſſance qui éleve un poids à l'aide d'une roue & d'une lanterne.* Fig. 35 & 36.

291. Quand on aura la puiſſance, & qu'on voudra chercher le poids, il faudra renverſer le rapport précédent pour avoir $\frac{18}{19}$ qu'on *Méthode abrégée de trouver le*

poids quand la puiſſance ſera donnée.

multipliera par la puiſſance, on aura la valeur du poids, relativement au frottement qu'il peut cauſer, ce qui eſt bien évident; car ſi l'on dégage la lettre Q dans la formule, elle ſera changée en celle-ci, $Q = \frac{18P}{19} \times \frac{BD \times AK}{BT \times AD}$.

Ce que nous venons de voir dans les deux articles précédens ne doit avoir lieu que lorſqu'il n'y a qu'une roue & une lanterne qui agiſſent pour élever un poids, ou pour mieux dire, lorſqu'il n'y a qu'un frottement; mais lorſqu'il y a pluſieurs roues & pluſieurs lanternes, par conſéquent pluſieurs frottemens, les formules doivent changer.

FIG. 36. Je ſuppoſe que A eſt un treuil ſervant d'eſſieu à la lanterne B, que cette lanterne s'engraine avec la roue C, dont l'eſſieu G eſt commun à la lanterne D, s'engrainant avec la roue E, qui a pour eſſieu l'arbre F, autour duquel eſt une corde qui aboutit à un poids P, tenant lieu de puiſſance, dont l'objet eſt d'élever le poids Q. Pour eſtimer cette puiſſance relativement au poids & au frottement qui ſe fera aux endroits R & S, nous nommerons les rayons des treuils, roues, & lanternes, par les lettres qui les accompagnent, a, b, c, d, e, f.

Quand une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de pluſieurs roues & lanternes, il faut, pour avoir égard au frottement, la multiplier par $\frac{19}{18}$, élevé au degré qui auroit pour expoſant autant d'unités qu'il y a de roues ou de lanternes.

292. Si la puiſſance étoit appliquée au point D, & qu'elle tirât ſelon la direction perpendiculaire DT au rayon d, elle ſeroit exprimée par $\frac{19}{18} q \times \frac{ac}{bd}$ (290) qui eſt égal à l'action de la dent S contre le fuſeau qu'elle pouſſe. Or pour avoir égard au frottement qui ſe fera en cet endroit, il faudra multiplier $\frac{19}{18} q \times \frac{ac}{bd}$ par $\frac{19}{18}$; & ſi la puiſſance eſt appliquée à l'extrémité du rayon f, comme nous l'avons ſuppoſé en premier lieu, il faudra encore multiplier le produit précédent par $\frac{e}{f}$ pour avoir $\frac{19}{18} \times \frac{19}{18} \times Q \times \frac{ace}{bdf} = P$.

293. Il ſuit que lorſqu'il y a deux roues & deux lanternes, par conſéquent deux frottemens, il faut multiplier le poids par le quarré de $\frac{19}{18}$, qui donne à-peu-près $\frac{10}{9}$, qu'on peut prendre à la place de ce quarré. Que s'il y avoit trois roues & trois lanternes, il faudroit multiplier le poids par le cube de $\frac{19}{18}$, ou par $\frac{6}{5}$, qui eſt à-peu-près la même choſe, & cela parce que le frottement des parties les plus proches du poids, contribue à augmenter celui des parties qui ſe frottent en ſecond & en troiſieme lieu, d'où l'on tire cette regle générale.

Lorsqu'une puissance éleve un poids donné à l'aide de plusieurs roues & lanternes, il faut, pour avoir égard au frottement, multiplier le poids par $\frac{19}{18}$, élevé au degré qui auroit pour exposant autant d'unités que la machine comprend de lanternes, & faire le reste du calcul en suivant les regles ordinaires de la méchanique.

La regle précédente en fournit une autre fondée sur l'article 291.

Quand la puissance sera donnée, & qu'on voudra trouver le poids, il faudra multiplier la puissance par $\frac{18}{19}$, élevé au degré qui auroit pour exposant autant d'unités, qu'il y a de roues.

294. *Lorsqu'on veut élever un poids à l'aide de plusieurs roues & lanternes, & que la puissance est donnée, il faudra, pour trouver le poids, multiplier la puissance par $\frac{18}{19}$, élevé au degré qui auroit pour exposant autant d'unités que la machine comprendra de roues ou de lanternes;* c'est-à-dire, que s'il y en a deux, on pourra la multiplier par $\frac{10}{9}$; s'il y en a trois par $\frac{6}{5}$, ainsi des autres, & faire le reste à l'ordinaire; ce qui devient très-commode pour calculer les machines les plus composées.

Calcul d'une machine composée d'une roue & de deux lanternes.

Fig. 34.

295. Quelquefois les dents d'une même roue s'engrainent avec deux ou trois lanternes, pour donner à la puissance le moyen d'élever plusieurs poids séparés, ou de produire deux effets différens. Par exemple, on voit que la roue verticale E, dont les dents sont autour de la circonférence, peut faire tourner en même tems les lanternes D & F, aux arbres desquelles sont suspendus les poids Q & R, qu'une puissance P, appliquée au bras de levier BL, veut élever en tirant selon une direction LP; car la dent I poussant le fuseau K de bas en haut, tandis que la dent G en pousse un autre H de haut en bas, la puissance continuant d'agir, les lanternes tourneront d'un sens opposé. Or si leurs rayons sont égaux, de même que le poids, le frottement sera aussi égal de part & d'autre, & il suffira de suivre ce qui a été dit dans l'article 290, pour avoir l'expression de la puissance capable d'élever un des poids: doublant cette puissance, on aura celle qui les élevera tous deux, sans avoir égard aux articles 293 & 294, qui n'ont lieu que lorsque plusieurs frottemens sont occasionnés par un même poids.

Calcul d'une autre machine composée de roues & de lanternes.

Fig. 37.

296. Voici encore un autre exemple de la rencontre des roues & lanternes qui contribuera à faciliter l'usage des regles que nous venons d'établir. A est l'arbre d'une roue verticale qui a deux rangées de dents; la premiere, sur la circonférence, s'engraine avec les fuseaux de la lanterne T, à l'arbre de laquelle est suspendu un

poids Q. La seconde rangée est située sur le plan de la roue, & s'engraine avec la lanterne GH, laquelle a pour essieu un arbre IK qui soutient une roue horizontale M, dont les dents sont élevées perpendiculairement sur son plan, & s'engrainent avec la lanterne F, dont l'essieu Y est entortillé d'une corde, laquelle passant sur une poulie X, va aboutir à un poids R, qu'il est question d'élever en même tems que le poids Q, par l'action d'une seule puissance qui tire de V en P, appliquée à l'extrémité du bras de levier AV.

Une des dents B de la circonférence de la roue verticale, poussant de bas en haut le fuseau D, fera tourner la lanterne T, tandis qu'une des dents élevée sur le plan de la même roue, poussera un des fuseaux de la lanterne GH, pour la faire tourner d'un sens opposé à la direction de la puissance P, de même que la roue horizontale M, qui fera tourner la lanterne F, laquelle répond au poids R.

Pour trouver une expression de la puissance P, relativement aux poids Q & R, & au frottement; nous supposerons cette puissance divisée en deux autres, que nous nommerons x, y, dont la premiere sera employée à élever le poids Q, & la seconde, le poids R. Nous nommerons aussi les rayons CT, a; CB, b; AB, c; AV, d; GZ, e; IM, f; YN, g; YO, h; & AE, l. Je considere qu'entre le poids Q & la puissance qui le soutient, il y a les quatre bras de leviers CT, CB, BA, & AV, dont le premier & le troisieme peuvent être considérés comme répondant au poids; le second & le quatrieme comme répondant à la puissance; (74) c'est pourquoi multipliant le poids Q par $\frac{19}{18}$, on aura (290) bd, ac :: $\frac{19}{18}$ Q, x, d'où l'on tire $x = \frac{19}{18} \text{Q} \times \frac{ac}{ba}$.

FIG. 37. Comme le poids R & la puissance qui le soutient répondent chacun alternativement à trois bras de levier, & que les lanternes F & G occasionnent deux frottemens, il faut multiplier le poids R par $\frac{10}{9}$ (294) on aura ged, hfl :: $\frac{10}{9}$ R, y; ou $y = \frac{10}{9} \text{R} \times \frac{hfl}{ged}$. Si l'on ajoute ces deux équations ensemble, & qu'à la place de $x + y$ on y mette la valeur, on aura $\text{P} = \frac{19}{18} \text{Q} \times \frac{ac}{bd} + \frac{10}{9} \text{R} \times \frac{hfl}{ged}$, qui ne renferme que P d'inconnue.

Dans la même machine la puissance étant donnée,

297. Si l'on connoissoit la puissance P, & que l'on ignorât les poids R & Q, il suffira de déterminer le rapport que l'on veut qu'ils ayent entr'eux pour les trouver chacun en particulier. Ainsi

ſuppoſant $\frac{n}{m} = \frac{k}{Q}$, nommant x le poids Q, on aura $m, n :: x$, $\frac{nx}{m} = R$; mettant dans l'équation précédente x à la place de Q, & $\frac{nx}{m}$ à la place de R, elle ſera changée en celle-ci $P = \frac{19ac}{18bd} x + \frac{10nhfl}{9mged} x$, de laquelle dégageant l'inconnue, il vient $x = \frac{p \times 162bdegm}{171acegm + 180bfhln} = Q$, qui étant multiplié par $\frac{n}{m}$, on aura $R = \frac{nx}{m} = \frac{p \times 162bdegmn}{171acegmm + 180bfhlmn}$.

on demande de trouver le poids.

Voici une occaſion de déſabuſer le plus grand nombre des Machiniſtes des merveilles qu'ils croient pouvoir opérer par la répétition des roues & des lanternes, en faiſant voir dans quelles bornes ſont renfermés les avantages que l'on peut tirer d'une machine.

Quand il s'agit d'élever des corps ſolides d'une extrême peſanteur, on a raiſon d'emprunter le ſecours des machines compoſées, pour diminuer le nombre des hommes ou des animaux, ſans ſe mettre en peine du tems qu'il faudra de plus, pour n'avoir égard qu'à la facilité d'exécuter une choſe d'une maniere plutôt que de l'autre, & c'eſt ce qui a rendu *le cric*, *la chevre*, *la grue*, *&c.* d'un uſage ſi commun. Mais comme ce ne ſont point les machines de cette eſpece que nous avons en vue, mais bien celles que l'on peut mettre en uſage pour élever de l'eau ; c'eſt dans ce cas où il faut faire enſorte que la quantité de mouvement du poids approche le plus près qu'il eſt poſſible d'égaler celle de la puiſſance. Car l'égalité parfaite de ces deux grandeurs ne peut avoir lieu qu'autant que l'on fait abſtraction des frottemens & des autres obſtacles inſéparables de la pratique, puiſque, quand on viendra à l'exécution, la quantité de mouvement du poids ſera toujours au-deſſous de la quantité de mouvement de la puiſſance, & d'autant moindre que la machine ſera plus compoſée, comme on en va juger.

298. Je ſçais bien qu'il n'y a perſonne qui ne préfere une machine ſimple à une autre plus compoſée qui rempliroit la même fin, parce qu'elle eſt plus facile à exécuter, d'une moindre dépenſe, & moins ſujette à réparation ; mais on ne ſoupçonne pas qu'elle a encore un autre avantage, qui eſt de faire réellement beaucoup plus d'effet.

Pluſieurs conſéquences pour faire voir le déchet cauſé par le frottement.

Par exemple, s'il étoit queſtion de faire mouvoir des piſtons de pompe pour élever de l'eau dans un réſervoir, afin de la diſtribuer

aux fontaines d'une ville, ou pour tout autre uſage; la fin qu'on doit ſe propoſer eſt d'en procurer, avec une puiſſance limitée, la plus grande quantité qu'il eſt poſſible dans un tems déterminé. Or ce plus grand effet dépendra, non-ſeulement de la groſſeur des corps de pompe, ou des colonnes d'eau qui paſſeront dans le réſervoir, mais encore de la vîteſſe avec laquelle elles y ſeront élevées, par conſéquent de la plus grande quantité de mouvement du poids, (qui eſt ici celui de l'eau même) laquelle ne pouvant égaler la quantité de mouvement de la puiſſance, tout ce que l'on peut faire de mieux c'eſt qu'elle en approche le plus qu'il eſt poſſible; ſur quoi l'on peut tirer des articles 290, 291, 292, 293, 294, les conſéquences ſuivantes.

1°. Lorſqu'une puiſſance éleve un poids donné à l'aide d'une roue & d'une lanterne, le ſeul frottement de ces deux pieces eſt cauſe que la puiſſance eſt alors à ce qu'elle eût été ſans le frottement, comme 19 eſt à 18 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids, dans le rapport des mêmes nombres.

2°. Si une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de deux roues, elle ſera à ce qu'elle eût été, dans le rapport de 10 à 9 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

3°. Lorſqu'une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de trois roues, elle ſera à ce qu'elle eût été, comme 6 eſt à 5 : que ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

4°. Si une puiſſance éleve un poids donné à l'aide de quatre roues, elle ſera à ce qu'elle eût été dans le rapport de 5 à 4 : ſi la puiſſance eſt donnée, ſa quantité de mouvement ſera à celle du poids dans le même rapport.

Concluſion, où l'on fait voir que plus les machines ſont compoſées, & moins elles font d'effet.

299. On voit qu'à meſure qu'on multiplie le nombre des roues & des lanternes, on eſt obligé d'augmenter la puiſſance ou de diminuer le poids, & que ſi l'on vouloit faire mouvoir des piſtons de pompe à l'aide d'une roue & d'une lanterne, la puiſſance étant limitée, il ne paſſera au réſervoir que les $\frac{18}{19}$ de l'eau qui y ſeroit montée, ſi les piſtons avoient reçu leur mouvement immédiatement de la puiſſance : quand on ſe ſervira de deux roues, il n'en paſſera au réſervoir que les $\frac{5}{7}$; quand on en employera trois, il n'en paſſera que les $\frac{5}{6}$: enfin quand on en employera quatre, il n'en paſſera que les $\frac{4}{5}$.

On dira peut-être que dans bien des cas, on ne peut ſe diſpenſer

d'employer les roues & les lanternes pour communiquer les mouvemens ; mais il ne s'en faut ſervir que quand on ne peut faire autrement, puiſqu'il y a mille autres moyens plus ſimples, ſur-tout quand il s'agit d'élever des eaux, & voilà le cas où un Machiniſte donne des marques de ſon habileté : mais je me ſuis aſſez étendu ſur ce ſujet, je paſſe à ce que j'ai à expoſer ſur la difficulté qu'on éprouve à élever un poids à l'aide d'un rouleau.

Examen du frottement des cordes ſur les cylindres ou rouleaux.

300. Ayant un cylindre immobile poſé horizontalement, dont la figure 38 repréſente le profil ; ſuppoſant que ſur ce cylindre paſſe une corde aux extrémités de laquelle ſoient ſuſpendus deux poids égaux A & B, nous ferons voir *qu'un de ces poids eſt à la preſſion de la corde ſur le cylindre, comme le rayon CD eſt à la demi-circonférence DFE; c'eſt-à-dire, que ſi chaque poids étoit de 7 liv. la preſſion ſeroit de 22.* FIG. 38.

Si l'on ſuppoſe qu'à un point quelconque de la corde qui touche le cylindre on en ait attaché une autre GP, à laquelle ſoit appliquée une puiſſance P, qui tire ſelon une direction CP, paſſant par le centre C ; cette puiſſance faiſant un effort égal à la preſſion de la corde ſur le point O, les parties GF & CL de la corde ſeront égales entr'elles & tangentes au cylindre. Si l'on tire les lignes HL, HF paralleles à GF & à GL, on aura le parallélogramme des forces dont la diagonale GH exprimera l'effort de la puiſſance P, & le côté GL l'action du poids A, par conſéquent l'on aura A, P : : GL, GH. Préſentement, ſi l'on mene la ſous-tendante LF, & les rayons CL, CF, on aura les triangles ſemblables GLH, LCF, puiſque leurs angles du ſommet GLH, LCF ſont égaux, d'où l'on tire GL, GH : : LC, LF; mais A, P : : GL, GH ; donc A, P : : LC, LF. FIG. 39.

Si l'on ſoutient un poids à l'aide d'une corde qui embraſſe la demi-circonférence d'un cylindre immobile, il y aura même raiſon du poids à la preſſion de la corde, que du rayon du cylindre à la demi-circonférence.

301. Si l'on ſuppoſe que l'arc LOF ſoit infiniment petit, de maniere qu'il ſe confonde avec la ſous-tendante LF, le point G ſe réunira au point O, & il y aura toujours même rapport du poids A à la puiſſance P, ou à la preſſion de la corde ſur l'arc O infiniment petit, que du rayon CL à cet arc. Or comme il arrivera la même choſe à tous les points de la demi-circonférence du cylindre, il ſuit que le poids A ſera à la ſomme de toutes les preſſions de la corde, comme le rayon eſt à la ſomme de tous les arcs infiniment petits, c'eſt-à-dire, à la demi-circonférence du cylindre.

302. Si au lieu de deux poids on ſuppoſe deux puiſſances égales appliquées aux extrémités d'une corde, qui tirent chacune de leur côté, que la partie du cylindre embraſſée par la corde ſoit plus ou moins grande que la demi-circonférence; une de ces puiſſances,

Si la corde embraſſe une partie de la circonférence, le poids ſera à la preſſion, comme le rayon eſt à l'arc embraſſé par la corde.

ſera encore à la preſſion du cylindre, comme le rayon eſt à l'arc embraſſé par la corde.

D'où il ſuit que les preſſions cauſées par des puiſſances égales ſur un même cylindre, ſeront entr'elles comme la grandeur des arcs embraſſés par la corde: que ſi ces arcs ſont égaux, mais que les poids ſoient différens, les preſſions ſeront entr'elles comme ces poids.

FIG. 41.

Si l'on a une corde qui embraſſe les trois quarts de la circonférence d'un rouleau, la preſſion ſur chacun de ces quarts de circonférence, augmentera dans la raiſon des termes d'une progreſſion géométrique.

303. Si l'on a deux poids P & Q attachés aux extrémités d'une corde PABF, qui embraſſe le quart AB de la circonférence d'un cylindre, dont un des bouts BF aille paſſer ſur une poulie D, que je ſuppoſe ſans frottement; que le poids Q ſoit préciſément d'une peſanteur capable d'enlever le poids P, & de ſurmonter le frottement de la corde contre le cylindre; d'autre part qu'on ait auſſi le poids R ſuſpendu à une des extrémités de la corde PABCR, qui embraſſe toute la demi-circonférence, enſorte que le poids R ſoit auſſi prêt d'enlever le poids P, comme nous avons ſuppoſé que l'étoit le poids Q; je dis que les trois poids P, Q, R, ſeront en proportion continue.

Pour le démontrer, remarquez que ſi l'on a une autre poulie E, ſur laquelle nous ſuppoſerons que paſſe la corde FG, qui ne faſſe que toucher le cylindre au point B; voulant ſoutenir le poids Q en équilibre, il faut que le poids S lui ſoit égal. Or ſi l'on ſuppoſe préſentement que les poids S & R répondent à une même corde SGBCR, il faudra autant de force au poids R, pour ſurmonter la peſanteur du poids S & le frottement de la corde contre le quart BC de la circonférence du cylindre, que pour enlever le poids P & ſurmonter le frottement de la demi-circonférence. Si donc on fait voir que les poids P, S, R, ſont en proportion continue, on conclura que les poids P, Q, R le ſeront auſſi.

Nommant a, le poids P; & x, la partie du poids Q qu'il faut pour ſurmonter le frottement du quart de cercle AB; tout le poids Q, ou ſon égal S, ſera exprimé par $a+x$. De même, nommant y la partie du poids R qui doit ſurmonter le frottement de la corde ſur le quart de cercle BC, pour être tout prêt d'enlever le poids S; tout le poids R ſera exprimé par $a+x+y$; ainſi il faut faire voir que P (a), S $(a+x)$ :: S, $(a+x)$ R, $(a+x+y)$ ou que $aa+ax+ay=aa+2ax+xx$.

Faites attention que les preſſions des cordes ſur un cylindre, lorſqu'elles embraſſent des arcs égaux, ſont entr'elles comme la peſanteur des poids qui ſont attachés à leurs extrémités, dans le cas de l'équilibre, (302) & que les frottemens étant proportionnés

aux

aux pressions, on pourra dire que le poids P est à la partie du poids Q, capable de surmonter le frottement de la corde sur le quart de cercle AB, comme le poids S est à la partie du poids R, capable de surmonter le frottement de la corde GBCR sur le quart de cercle BC. Ainsi l'on aura $a, x :: a + x, y$, d'où l'on tire $ay = ax + xx$: or si l'on met la valeur de ay dans l'équation précédente, on aura de part & d'autre $aa + 2ax + xx$. C. Q. F. D.

304. Si la corde qui répond aux poids P & Q, au lieu de n'embrasser que le quart de la circonférence du cylindre, régnoit sur toute la moitié ABC, comme dans la figure 40, & que la corde qui répond aux poids P & R, venant passer sur la poulie D, au lieu de n'embrasser que la demi-circonférence du cylindre, tournât tout autour, comme je suppose que fait la corde PABCFAER, on aura encore $\div$ P, Q, R. Car les pressions augmentant dans la raison des arcs que les cordes embrassent, les poids Q & R, qu'il faudra pour surmonter la pesanteur du poids P & le frottement de la corde sur la demi-circonférence du cylindre d'une part, & sur la circonférence entiere de l'autre, quoique beaucoup plus grands qu'ils ne l'étoient ci-devant, seront toujours dans le même rapport avec le poids P. FIG. 40.

Lorsque la corde fait plusieurs tours sur le cylindre, la pression causée par le poids augmente dans la raison des termes d'une progression géométrique.

305. Enfin, si après que la corde qui répond aux poids P & R aura fait un tour sur le cylindre, un de ses bouts, au lieu d'aller passer sur la poulie D, venoit repasser sur la demi-circonférence ABC pour faire un tour & demi, & qu'à son extrémité il y eût un poids S capable d'enlever le poids P, & de vaincre le frottement des trois demi-tours que la corde fait sur le cylindre; les quatre poids P, Q, R, S, seront continuellement proportionnels. D'où il suit que connoissant les deux premiers poids dont la corde n'embrasse que la demi-circonférence du cylindre, on aura la valeur de la puissance capable d'enlever le poids P, & de surmonter le frottement de la corde, selon le nombre des demi-tours qu'elle fait sur le cylindre, en formant une progression géométrique dont les termes soient dans le même rapport que les poids P & Q. Ainsi supposant que le poids P soit de deux livres, & le poids Q de quatre, on aura cette progression 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, &c. alors le poids R sera de 8 liv. & le poids S, de 16. Si donc la corde fait deux tours, il faudra que le poids capable de surmonter la pesanteur du poids P & le frottement, soit de 32; si elle fait deux tours & demi, de 64; si elle en fait trois, de 128; si elle en fait trois & demi, de 256; ainsi des autres.

Maniere de trouver la

306. Quand on a les deux premiers termes d'une progression

puissance qui est en équilibre avec un poids dont la corde fait plusieurs tours sur un rouleau immobile.

géométrique, on peut trouver tout d'un coup la valeur de tel terme que l'on voudra, puisque celui que l'on cherche sera toujours exprimé par une fraction qui aura pour numérateur le second terme élevé à une puissance dont l'exposant sera un nombre égal à la quantité des termes qui précedent celui qu'on demande, & pour dénominateur le premier terme élevé à une puissance qui aura pour exposant celui du numérateur moins l'unité ; ce qui fournit une regle très-commode pour abréger le calcul des frottemens dont nous parlons. J'ai fait nombre d'expériences avec des rouleaux & des cordes de différente grosseur, dont le résultat s'est rencontré aussi juste qu'on le pouvoit souhaiter avec la théorie précédente.

307. On voit l'avantage que l'on tire des poulies, & combien est considérable le frottement des grosses cordes sur un cylindre de bois ; on ne doit donc pas s'étonner, si sur les ports de mer il suffit de faire faire à un cable trois ou quatre tours sur un pieu pour arrêter le plus gros vaisseau contre la force des vents & l'agitation des flots.

Examen de la résistance causée par la roideur des cordes qui embrassent des rouleaux ou des poulies.

Après l'obstacle causé par les frottemens, il n'y en a point de plus difficile à surmonter que celui qui provient de la roideur des cordes qui sont obligées de se plier sur des poulies ou sur des rouleaux ; & comme il importe extrêmement d'y avoir égard pour faire une estimation exacte de la résistance qu'une puissance qui meut une machine trouve à surmonter : voici quelques regles fondées sur le raisonnement & l'expérience.

FIG. 38.

308. Pour peu qu'on y fasse attention, on apperçoit d'abord qu'une corde DA doit être d'autant plus difficile à plier, qu'elle est plus grosse & plus tendue par un poids, à quoi l'on peut ajouter que plus la corde sera obligée de se courber pour se rouler sur la poulie G, plus elle fera d'effort pour résister à la puissance P qui fait monter le poids. Il est à remarquer qu'il n'y a que la roideur du brin qui répond au poids qui fait obstacle à son enlévement ; car pour l'autre, quoiqu'également tendu, comme il ne fait que se développer de dessus la poulie à mesure qu'elle tourne, la puissance n'a aucune résistance à vaincre de ce côté-là.

** Mém. de l'Acad. an. 1699.*

Expériences faites sur la roideur des cordes, avec les conséquences que l'on en a tiré.

309. M. *Amontons* a fait des expériences * pour voir selon quelles proportions ces différentes résistances augmentoient, & voici comme il s'y est pris ; il a accroché contre une poutre deux cordes distantes l'une de l'autre de 5 à 6 pouces, auxquelles pendoit librement le bassin d'une balance ; il a engagé un rouleau ou cylindre de bois dans ces deux cordes, en leur faisant faire à chacune un tour du même sens ; ensuite il a entortillé vers le mi-

lieu du cylindre d'un ſens contraire à celui de la corde un ruban de fil fort flexible, au bout duquel pendoit un ſecond baſſin; après cette préparation il a mis dans le premier baſſin un poids d'une certaine peſanteur, & ſucceſſivement d'autres plus petits dans le ſecond pour faire deſcendre le cylindre, nonobſtant la réſiſtance cauſée par la roideur des cordes; après avoir répété la même choſe avec des cordes de différentes groſſeurs, des rouleaux de différens diametres, & des poids de différentes peſanteurs, il en a tiré les conſéquences ſuivantes.

1°. La réſiſtance qui vient de la roideur cauſée par les poids qui tirent la corde, croît dans le rapport des mêmes poids.

2°. La réſiſtance qui vient de la groſſeur des cordes croît dans le même rapport que leur diametre augmente.

3°. La réſiſtance qui vient des rouleaux, augmente à proportion que leur diametre diminue, & au contraire.

310. Il eſt tout naturel de penſer, pour le premier article, que ſi l'on attache ſucceſſivement pluſieurs poids à une corde, elle ſe tendra de plus en plus, & que la difficulté de plier ou de courber cette corde, croîtra dans la raiſon qu'elle ſera plus tendue, c'eſt-à-dire, dans le rapport des poids qui la tirent.

Pour bien entendre le ſecond article, il faut faire attention qu'il y a toujours un point H de la circonférence de la poulie, par rapport auquel le diametre DH de la corde doit ſe mouvoir; par conſéquent plus ce diametre ſera long, plus l'action du poids qui s'oppoſe à la courbure que l'on veut faire prendre à la partie KH, aura d'avantage contre la puiſſance oppoſée. Ainſi de deux cordes dont l'une auroit un diametre double de celui de l'autre, ſi elles ſoutiennent des poids égaux, leurs réſiſtances à ſe plier ſeront dans la raiſon de 1 à 2. Il eſt vrai que ſi l'on imagine ces deux cordes compoſées de filets de même diametre, la groſſe en comprendra quatre fois plus que la petite; mais en récompenſe chaque filet de la groſſe ne ſoutiendra que la quatrieme partie du poids que ſoutient chaque filet de la petite; ce qui fait voir que dans leur totalité ils ſeront également tendus, & que s'il n'y avoit d'autres difficultés à courber ces deux cordes, que celle qui vient de la peſanteur des poids, les réſiſtances de ces cordes ſeroient égales. D'où il ſuit que les ſuperficies de leurs cercles n'entrent ici pour rien; cependant les filets de la groſſe corde étant deux fois plus éloignés que ceux de la petite du point ſur lequel ils réſiſtent à être ployés, ils doivent cauſer une réſiſtance double: ce qu'il convenoit de faire ſentir. FIG. 38.

Quant à la troisieme conséquence, il est constant que si les cordes ont le même diametre, & qu'elles soutiennent des poids égaux, leur difficulté à se plier doit augmenter à mesure que les diametres des poulies seront plus petits; car les diametres étant comme leur circonférence, plus celle des poulies sera petite, & plus la courbure des cordes s'éloignera de la ligne droite. D'un autre côté, on peut considérer les diametres DH & HI de la corde & de la poulie comme un levier DI, dont le point d'appui est en H, alors la résistance de la corde à être pliée pourra être supposée réunie au point D, & la puissance qui doit la surmonter appliquée à l'extrémité I. Mais le diametre HI ayant au centre C un point d'appui, cette puissance perdra la moitié de l'avantage qu'elle auroit sans cela, son bras de levier ne peut donc être exprimé que par le rayon CI; par conséquent plus ce rayon sera petit, & plus la résistance causée par la courbure de la corde sera difficile à surmonter.

Regle générale pour calculer la résistance causée par la roideur des cordes qui passent sur une poulie.

311. Des expériences qu'a fait M. *Amontons*, on en tire une regle fort commode pour tous les calculs qu'on peut faire sur ce sujet, la voici: *Si l'on a une corde d'une ligne de diametre à laquelle soit suspendu le poids d'une livre, & qu'elle fasse un tour sur un cylindre d'un pouce, il faudra le poids d'une demi-once, ou la trente-deuxieme partie du poids que soutient ici la corde pour surmonter sa résistance à se courber;* par conséquent si au lieu d'une livre, on en suspendoit 64, la résistance de la même corde à se plier sur le cylindre d'un pouce de diametre seroit surmontée par le poids de deux livres; c'est-à-dire, par la trente-deuxieme partie du poids suspendu.

Pour sçavoir la résistance d'une autre corde d'un diametre quelconque, chargé de tel poids que l'on voudra en se servant d'un rouleau d'un diametre à volonté, il faut 1°. diviser par 32 le poids que soutient la corde. 2°. Multiplier le quotient par le nombre de lignes que comprendra le diametre de la corde. 3°. Diviser ce produit par le nombre de pouces que comprend le diametre du rouleau; le quotient donnera en livres le poids qui sera en équilibre avec la résistance causée par la roideur de la corde. Par exemple, si le poids étoit de 400 liv. & la corde de 8 lignes de diametre, on aura selon la regle $\frac{400}{32} \times 8 = 100$, qui étant divisé par le diametre du rouleau que nous supposerons de 5 pouces, le quotient donnera 20 liv. pour la pesanteur du poids destiné à surmonter la résistance causée par la roideur de la corde.

312. Pour rendre raison de cette regle, remarquez que lorsqu'on a une corde d'une ligne de diametre, & un rouleau d'un pouce, ce sera toujours la trente-deuxieme partie du poids suspendu à cette

corde qui en ſurmontera la roideur ; c'eſt pourquoi nous avons commencé à diviſer 400 liv. par le nombre 32. D'autre part, comme la corde au lieu d'une ligne de diametre en a huit, la réſiſtance de cette corde à ſe plier ſera huit fois plus grande ; par conſéquent la puiſſance qui doit ſurmonter cette réſiſtance, au lieu d'être exprimée par $\frac{400}{32}$, le ſera par $\frac{8 \times 400}{32}$; voilà la premiere & ſeconde opération, ſur quoi il eſt à remarquer qu'elles ne font que donner l'expreſſion de la puiſſance appliquée à la ſurface d'un rouleau qui auroit un pouce de diametre. Mais ſi cette puiſſance a un bras de levier cinq fois plus grand, elle n'aura beſoin que de la cinquieme partie de ſa force ; c'eſt pourquoi, dans la troiſieme opération, on a diviſé le réſultat des deux premieres par le diametre du rouleau.

Application de la regle précédente pour calculer la roideur des cordes qui paſſent ſur une poulie.

313. Si la corde, au lieu de paſſer ſur un rouleau, tel que celui dont M. *Amontons* s'eſt ſervi, paſſoit ſur une poulie, comme nous l'avons ſuppoſé d'abord, il faudroit diviſer le produit de la ſeconde opération par le rayon de la poulie, & non par le diametre ; car autrement la puiſſance qui doit ſurmonter la réſiſtance de la corde ne ſeroit que moitié de ce qu'elle devroit être. C'eſt à quoi M. *Amontons* n'a pas fait attention, ayant pris par-tout le diametre des poulies au lieu de leur rayon, ſans en faire de différence avec les rouleaux ; il a même calculé une Table fort ample pour évaluer en livres la puiſſance qu'il faut pour ſurmonter la roideur des cordes, de toutes ſortes de diametre, qui ſoutiendroient des poids depuis 10 livres juſqu'à 100 mille. Pour n'y avoir pas pris garde, on ne peut ſe ſervir de cette Table qu'en doublant les puiſſances.

314. Pour faciliter l'intelligence de tout ce qui précede, voici un exemple qui pourra ſervir pour le calcul de toutes les puiſſances qui auront un poids à enlever avec une poulie immobile. Je ſuppoſe que la poulie a 24 pouces de diametre, ſon boulon un pouce, que celui de la corde qui paſſe pardeſſus eſt de 18 lignes, & que le poids eſt de 800 liv. : cela poſé, il faut que la puiſſance, pour être capable d'enlever ce poids, ſoit compoſée de trois parties ; la premiere, pour être en équilibre avec le poids ; la ſeconde, pour ſurmonter la roideur de la corde, & la troiſieme, pour vaincre le frottement de la poulie contre le boulon. Pour la premiere, elle n'eſt autre choſe que l'équivalent du poids dans l'état d'équilibre, par conſéquent de 800 livres : pour la ſeconde, il faut prendre la trente-deuxieme partie du poids, qui ſera 25, qu'il faut multiplier par 18, diametre de la corde, & diviſer le produit par 12, rayon de

la poulie, il viendra 37 liv. $\frac{1}{2}$. A l'égard de la troisieme, considérez que le boulon se trouvera chargé de deux poids de 800 liv. plus de 37 $\frac{1}{2}$ liv. qui font ensemble 1637 $\frac{1}{2}$ liv. dont il faut prendre la moitié, qui est 819, pour l'expression du frottement de la poulie contre le boulon, qu'il faut multiplier par le rayon du boulon, & diviser par celui de la poulie; il viendra 34 liv. pour le frottement réduit à l'extrémité du bras de levier. (253) Ainsi ajoutant ces termes ensemble, on aura $800 + 37\frac{1}{2} + 34 = 871$ liv. $\frac{1}{2}$, pour la puissance capable de faire monter le poids, pour peu qu'on l'augmente, au lieu de 845 livres, qu'a trouvé M. *Amontons*, page 226.

Parallele pour faire voir l'avantage des grandes poulies au-dessus des petites.

315. Le fréquent usage que l'on fait des poulies m'engage à faire voir qu'il n'est pas aussi indifférent que le pensent la plûpart de ceux qui ignorent la théorie des machines, d'en employer de petites au lieu de grandes, on en va juger.

Je suppose qu'il s'agit encore d'élever un poids de 800 liv. avec une corde de 18 lignes de diametre, à l'aide d'une poulie fixe dont le boulon sera aussi d'un pouce de diametre, afin qu'il ait au moins la même force que le précédent : la seule différence est que nous supposerons le diametre de la poulie de 4 pouces au lieu de 24. Ainsi on divisera le poids par 32, on en multipliera le quotient par le diametre de la corde, pour avoir 450 liv. qui étant divisés par le rayon de la poulie, c'est-à-dire par deux pouces, il viendra 225 liv. pour l'expression de la puissance qui doit surmonter la roideur de la corde, qu'il faut ajouter avec le double du poids, pour avoir 1825 livres, qui est le poids dont la poulie sera chargée. Il en faut prendre la moitié, qui est 912 liv. $\frac{1}{2}$, pour le frottement de la poulie contre le boulon, qui étant multiplié par le diamerre du boulon, & le produit divisé par celui de la poulie, il viendra environ 228 liv. pour l'expression de la puissance appliquée à l'extrémité du rayon pour surmonter le frottement. Or ajoutant ce nombre avec 225, il vient 453 liv. pour ce qu'il faut ajouter à la puissance dans l'état d'équilibre, afin d'être capable d'enlever le poids; ainsi cette puissance doit être de 1253, au lieu que nous ne l'avons trouvé ci-devant que de 871, ce qui fait une différence de 382 liv. quoique toutes choses soient égales, excepté le diametre des poulies; ce qui fait voir combien il importe de préférer les grandes aux petites.

316. J'ajouterai ici quelques remarques auxquelles il convient avoir égard dans la pratique.

1°. La roideur des cordes sera d'autant plus grande, qu'elles seront obligé de plier plus vîte : c'est pourquoi il faudra y faire attention, lorsque dans le calcul d'une machine, il se trouvera des cordes qui se plieront avec différentes vîtesses.

Observations auxquelles il faut avoir égard dans l'usage qu'on fait des cordes.

2°. Supposé que l'on connoisse les forces des cordes d'une certaine grosseur, ou les poids qu'elles peuvent soutenir, il ne faut pas en employer de plus grosses qu'il n'est nécessaire.

3°. Que les cordes neuves résistent plus à se courber sur une poulie, ou sur un treuil, que ne font les vieilles; ce qui fait qu'elles éloignent la direction du poids du diametre horizontal de la poulie, alongent le bras de levier, & obligent la puissance opposée à un plus grand effort. D'autre part, les cordes neuves, chargées de tout le poids qu'elles peuvent porter, sont plus sujettes à se rompre que lorsqu'on les charge successivement pour les rendre souples.

4°. Aux cordes qui tournent autour d'un treuil, il n'y a que l'axe qui ne varie point, au lieu que la circonférence du treuil augmente selon la grosseur de la corde; ainsi quand elle ne fait qu'un tour, il faut, dans le calcul des machines, ajouter le demi-diametre de la corde au rayon du treuil pour former le bras de levier. Si la corde doit faire plusieurs tours les uns sur les autres, il faudra faire l'estimation de la puissance résistante dans le cas où le bras du levier qui lui répond sera le plus alongé par la grosseur de la corde. Voici encore quelques observations sur la construction des machines en général.

317. Je laisse à la capacité de ceux qui ont à construire une machine de chercher les moyens de la rendre la plus simple qu'il sera possible, en ne se servant que des pieces absolument nécessaires, ayant égard à toutes les maximes que nous venons d'insinuer. Comme il n'y a point d'ouvrage, de quelque nature qu'il soit, où l'on ne découvre des imperfections après l'avoir achevé, il faut, pour n'avoir point de regret, faire plusieurs projets différens pour combiner toutes les façons dont une même chose peut être exécutée, méditer sérieusement les avantages & les défauts dont chaque projet sera susceptible, en faire les développemens par des Plans, Profils & Mémoires, comprenant une analyse exacte de ce qu'on aura remarqué pour & contre; ensuite comparer entr'eux ces différens projets, afin de choisir le meilleur, autrement l'on se reproche d'avoir saisi avec trop de précipitation les premieres idées. Ne vaut-il pas mieux employer du papier pendant quelque tems, que d'être réduit à la disgracieuse nécessité de construire & de dé-

Maximes générales qu'il faut suivre quand on fait le projet d'une machine.

monter plusieurs fois une machine avant que de parvenir à la faire jouer rondement, comme cela n'est que trop ordinaire à ceux qui n'agissent qu'à tâtons ?

Dans le projet d'une machine, on doit sur toutes choses y faire entrer le choix du lieu où il faudra la placer ; si elle doit être permanente, il faut prévoir tous les inconvéniens auxquels elle pourra être sujette, soit de la part des grandes eaux, ou des sécheresses; si c'est une machine située sur une riviere dont le courant soit le moteur; si elle est placée dans le quartier d'une ville, voir si elle n'incommodera pas le public, ou si elle-même n'en recevra point de préjudice, soit dans le tems présent, ou dans celui à venir.

Après avoir déterminé le méchanisme qu'on aura trouvé le plus convenable selon l'objet qu'elle doit remplir, & calculé le poids qu'on veut qu'elle éleve, il en faut faire un devis bien circonstancié, où les dimensions de chaque partie soient exactement rapportées avec leurs façons. Comme ce devis doit être relatif aux plans & profils, ces derniers doivent être accompagnés de nombres qui expriment la longueur & la grosseur des bois, ayant soin de développer en particulier tout ce qui sera dessiné trop en petit, comme les dents des roues, les pignons & lanternes, généralement toutes les pieces qu'il faudra exécuter en fer ou en cuivre. A moins d'un grand usage, il est rare qu'un homme de cabinet puisse bien juger de la résistance de ces différentes matieres & de la façon dont on doit les mettre en œuvre, ainsi il sera à propos de communiquer son projet à d'habiles ouvriers. Quant à la résistance de ce qui se fera en bois, on estimera la force des principales pieces, selon l'effort qu'elles auront à soutenir, en suivant ce qui a été enseigné sur ce sujet dans le quatrieme livre de *la Science des Ingénieurs*, faisant ensorte qu'elles aient une force double de celle qu'il leur faudroit pour être prêtes à se rompre par l'effort de la puissance opposée. Une plus grande force est d'autant plus inutile, que si l'on fait les parties d'une machine trop matérielles, on augmente la dépense mal-à-propos, & on donne lieu à de plus grands frottemens.

Ce que je viens de dire doit s'entendre de la construction des machines permanentes, dont l'objet est d'une grande conséquence pour ne rien négliger d'essentiel ; car pour celles qui ne doivent servir que peu de tems, leurs parties n'ont pas besoin d'une aussi grande solidité, il suffit qu'elles puissent durer aussi long-tems qu'on sera obligé de s'en servir.

318. Pour

318. Pour dire un mot de la diviſion des roues & des lanternes, eu égard au nombre des dents & des fuſeaux, voici ce qui a été ſuivi dans pluſieurs occaſions dont on s'eſt bien trouvé.

Maniere de diviſer les roues & les lanternes, ſelon le nombre des dents & des fuſeaux.

Ayant tracé la circonférence OPR ſur laquelle doit ſe rencontrer le centre des fuſeaux d'une lanterne, réglé le diametre des fuſeaux ſelon la réſiſtance dont il faudra les rendre capables, eu égard à l'effort qu'ils ſoutiendront & à leur diminution à meſure que le frottement des dents les uſe; il faut que le diametre d'un des fuſeaux ſoit à l'intervalle qui doit régner de l'un à l'autre, comme 8 eſt à 7, c'eſt-à-dire, qu'ayant diviſé le diametre des fuſeaux en 8 parties égales pour ſervir d'échelle, on en donnera 15 pour l'intervalle d'un centre à l'autre, & il en reſtera 7 pour le vuide.

FIG. 42.

Je ſuppoſe une lanterne qui doit avoir 10 fuſeaux, que chaque fuſeau ſera de deux pouces & demi de diametre; il faut, pour avoir le diametre de la circonférence OPR, multiplier 15 par un nombre égal à celui des fuſeaux, comme ici par 10, on aura 150, dont on trouvera la valeur en pouces, en diſant: Si 8 parties donnent deux pouces & demi, combien donneront 150? On trouvera à-peu-près 47 pouces, qui répondent à un diametre de 15.

L'épaiſſeur des dents devant être proportionnée au diametre des fuſeaux, il faudra ſur la circonférence NPQ, leur donner 6 parties & $\frac{1}{2}$ du même diametre, alors il y en aura une demie pour le jeu, & ſi l'on donne 8 parties & $\frac{1}{2}$ pour l'intervalle qui doit ſe trouver entre les dents, il y en aura 15 pour la diſtance du centre de l'une à celui de l'autre, comme pour les fuſeaux.

Préſentement, pour déterminer le diametre de cette circonférence priſe dans le milieu des dents, il n'eſt plus queſtion que de ſçavoir le rapport de la vîteſſe de la lanterne à celle de la roue. Par exemple, ſi l'on veut que la lanterne faſſe cinq tours pendant que la roue n'en fera qu'un, la circonférence NPQ doit être quintuple de OPR, par conſéquent le diametre de la roue ſera quintuple de celui de la lanterne, & il faudra 50 dents.

Quant à la figure des dents, on peut la faire de pluſieurs manieres: mais pour plus de perfection, il faudroit que leur courbure ſuivît celle d'une *épicycloïde;* on pourra voir ce que M. *de la Hire* a dit dans le Traité qu'il a donné de ces ſortes de courbes, avec leur application.

319. Il eſt à propos, comme l'a remarqué le même Auteur, dans ſon *Traité de Méchanique*, que le nombre des dents d'une roue ne contienne jamais exactement celui des fuſeaux de la lanterne, afin

Le nombre qui exprime les fuſeaux d'une lanterne

ne doit pas être partie aliquote de celui des dents de la roue.

d'empêcher que les mêmes dents ne rencontrent ſouvent les mêmes fuſeaux, ce qui ne doit arriver que le moins fréquemment qu'il eſt poſſible, parce qu'alors les dents, à force de frotter contre des ſurfaces différentes, prennent par la ſuite la figure qui leur convient le mieux. Pour cela, il faut que le nombre des dents & celui des fuſeaux ſoient *premiers* entr'eux, c'eſt-à-dire, qu'ils n'aient d'autre commune meſure que l'unité, parce qu'un même fuſeau de la lanterne ne rencontrera la même dent de la roue qu'après que la lanterne aura fait autant de révolutions qu'il y aura de dents : ainſi dans l'article précédent, au lieu de 50 dents, il en faudroit 49 ou 51.

Voici une machine pour voiturer ou élever un poids conſidérable, dont l'application, qui peut avoir lieu dans l'Architecture Hydraulique, va nous donner encore un exemple de la maniere de calculer les frottemens & la roideur des cordes. Il eſt queſtion d'un levier ſingulier qu'on appelle communément le levier de *la Garouſſe ;* comme je ne l'ai vu nulle part bien développé, je crois que les curieux ne ſeront pas fâchés de le trouver ici.

Deſcription du levier de la Garouſſe.

PLAN. 4. FIG. 2, 3, 4 & 5.

320. Ce levier eſt compoſé de trois choſes principales ; d'une roue dentée ayant à ſon centre un arbre ou treuil H, autour duquel file la corde qui répond au poids ; d'un balancier AB, dont l'appui eſt dans le milieu C ; & de deux crochets DO & EP, qui accrochent alternativement les dents de la roue. Quant aux pieces qui ſervent à aſſembler les parties de cette machine, elles ſont aſſez diſtinctement exprimées pour n'avoir pas beſoin de détail, puiſque l'on voit bien que le tout compoſe une eſpece de petit chariot, dont le plan eſt repréſenté par la troiſieme figure, qui étant porté ſur des roulettes, peut être aiſément conduit où l'on veut : en voici la manœuvre.

Suppoſant qu'on veuille voiturer un bloc de pierre X d'une extrême peſanteur, poſé ſur un aſſemblage de charpente Y, porté ſur des roulettes V ; d'abord on enfonce un pilot R, afin d'avoir un point fixe pour y attacher la machine ; on fait paſſer une corde ſur la poulie S, dont un des bouts T eſt attaché à une piece de la machine, & l'autre file ſur le treuil H. Comme les deux crochets peuvent ſe mouvoir librement autour des boulons D & E, il eſt conſtant qu'une puiſſance ne peut faire baiſſer l'extrémité A du balancier, ſans que le point E ne monte, & que le point D ne baiſſe : réciproquement, lorſqu'une ſeconde puiſſance fait baiſſer l'autre extrémité B du balancier, le point E baiſſe auſſi, & le point D monte. Alors il arrive que quand le point E monte, le crochet P

contraint la roue dentée de tourner tant soit peu, le crochet O descend & glisse le long de quelques dents ; mais aussi-tôt que le point D monte, le crochet O fait la même manœuvre que le précédent qui descend à son tour sans agir. Or comme la roue dentée ne peut tourner sans que le treuil H ne tourne aussi, l'on voit que le poids avance à mesure que la corde NS file autour ; ce qui se fait lentement à la vérité, mais si l'on perd du tems, on gagne de la force à proportion.

En construisant cette machine, il faut, après avoir déterminé le rayon HG de la roue & la longueur des crochets depuis leurs centres de suspension, placer les boulons D & E de façon que les lignes de direction GI & FK soient tangentes à la roue; d'un autre côté, si l'on détermine aussi le rayon HN du treuil, & la longueur AB du balancier, on n'aura pas de difficulté à calculer l'effet de cette machine, comme on le va voir.

321. Je suppose que le poids X est de cent mille livres; ainsi le frottement des essieux sur les roulettes sera de 33333 qu'il faut multiplier par le rapport du rayon de l'essieu au rayon des roulettes, que je suppose $\frac{2}{9}$, le produit donnera 7407 liv. $\frac{1}{3}$ pour la puissance qui pousseroit ou tireroit le chariot Y, selon une direction parallele à l'horizon, (256) dans l'état d'équilibre; c'est-à-dire, que si ce chariot étoit sur un plan fort uni, pour peu que la puissance fût augmentée elle le feroit avancer. *Calcul de la machine précédente.*

Remarquez que la poulie S cheminant avec le poids, & l'un des bouts de la corde étant attaché au point fixe T, les brins TZ & NS partageront également la résistance du poids ; par conséquent la puissance qui sera appliquée aux brins SN ne sera que de 3704 liv. à quoi il faut ajouter la résistance causée par la roideur du brin TZ, & le frottement de la poulie sur son boulon.

Pour commencer par le premier de ces deux obstacles, nous supposerons que la poulie a quatre pouces de rayon, & la corde 16 lignes de diametre, c'est pourquoi il faut (314) diviser 3704 livres par le nombre 32, multiplier le quotient par 16, diametre de la corde; diviser le produit par 4, rayon de la poulie, il viendra 464 livres, pour la résistance causée par la roideur de la corde.

D'autre part, considérez que l'axe de la poulie se trouve chargé du poids de 7408 liv. à quoi il faut ajouter 464 liv. pour la pression que causera la roideur de la corde ; ainsi la pression totale sera de 7872 liv. dont il faut prendre la moitié, qu'on multipliera par le rapport du rayon du boulon au rayon de la poulie, que je sup-

poſe $\frac{1}{10}$, on aura environ 394 livres pour ce frottement réduit à l'extrémité du rayon de la poulie; (254) ainſi la puiſſance appliquée à la corde ſera compoſée 1°. de 3704 liv. 2°. De 464 livres. 3°. De 394 livres, qui font enſemble 4562 livres.

La corde ne pouvant ſe ployer ſur le treuil, ſans que la puiſſance appliquée à la circonférence de la roue n'en ſurmonte encore la roideur, il faut, comme ci-devant, diviſer 4562 liv. par 32, multiplier le quotient par 16 lignes, diametre de la corde, & diviſer le produit par 5 pouces, rayon du treuil, on aura 456 liv. pour la roideur de la corde, qui étant ajoutées à 4562 liv. il vient 5018 liv. pour la réſiſtance réunie au point N, qui étant multipliée par le rayon du treuil de 5 pouces, & le produit diviſé par celui de la roue, qui eſt ici de 24 pouces, on aura environ 1045 pour l'effort de la puiſſance qui ſeroit appliquée au point F ou G de la circonférence.

Comme l'effort des puiſſances qui agiſſent aux points F & N fait naître une preſſion des tourillons du treuil contre leur palier, laquelle eſt à-peu-près égale à la ſomme des mêmes puiſſances, c'eſt-à-dire à 6064 liv. il en faut prendre la moitié pour le frottement, qui ſera de 3032 liv. qui étant multipliées par le rapport du rayon du boulon au rayon de la roue, que je ſuppoſe être $\frac{1}{24}$, il vient 126 livres pour ce frottement réduit, (251) qui étant ajouté avec 1045, il vient 1171 pour l'effort que feront les crochets aux points F ou G.

Les crochets agiſſans ſelon les directions FK & GI, la puiſſance appliquée au point A, ſera à la réſiſtance qu'oppoſe la dent F, dans la raiſon réciproque de la perpendiculaire CM, abaiſſée du point d'appui C ſur ſa direction FK au bras de levier CA, (44) ou comme CL eſt à CB, s'il s'agit de la puiſſance appliquée au point B. Or ſuppoſant que la perpendiculaire CL, ou CM, ſoit la dixieme partie du bras CA, ou CB, chacune des puiſſances appliquées aux extrémités A & B, ſera la dixieme partie de la réſiſtance réduite au point F, ou G, par conſéquent d'environ 117 livres.

Pour avoir auſſi égard au frottement du tourillon C, ſervant de point d'appui au levier AE, ou BD, il faut ajouter enſemble le poids & la puiſſance qui ſeroit appliquée à leurs extrémités, c'eſt-à dire 1045 & 117, & y joindre le poids du balancier AB, y compris celui des crochets, que je ſuppoſe enſemble de 200 livres, on aura 1362 liv. dont il faut prendre la moitié, qui étant multipliée par 9 lignes, rayon du tourillon, & le produit diviſé par la longueur CB

du

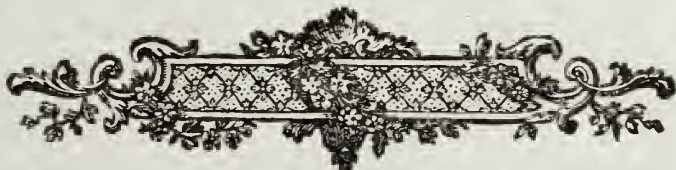
du levier donne environ 5 liv. pour le frottement réduit à une des extrémités A, ou B, (249) qui étant ajoutés avec 117, donnent 122 l. pour la force de la puiſſance appliquée à chacune des mêmes extrémités. Comme ce poids eſt moindre que celui d'un homme, on voit qu'il n'en faudroit qu'un appliqué à chaque extrémité, pour mettre la machine en mouvement.

Deſcription de quelques machines dans le goût de la précédente.

322. La ſixieme figure repréſente une maniere de ſe ſervir du même mouvement pour élever un poids. AF eſt un levier dont le point d'appui eſt en B accompagné des deux crochets AD, CE, qui accrochent encore alternativement la roue dentée, par l'action de la puiſſance appliquée au point F, qui décrit en montant & en deſcendant l'arc FG pour faire tourner la roue, par conſéquent le treuil autour duquel file la corde qui répond au poids.

323. La premiere figure, dont l'objet eſt le même que celui de la précédente, comprend une différence dans la maniere de faire tourner la roue, parce qu'à l'extrémité F du levier FH, dont le point d'appui eſt en G, on a ſuſpendu un crochet FD, & un rayon ſolide FE. Quand la puiſſance qui eſt à l'extrémité H agit de haut en bas, le crochet D tire de bas en haut, pour faire tourner la roue; au contraire, lorſque la puiſſance agit de bas en haut, le rayon ſolide pouſſe de haut en bas contre les dents, pour faire auſſi tourner la roue, par conſéquent il n'y a point de tems perdu.

324. Enfin la figure ſeptieme comprend une roue dentée ſelon la direction des rayons, qui s'engraine avec un pignon R, dont l'eſſieu répond à une manivelle V qu'une puiſſance appliquée à la poignée S fait tourner pour élever le poids. Je ne m'arrête point à calculer ces trois dernieres machines, les exemples précédens devant ſuffire pour juger de la maniere dont il faudra s'y prendre.



CHAPITRE III.

Où l'on enſeigne les principes & les regles de l'Hydraulique.

Il conviendroit de donner au commencement de ce Chapitre une connoiſſance exacte de la nature des liqueurs, pour faire voir la cauſe de leur fluidité; mais comme on n'en peut juger par les ſens, qui ne s'étendent pas juſques-là, & qu'on n'a pas encore imaginé d'hypotheſe qui ſatisfaſſe pleinement, il faudra nous contenter de déduire de l'expérience & du raiſonnement, les regles néceſſaires pour la conduite des eaux, en commençant par expliquer la cauſe qui fait qu'une liqueur contenue dans un vaſe ſe met toujours de *niveau*, c'eſt-à-dire, que tous les points de la ſurface ſe trouvent également éloignés du centre de la terre.

SECTION PREMIERE.

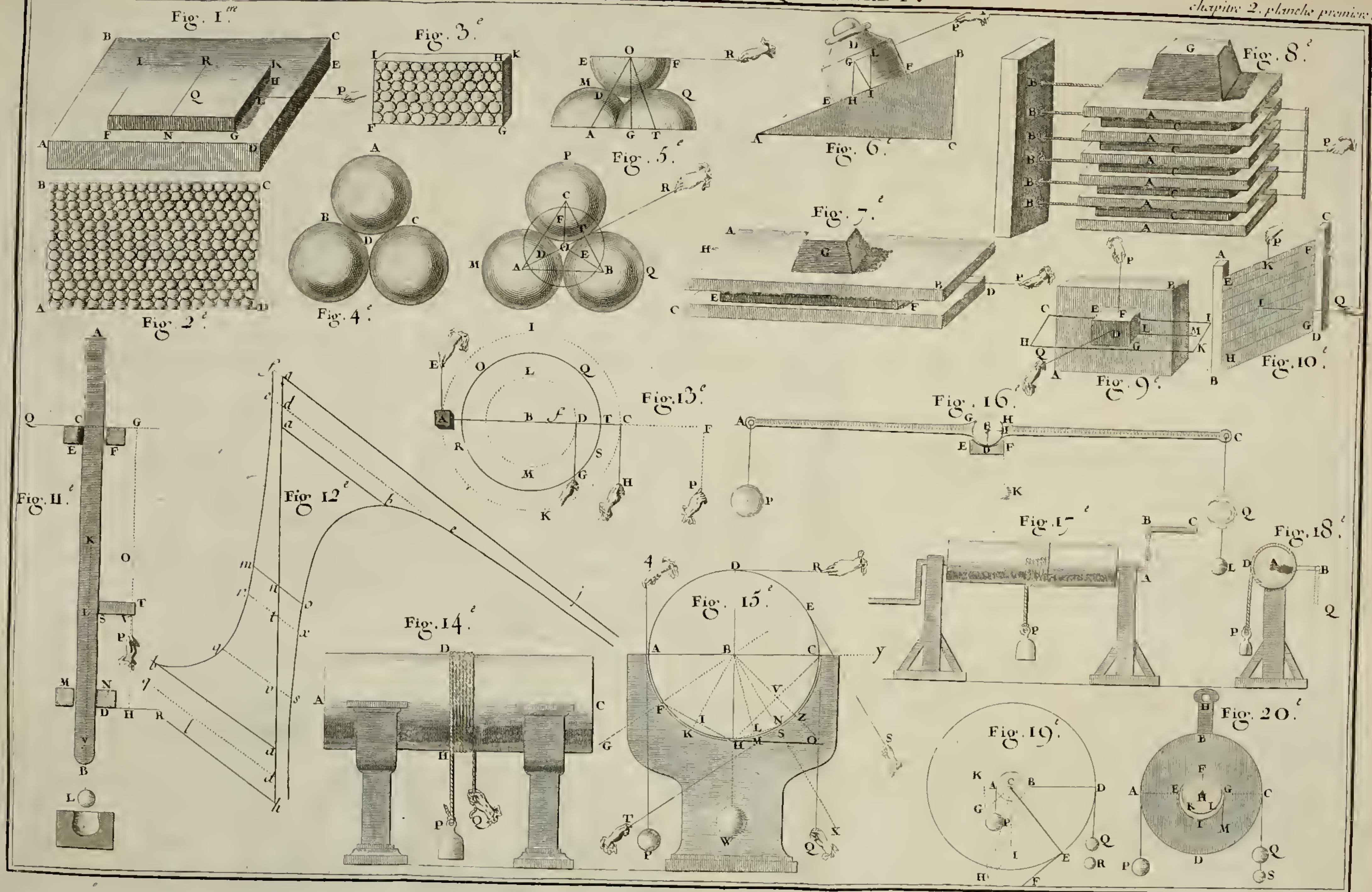
Du niveau des liqueurs, & de leur équilibre.

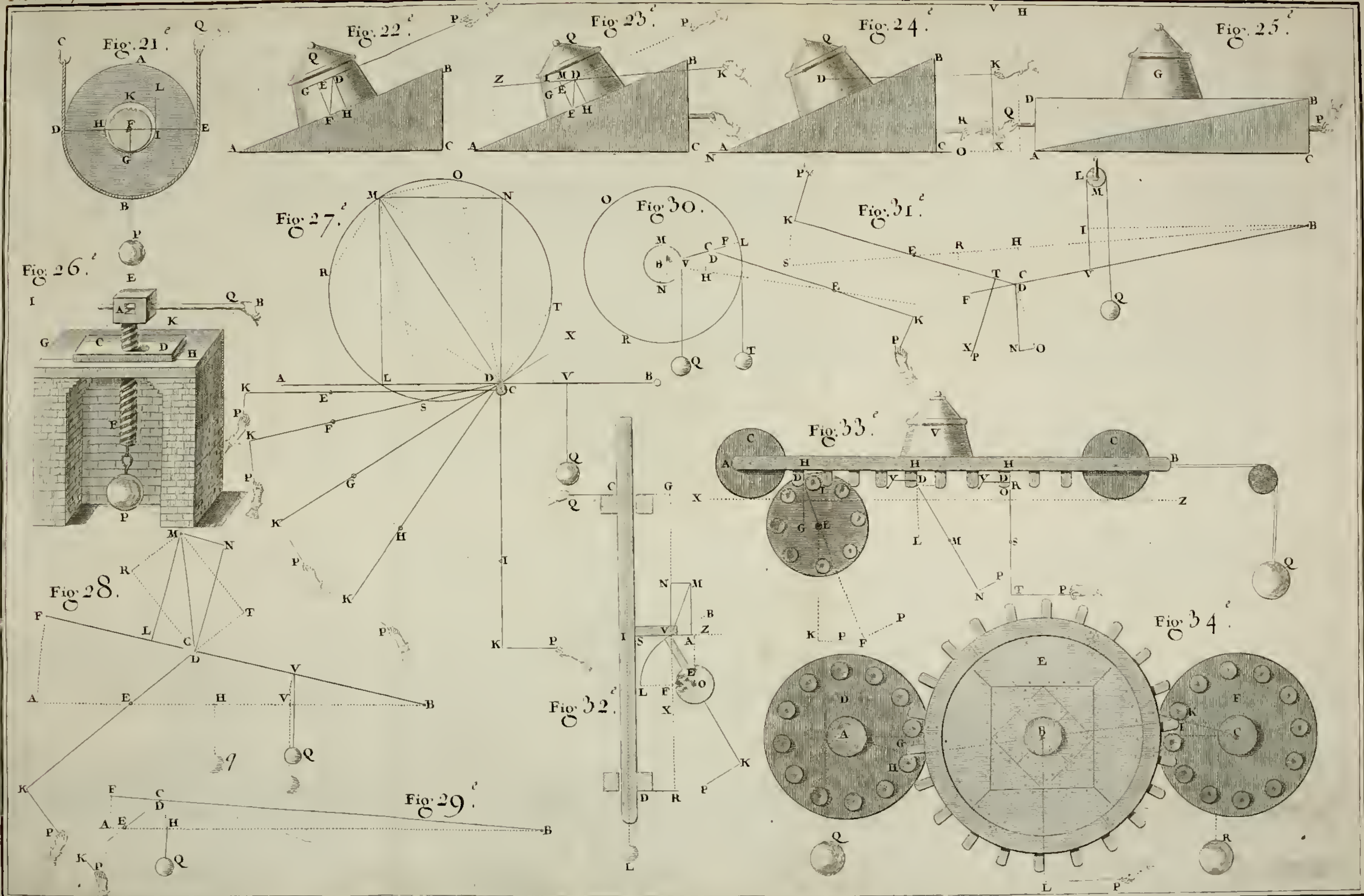
Lorſqu'une liqueur eſt renfermée dans un vaſe, ſa ſurface ſe met toujours de niveau.

325. Il eſt conſtant que les liqueurs, comme les autres corps peſans, tendent vers le centre de la terre, & deſcendent tant qu'elles peuvent, à moins que quelque obſtacle ne les en empêche. De l'eau verſée dans un vaſe, abandonnée à elle-même, doit toujours s'y mettre de niveau; car s'il y a d'abord une partie de ſa ſurface plus élevée que l'autre, elle deſcendra vers la plus baſſe, comme le long d'un plan incliné, ou comme le long de pluſieurs plans inclinés contigus, ſi elle fait une eſpece de courbe. S'il ſe trouve encore des endroits plus élevés que les autres, il arrivera pour chacun en particulier la même choſe; les parties les plus élevées, ſi peu qu'elles le ſoient, deſcendront au plus bas où elles puiſſent arriver : & lorſqu'il n'y aura plus d'agitation ſenſible dans la ſurface, elle ſe trouvera de niveau, puiſque ſes points ſeront également éloignés du centre de la terre, & ſe maintiendront toujours dans cet état, à moins qu'ils ne ſoient agités par quelque cauſe étrangere.

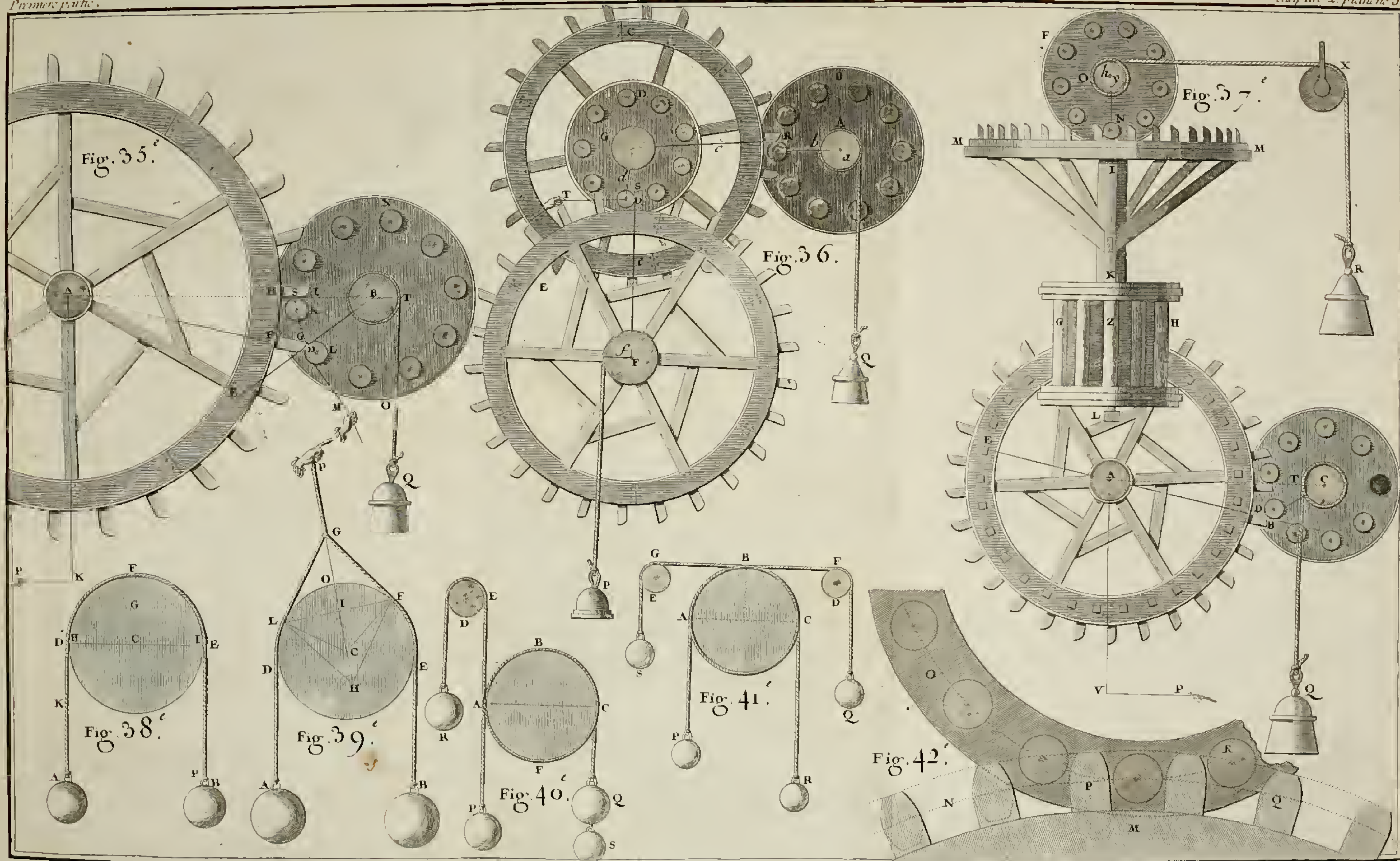
On peut ſuppoſer les liqueurs diviſées par colonnes, & lorſque ces colonnes ont leurs ſur-

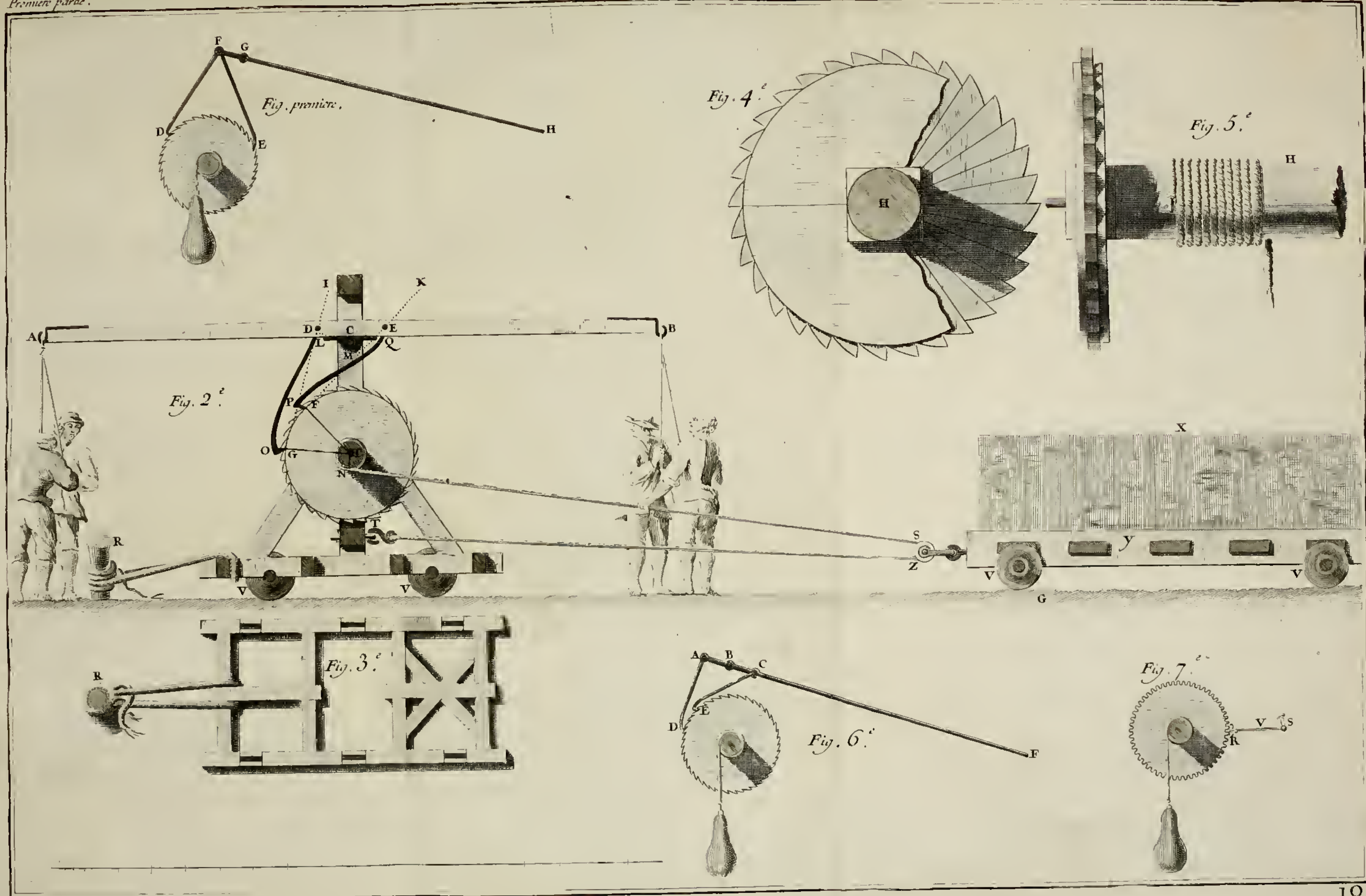
326. Lorſque la ſurface d'une liqueur eſt de niveau, toutes les colonnes dont cette liqueur eſt compoſée, ſont en équilibre entr'elles. Pour en juger, nous ſuppoſerons qu'on a verſé de l'eau dans un vaiſſeau priſmatique BC, & qu'on a diviſé par penſée toute cette eau en colonnes de baſes égales.


Fig. 1.re
Fig. 2.e
Fig. 3.e
Fig. 4.e
Fig. 5.e
Fig. 6.e
Fig. 7.e
Fig. 8.e
Fig. 9.e
Fig. 10.e
Fig. 11.e
Fig. 12.e
Fig. 13.e
Fig. 14.e
Fig. 15.e
Fig. 16.e
Fig. 17.e
Fig. 18.e
Fig. 19.e
Fig. 20.e


Fig. 21e
Fig. 22e
Fig. 23e
Fig. 24e
Fig. 25e
Fig. 26e
Fig. 27e
Fig. 28
Fig. 29e
Fig. 30
Fig. 31e
Fig. 32e
Fig. 33e
Fig. 34e




Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.


Fig. premiere.
F
G
D
E
H
Fig. 4.e
H
Fig. 5.e
H
I
K
A
D
C
E
B
L
Q
M
Fig. 2.e
P
F
O
G
H
N
T
R
V
V
X
S
y
Z
V
V
G
R
Fig. 3.e
A
B
C
E
D
Fig. 6.e
F
Fig. 7.e
V
S
R

Pour que la ſurface AE de la premiere colonne BE ſoit de niveau avec la ſurface EF de la ſeconde, il faut que ces colonnes ſe contrebalancent, & tendent à ſe ſoulever mutuellement par un effort égal ſur leurs baſes, autrement ſi la premiere l'emportoit ſur la ſeconde, la ſurface de cette ſeconde s'élevant au-deſſus de celle de la premiere, ne pourra ſe maintenir dans cette ſituation, parce que n'étant point ſoutenue par les côtés, elle tombera ſur la premiere pour ſe remettre de niveau. (325) De même, la ſeconde colonne EM ne pourra, par ſon poids, l'emporter ſur la troiſieme MG, ſans que la ſurface de cette derniere ne monte, & que celle de l'autre ne deſcende; mais ces deux colonnes étant d'une égale peſanteur, il n'y a pas de raiſon que l'une l'emporte ſur l'autre. Si l'on fait le même raiſonnement pour toutes celles qui ſuivent, on verra la néceſſité qu'elles ſe ſoutiennent toutes réciproquement en équilibre.

faces de niveau, elles ſont en équilibre entr'elles.

PLAN. I.

FIG. I.

Delà vient que lorſque l'on mêle enſemble deux liqueurs, dont l'une eſt plus légere que l'autre, comme de l'huile & de l'eau, la plus peſante contraint la plus légere de s'élever vers la ſurface; cependant il ſemble que ce ſoit l'huile qui ſe ſépare de l'eau, parce que l'action de l'eau ne frappe point nos ſens, au lieu que le mouvement de l'huile s'apperçoit.

327. Quoique les colonnes EM, MG, GO, OI, IQ, QD, ſemblent s'unir contre la ſeule BE pour la ſurmonter, cette derniere ne laiſſe pas de faire elle ſeule équilibre avec toutes les autres, enſemble ou ſéparées, parce qu'elles ſe diviſent entr'elles, & tendent à ſe ſoulever les unes les autres, c'eſt-à-dire, que les colonnes EM, MG, GO, OI, IQ, s'uniſſent de même avec la premiere BE, contre la ſeule QD, parce que ſi chacune de ces colonnes eſt combattue par toutes les autres, elle eſt auſſi aidée par toutes ces autres, pour agir contre chacune d'entr'elles. D'où il ſuit que la colonne ELCD, compoſée de pluſieurs petites, n'a pas plus d'avantage ſur la ſeule BE, que celle-ci ſur la précédente; ce qui fait voir qu'une colonne de liqueur, ſi groſſe qu'elle ſoit, doit demeurer en équilibre avec le moindre filet de la même liqueur, lorſque l'une & l'autre ſont de niveau, parce que la colonne plus groſſe eſt compoſée de filets ſemblables aux premiers qui ſe combattent entr'eux, & s'uniſſent avec le premier contre chacun d'eux, comme ils s'uniſſent entr'eux contre le premier. On peut donc conclure *que ſi toutes les colonnes d'une même liqueur ſont en équilibre entr'elles, leurs ſurfaces ſont de niveau, & que ſi leurs ſurfaces ſont de niveau, ces colonnes ſont en équilibre.*

Une petite colonne de liqueur peut être en équilibre avec une plus groſſe, pourvu que leurs ſurfaces ſoient de niveau.

FIG. 2. 328. Si le vaiſſeau eſt tout autre que priſmatique, il ne s'agira que de le concevoir diviſé par tranches horizontales, depuis le fond X juſqu'au bord AC, enſorte que chaque tranche puiſſe être regardée comme un petit priſme. Verſant doucement de la liqueur le long du bord du vaiſſeau, elle ſe mettra de niveau dans le priſme RXT, enſuite dans le ſecond NT, qui aura pour baſe le premier, de-là dans le troiſieme IP, qui aura pour baſe le ſecond, ainſi de ſuite juſqu'au dernier AG.

Une liqueur verſée dans un ſiphon, ſe met de niveau & en équilibre dans les deux branches, qu'elles ſoient de même groſſeur, ou non.

FIG. 3.

329. Si l'on a un *ſiphon*, dont on ſuppoſera d'abord les *branches* ABCD, EFGH verticales, & de même groſſeur, on ne peut douter que la liqueur verſée dans la premiere branche AC, juſqu'à une certaine hauteur LM, ne monte dans l'autre branche EG, à une hauteur NO, égale à la précédente; car, à cauſe du tuyau de communication CIKF, la colonne LC ſoulevera la colonne NG juſqu'à ce qu'elle lui faſſe équilibre. Ces deux colonnes étant égales en groſſeur, il faudra qu'elles ſe trouvent auſſi de même hauteur pour peſer également, les deux tuyaux AC & EG pouvant être regardés comme les baſſins d'une balance, qui contiennent des poids égaux, & le tuyau de communication comme le fleau, autour duquel les deux colonnes d'eau ſont en équilibre, & par conſéquent leurs ſurfaces de niveau. (327)

FIG. 4. 330. A l'égard du tuyau de communication, il eſt évident que ſa longueur ne fait rien à l'équilibre des deux colonnes, pouvant le regarder comme nul, c'eſt-à-dire, comme ſi les deux branches du ſiphon étoient contiguës, ſéparées ſeulement par un *diaphragme*; car tant que la communication ſera horizontale, l'eau qu'elle contient ne pourra augmenter celle d'une des branches au préjudice de l'autre.

331. Si la premiere branche ABCD étoit plus petite que la ſeconde EFPQ, les colonnes d'une même liqueur KC & MP n'en ſeront pas moins en équilibre entr'elles, puiſque ſi l'on retranche par penſée de la ſeconde colonne, une autre MG de même groſſeur que la premiere, il eſt évident que celle-ci n'aura à combattre que la ſeule MG, qui a même baſe qu'elle. (327) Or comme la colonne MG ſera en équilibre avec le reſte de la liqueur de la branche EP, & auſſi avec la colonne KC, cette derniere ſera donc en équilibre avec toute la colonne MP.

Autre maniere de démontrer qu'une liqueur verſée dans un ſi-

332. Ce que nous venons de dire des liqueurs verſées dans des ſiphons, ſubſiſtera encore, quelque figure & quelque diſpoſition qu'on donne à leurs branches; ce que l'on peut démontrer d'une maniere générale, & par une voie des plus ſimples.

Ayant un vaiſſeau ABCD, rempli de quelque liqueur que ce ſoit, juſqu'au niveau IK. Imaginons que dans ce vaiſſeau il ſe forme avec la même liqueur un ſiphon de glace GEMNFHQPG ſervant de diaphragme; il eſt évident que la liqueur que contiendra ce ſiphon, doit être dans le même état qu'elle étoit avant que d'être ſéparée de ce qui reſte dans le vaiſſeau; mais comme avant la formation du ſiphon, les parties de la liqueur qu'il contient étoient en équilibre entr'elles, & les ſurfaces GE & FH, de niveau, les mêmes choſes ſubſiſteront encore.

phon; s'y met de niveau & en équilibre, de quelque groſſeur & figure qu'en ſoient les branches.

FIG. 5, 6, 7 & 8.

La liqueur renfermée dans le ſiphon, n'ayant rien de commun avec celle qui reſte dans le vaiſſeau, ſi on ſuppoſe que cette derniere ſoit anéantie, & que le ſiphon de glace ſoit changé en quelqu'autre matiere, comme de cuivre, ou de fer-blanc; on verra qu'une liqueur verſée dans un ſiphon de figure quelconque, ſe mettra de niveau dans les deux branches, & s'y maintiendra en équilibre, quelqu'inégale que ſoit la groſſeur de ces branches. Cependant, malgré cette loi de la nature, il y a des cas où les liqueurs ne laiſſent pas de s'élever au-deſſus de leur niveau, comme on en va juger.

333. Si l'on a un tuyau ouvert par les deux bouts, & qu'on en plonge une partie perpendiculairement dans l'eau, elle y entre & s'y maintient au niveau de la ſurface, puiſqu'on peut la regarder comme une colonne qui eſt en équilibre avec celles de dehors, de la même maniere qu'elle l'étoit avant que d'être enfermée dans le tuyau, (327) mais ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt de voir que cela n'arrive point avec toutes ſortes de tuyaux, & qu'aux tuyaux *capillaires*, c'eſt-à-dire, qui ont un fort petit diametre, comme ceux que l'on emploie aux barometres, l'eau y monte au-deſſus du niveau de celle qui eſt dehors, & d'autant plus que le diametre eſt plus petit.

Dans les tuyaux capillaires, l'eau s'éleve au-deſſus de ſon niveau.

MM. *Geoffroy* & *Carré* ont fait pluſieurs expériences rapportées dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1705, par leſquelles on voit que l'eau s'eſt élevée de 10 lignes dans un tuyau de $\frac{1}{3}$ de ligne de diametre, de 18 lignes dans un autre dont le diametre étoit de $\frac{1}{6}$ de ligne, & de 30 dans un autre dont le diametre n'étoit que de $\frac{1}{10}$ de ligne; que ſi on plonge les mêmes tuyaux dans d'autres liqueurs, elles ne s'y élevent pas autant que fait l'eau.

Pluſieurs Sçavans ont donné à ce phénomene des explications différentes; la ſeule qui s'eſt rencontrée juſte, eſt celle qui attribue l'élévation de l'eau dans ces ſortes de tuyaux, à l'adhérence

de la même eau aux parois intérieurs, contre lesquels elle est en partie soutenue ; mais cette raison ne pouvoit passer que pour une conjecture qui avoit besoin d'une preuve, qui la fît valoir à l'exclusion de tout ce qui avoit été dit là-dessus, & c'est ce qu'a fait M. *Carré*.

Raison de la propriété des tuyaux capillaires.

334. Nous venons de voir que toutes les colonnes d'eau tendent par leur pesanteur à descendre & à s'élever les unes les autres, & que ce n'est que l'égalité de leur force qui les met toutes de niveau. (327) Or s'il arrivoit qu'une de ces colonnes se trouvât moins pesante que les autres, aussi-tôt elle doit être élevée audessus des autres, jusqu'à la hauteur nécessaire pour l'équilibre. Quand on met sur la surface de l'eau un tuyau capillaire, les gouttes d'eau comprises dans son ouverture, s'attachant dans l'intérieur du petit cercle qui la forme, en sont soutenues en partie, & sont par conséquent d'autant moins pesantes par rapport à toute l'eau qui pese librement sur le fond du vaisseau. Alors la colonne d'eau qui répond à l'ouverture du tuyau capillaire, exerce moins sa pesanteur sur le fond du vaisseau que les autres colonnes dont elle est environnée ; ainsi ces dernieres la doivent élever dans le tuyau capillaire jusqu'à une hauteur, où elle regagne par une plus grande quantité d'eau le poids qu'elle a de moins, par rapport au fond du vaisseau, pour être en partie soutenue par les gouttes d'eau qui sont adhérentes au tuyau. Il suit que plus le diametre du tuyau est petit, plus l'eau qui est dedans doit s'élever au-dessus du niveau de l'autre, parce que ayant plus de surface à proportion, un plus grand nombre de gouttes d'eau y seront soutenues, & celles du milieu auront d'autant plus de points d'appui de la part des précédentes, que le tuyau est plus étroit. Le corps humain étant une machine hydraulique, composée d'une infinité de tuyaux, qui sont presque tous capillaires, la connoissance de ces tuyaux est très-importante pour la perfection de l'anatomie.

Les liqueurs montent d'elles-mêmes le long d'une bande d'étoffe, & sortent du vase où elles sont renfermées.

335. Voici encore une expérience qui paroît contraire à l'équilibre que les liqueurs gardent entr'elles. Ayant un vase AB, de figure arbitraire, dans lequel on a mis de l'eau, ou toute autre liqueur, jusqu'à une hauteur quelconque CD ; si l'on prend une bande d'étoffe, & qu'on la trempe dans de l'eau, ou dans une pareille liqueur, qu'ensuite on mette cette bande sur le bord du vase, ensorte qu'une partie GH trempe dans la liqueur, & que l'autre FE soit hors du vase, & assez longue pour que son extrémité E soit au-dessous de la surface CD de la liqueur, on verra cette li-

PLAN. I. FIG. 9.

queur monter le long de la bande, se répandre goutte à goutte par l'extrémité E, & le vase se vuider totalement si l'extrémité H atteint jusqu'au fond.

Cette expérience est si commune, que les Jardiniers s'en servent pour arroser continuellement des plantes qui ont besoin d'être entretenues humides, mais les Chymistes en font un usage qui mérite d'être rapporté par sa singularité. Lorsqu'ils ont plusieurs liqueurs mêlées, qu'ils veulent séparer, ils trempent des bandes d'étoffe, chacune dans une de ces liqueurs pure, disposent ensuite ces bandes sur le bord du vase, & chacune distille la liqueur où elle a été trempée. Ce phénomene arrivant dans le vuide comme dans le plein, on n'en a pas encore apperçu la cause, qu'on ne peut attribuer à une impression inégale de l'air extérieur & intérieur au vase.

Avant que de continuer ce que nous avons à dire sur les différens effets des liqueurs, il est à propos d'en déterminer le poids, & particuliérement celui de l'eau, afin d'être plus à portée d'entendre les calculs numériques par lesquels nous appliquerons la théorie à la pratique, pour en rendre les regles plus familieres.

Maniere de mesurer exactement la pesanteur spécifique des liqueurs.

FIG. 10.

336. Pour comparer les pesanteurs *spécifiques* de différentes liqueurs, on se sert d'un instrument appellé *aréometre*, imaginé par M. *Homberg*. Il est composé d'une petite phiole E qui a deux goulets AB, DC fort étroits, mais dont le second doit l'être encore plus que le premier; on verse par l'ouverture A, avec un entonnoir F, la liqueur qu'on veut peser, laquelle à mesure qu'elle tombe dans la capacité E, en chasse l'air par le tuyau CD. On marque exactement un endroit G, sur le goulet AB où la liqueur arrive, & ayant pesé la phiole avec cette liqueur dans de bonnes balances, on en retranche le poids de l'aréometre vuide, ce qui donne le poids de la liqueur qu'on y a versé; on vuide ensuite l'aréometre, & l'ayant bien nettoyé, on le remplit d'une autre liqueur, jusqu'à la même marque G, qu'on pese comme la premiere pour avoir le rapport des pesanteurs spécifiques de ces deux liqueurs, ainsi des autres.

Un vase rempli d'une même liqueur, en contient plus en hiver qu'en été.

337. Comme les liqueurs sont sujettes à se *dilater* dans le chaud, & à se resserrer dans le froid, M. *Homberg* rapporte des expériences sur le poids des liqueurs, où il marque combien elles ont pesé dans la plus grande chaleur de l'été, & dans le plus grand froid de l'hiver, afin que par-là on puisse sçavoir, à peu de chose près, la différence qu'il pourra y avoir de ces deux extrémités, au tems dans lequel on veut se servir de l'aréometre.

338. Pour l'intelligence de cette Table, on remarquera que la livre vaut deux *marcs* ou 16 onces, l'once 8 *gros* ou 8 *dragmes*, le gros 3 *deniers* ou ſcrupules, & le denier 24 *grains;* ainſi le gros vaut 72 grains. J'ajouterai que le *quintal* eſt un poids de 100 livres, que le *tonneau*, en termes de marine, peſe 2000 livres, la *barique* 500 livres, & que le *leſte* eſt de deux tonneaux, ou de 4000 livres.

En France, on parle par tonneau, pour exprimer le port des vaiſſeaux; quand on dit qu'un vaiſſeau eſt du port de 100 tonneaux, on entend qu'il peut porter une charge de 200000 livres.



TABLE

Du poids de plusieurs liqueurs d'usage, pour un pouce cubique.

Noms des liqueurs.	*Pour l'Eté.*			*Pour l'Hiver.*		
	Onces.	Gros.	Grains.	Onces.	Gros.	Grains.
Mercure.	8	5	60	8	6	8
Huile de vitriol.	0	7	59	0	7	71
Esprit de vitriol.	0	5	33	0	5	38
Esprit de sel.	0	5	49	0	5	55
Esprit de nitre.	0	6	24	0	6	44
Eau-forte.	0	6	23	0	6	35
Esprit de soufre.	0	5	34	0	5	39
Vinaigre commun.	0	5	15	0	5	21
Vinaigre distillé.	0	5	11	0	5	15
Vin de Champagne.	0	4	66	0	4	70
Vin de Bourgogne.	0	4	67	0	4	75
Eau-de-vie.	0	4	48	0	4	57
Esprit de vin.	0	4	32	0	4	42
Bierre blanche.	0	5	1	0	5	9
Bierre rouge.	0	5	2	0	5	7
Cidre.	0	5	0	0	5	6
Lait de vache.	0	5	20	0	5	25
Lait de chevre.	0	5	24	0	5	28
Lait d'ânesse.	0	5	17	0	5	21
Petit-lait.	0	5	14	0	5	19
Urine.	0	5	14	0	5	19
Esprit d'urine.	0	5	45	0	5	53
Huile de tartre.	0	7	27	0	7	43
Huile d'olives.	0	4	53	Ces deux huiles congelées n'ont pu entrer dans l'aréometre.		
Huile d'amandes.	0	4	52			
Huile de térébenthine.	0	4	39	0	4	46
Eau de mer.	0	6	12	0	6	18
Eau de riviere.	0	5	10	0	5	13
Eau de puits.	0	5	11	0	5	14
Eau distillée.	0	5	8	0	5	11

AUTRE TABLE

De plusieurs liqueurs les plus utiles, pour un pied cubique, tirée de la précédente.

Noms des liqueurs.	*En Eté.*		*En Hiver.*	
Mercure.	942 liv.	14 onces ½.	946 liv.	10 onces.
Vinaigre commun.	70	5	71	7
Vin de Champagne.	66	6	67	2
Vin de Bourgogne.	66	9	68	1
Eau-de-vie.	63	0	64	11
Bierre blanche.	67	11	69	3
Bierre rouge.	67	14	68	13
Cidre.	67	8	68	10
Huile d'olives.	63	15		
Eau de mer.	83	4	84	6
Eau de riviere.	69	6	69	14
Eau de pluie.	69	9	70	2

En France un certain volume d'air pese en hiver le double de ce qu'il pese en été.

339. Quoique l'*air* ne doive pas être mis au rang des liqueurs, puisqu'il est un *fluide*, & non pas un *liquide*, j'ajouterai cependant qu'en France un pied cube d'air pese en été 7 gros 9 grains, & en hiver 14 gros 19 grains; ainsi en hiver il pese à-peu-près le double de ce qu'il pese en été, selon les expériences de M. *Homberg*, comme nous le ferons voir dans le quatrieme Chapitre.

Expériences de divers Auteurs sur le poids de l'eau douce.

340. Comme le poids de l'eau nous intéresse plus que celui de toutes les autres liqueurs, par le fréquent usage que nous en ferons par la suite, voici le résultat de plusieurs expériences qui ont été faites à ce sujet.

M. *Mariotte*, dans son *Traité du mouvement des eaux*, rapporte qu'il a trouvé qu'un pied cube d'eau douce pese 70 livres.

On le déduit des expériences de M. *Roëmer* de 69 livres 12 onces.

De celles de M. *Homberg* de 69 livres 10 onces, pris moyennement.

De celles de M. l'Abbé *Picard* de 69 liv. 9 onces, 3 dragmes, 20 grains.

De celles de MM. *de la Hire* & *Boulduc*, de 69 liv. 1 once, 4 dragmes, 20 grains.

Ces variétés viennent ſans doute des différentes températures de l'air dans le tems que ces expériences ont été faites.

Nous prendrons avec M. *Mariotte* le poids *d'un pied cube* d'eau douce de 70 livres: je n'ai pas fait difficulté de le ſuppoſer quelquefois de 70 liv. $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{4}$, ſelon que j'en ai tiré plus de facilité pour dreſſer les Tables qu'on trouvera par la ſuite, ayant cru pouvoir en uſer de la ſorte dans le calcul des machines miſes en mouvement par l'action des courans, ſans tomber dans aucune erreur ſenſible, vu que M. *de la Hire*, & après lui M. *Pitot*, l'ont ſuppoſé de 72 livres, pour éviter l'embarras que donnent les fractions.

Le poids le plus ordinaire d'un pied cube d'eau douce eſt de 70 liv.

341. Le pied cube d'eau peſant 70 liv. le pied *cylindrique* peſera 55 livres.

Poids des différentes meſures qui ſont en uſage pour le calcul des eaux.

Une colonne d'eau qui auroit un pouce quarré de baſe, ſur un pied de hauteur, étant la cent quarante-quatrieme partie d'un pied cube, peſera 7 onces, 6 gros, 16 grains. Par la même raiſon une colonne qui auroit pour baſe un cercle d'un pouce de diametre, & pour hauteur un pied, peſera 6 onces & 64 grains, mais nous l'eſtimerons de 6 onces & 1 gros, pour nous en ſervir plus commodément, la différence de 8 grains ne méritant point qu'on en tienne compte, vu qu'elle n'auroit pas lieu ſi le pied cylindrique étoit eſtimé de 55 liv. 2 onces, ou le pied cube de 70 liv. 2 onces, & environ 4 gros.

La toiſe cubique d'eau peſera 15120 livres.

La toiſe cylindrique 11880 livres.

Le pouce cubique 5 gros & 13 grains.

Le pouce cylindrique 4 gros & 5 grains.

La *pinte* de Paris, d'eau douce, peſe 31 onces 64 grains; mais on l'eſtime ordinairement de 2 livres, la différence n'étant que de 8 grains: ainſi le pied cube d'eau contient 35 pintes.

Le muid d'eau contient 8 pieds cubes, & peſe 560 livres; il contient par conſéquent 280 pintes.

342. Pour eſtimer la quantité d'eau que fournit continuellement une fontaine, ou une machine, on ſe ſert d'une meſure que l'on nomme communément *pouce d'eau*, qui eſt principalement en uſage parmi les Fontainiers: *cette meſure eſt de 14 pintes, ou de 28 livres d'eau écoulée pendant une minute*. Par exemple, ſi l'on avoit une machine qui fît monter au réſervoir dans chaque minute 140 liv. d'eau, ou 70 pintes, ou deux pieds cubes, diviſant le pre-

Le pouce d'eau eſt une meſure de 14 pintes, ou de 28 liv. d'eau écoulée dans le tems d'une minute.

mier nombre par 28, ou le ſecond par 14, le quotient donnera 5 pour la quantité de pouces d'eau que fournit cette machine.

Le poids d'un pied cube d'eau, eſt à celui d'un pied cube de mercure, à-peu-près dans le rapport de 2 à 27.

343. Si, en ſuivant la ſeconde Table, on prend le rapport du poids de l'eau à celui du mercure, comme 70 eſt à 946, qui eſt à-peu-près celui de 2 à 27, il faudra, pour qu'une colonne d'eau ſoit en équilibre avec une colonne de mercure de même baſe, que la hauteur de la premiere ſoit à celle de la ſeconde, comme 27 eſt à 2, ou comme $13\frac{1}{2}$ eſt à 1; *ainſi ayant une colonne de mercure d'un pied de hauteur, il faut, pour que la colonne d'eau de même baſe lui faſſe équilibre, qu'elle ait 13 pieds 4 pouces de hauteur.*

SECTION II.

De l'action verticale de l'eau contre les parois des vaiſſeaux qui la contiennent.

Une des propriétés des liqueurs qu'il importe le plus de bien développer, eſt l'effort qu'elles font en tout ſens contre les parois des vaiſſeaux qui les renferment; ce qui vient du mouvement perpétuel de leurs parties, qui étant détachées les unes des autres ne cherchent qu'à s'échapper. La cauſe de ce mouvement, comme je l'ai déja dit, n'a pas encore été bien expliquée; mais ſans nous en mettre en peine, le fait nous ſuffit, ne voulant point entrer dans une diſſertation phyſique, qui ne feroit que nous diſtraire de notre objet principal, ſans nous éclairer davantage.

Maniere de calculer l'effort d'une puiſſance appliquée à un piſton. FIG. 11.

344. Ayant un tuyau droit ABCD, ouvert par les deux bouts, maintenu fixe contre une ſurface verticale, je dis que ſi on introduit dans ce tuyau, par le bout d'en-bas, un *piſton* GHI, pour lui ſervir de fond, & qu'on verſe de l'eau juſqu'à une hauteur quelconque EF, la puiſſance appliquée à ce piſton ſoutiendra un poids égal à celui de la colonne d'eau renfermée dans le tuyau.

Si l'on fait attention que les liqueurs ont cela de propre que le mouvement de leurs parties en tout ſens, & l'effort qu'elles font de côté pour ſe dérober à la preſſion de celles dont elles ſont chargées, ne diminue rien de l'action de leur peſanteur, qui les fait tendre vers le centre de la terre, comme tous les autres corps; on verra que la puiſſance P ſe trouvant dans la ligne de direction KL, tirée du centre de gravité de la colonne GEFH, ne peut empêcher cette colonne de deſcendre ſans en ſoutenir tout le poids.

Une autre preuve encore que cette puiſſance eſt en équilibre

avec le poids de la colonne d'eau qu'elle ſoutient, c'eſt que ſi elle pouſſoit le piſton de bas en haut, pour le faire monter, cela ne pourroit arriver ſans que la colonne d'eau n'eût la même vîteſſe, par conſéquent la même quantité de mouvement. (89)

Pour eſtimer l'effort que fait la puiſſance, nous ſuppoſerons que le diametre du tuyau, ou celui du piſton, eſt de 5 pouces, & que la hauteur EG eſt de 18, les ſuperficies des cercles étant comme les quarrés de leurs diametres, on peut, en ſe ſervant du poids du pied cylindrique d'eau, que nous avons trouvé de 55 liv. (341) dire, comme le quarré de 12 eſt au quarré de 5, ou comme 144 eſt à 25, ainſi 55 eſt à un quatrieme terme, qu'on trouvera de 9 livres 8 onces 6 gros & $\frac{2}{9}$, pour le poids d'un cylindre d'eau qui auroit pour baſe un cercle de 5 pouces de diametre, & pour hauteur un pied; mais comme la colonne dont il s'agit a un pied & demi de hauteur, ſon poids ſera donc de 14 livres, 5 onces, 1 gros $\frac{1}{3}$.

345. On remarquera que ſi le cercle GH du piſton étoit plus petit que le fond AD, la puiſſance P ne ſoutiendroit plus que le poids de la colonne d'eau LIKM, qui a pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même piſton, puiſqu'il ne peut ſoutenir que les filets d'eau auxquels il ſert d'appui, tous les autres qui font la différence des colonnes AEFD & LIKM, étant appuyés ſur le fond AD. On peut ajouter que ſi la puiſſance faiſoit jouer le piſton pour élever la colonne qu'elle ſoutient, elle auroit plus d'aiſance que ſi cette colonne étoit renfermée dans un tuyau où il faudroit ſurmonter la réſiſtance que peut cauſer le frottement, ou, pour mieux dire, la *friction* de l'eau contre ſes parois. FIG. 12.

Ces exemples nous ſerviront dans la ſuite pour calculer l'effort d'une puiſſance appliquée à une pompe refoulante. Comme les autres qu'on va voir ne ſont pas rapportées ſans deſſein, je prie ceux qui font peu de cas des détails, de ne point trouver à redire s'il paroît que j'y entre un peu trop.

L'eau pouſſe de bas en haut avec une force déterminée les corps qui l'empêchent de monter à ſon niveau.

346. Ayant un ſiphon compoſé de deux branches AB, CD, de même diametre, qu'il y ait dans la ſeconde un piſton ILK, placé à une hauteur déterminée IK; verſant de l'eau dans la premiere branche, juſqu'à la hauteur EF, elle ne pourra ſe mettre de niveau dans la ſeconde, à cauſe de l'obſtacle que préſente le piſton. Si l'on tire la ligne horizontale GK, les colonnes AH & MK ayant leurs ſurfaces de niveau, ſeroient en équilibre, ſi elles faiſoient un effort égal ſur leur baſe pour ſe ſurmonter l'une FIG. 13.

l'autre : mais comme la premiere ſoutient tout le poids de la colonne GF, celle AF, qui eſt compoſée des deux, étant plus haute que l'autre MK, pouſſera, avec le poids de la partie GF, cette derniere de bas en haut, pour la faire monter au niveau EQ. Ainſi, faiſant abſtraction du frottement & de la peſanteur du piſton, il faudra, pour empêcher qu'il ne cede à l'effort que fait la colonne MK pour s'élever, qu'il ſoit chargé d'un poids égal à celui de la colonne GF : ce qui eſt trop naturel pour avoir beſoin d'autre preuve.

Une petite colonne, ou un filet, d'eau, peut élever un corps fort peſant.

PLAN. 2. FIG. 14.

347. Nous avons vu, (331) que quoique les branches d'un ſiphon fuſſent d'inégale groſſeur, l'eau de la petite OQ n'en étoit pas moins en équilibre avec celle de la groſſe MK, dès que leurs ſurfaces étoient de niveau, parce que la petite eſt en équilibre avec toutes celles dont la groſſe eſt compoſée. Si l'on verſe de l'eau dans le petit tuyau RO juſqu'à la hauteur N, la colonne NO fera effort pour élever toutes celles de la branche MK juſqu'au niveau EQ, leſquelles pouſſeront le piſton IK de bas en haut avec autant de force que le faiſoit la colonne GF; par conſéquent il faudra, pour maintenir le piſton à la hauteur IK, qu'il ſoit encore chargé d'un poids égal à celui de cette colonne.

Comme la groſſeur de la branche NO eſt indifférente, on voit que ſi elle étoit réduite à ne contenir qu'un filet d'eau, ce filet ſeul ſoutiendroit en équilibre le poids dont le piſton eſt chargé, ce qui eſt aiſé à démontrer.

Nous ſuppoſerons que la ſuperficie du cercle du filet NQ, eſt la millieme partie de celle du diametre GH, ou IK; ainſi la peſanteur de ce filet ſera la millieme partie de la colonne GF, ou du poids dont le piſton eſt chargé. Si l'on ſuppoſe que le piſton deſcende de la hauteur d'une ligne, cela ne pourra arriver, ſans qu'il ne paſſe dans le tuyau OR mille petites colonnes qui auront chacune une ligne de hauteur, & pour diametre celui du filet NQ, & ſans que ce filet ne monte dans le tuyau, & ne faſſe dans le même tems un chemin mille fois plus grand que celui qu'aura fait le piſton; d'où il ſuit que le poids du filet & celui du piſton étant dans la raiſon réciproque de leur vîteſſe, ces deux poids ſont en équilibre. (89)

Il ſuit que ſi le filet NQ avoit 10 pieds de hauteur, & le piſton IK un pied de diametre, il faudroit que le poids dont le piſton ſeroit chargé fût de 550 livres pour être en équilibre avec ce filet, quand même il ne contiendroit que la peſanteur d'une once d'eau, c'eſt pourquoi cette machine eſt nommée *levier* d'eau.

348. Un ſeul filet d'eau pouvant être en équilibre avec une infinité d'autres unis ou ſéparés, on remarquera qu'ayant un tuyau FN, plus gros dans le bas que dans le reſte de ſa hauteur, pour y adapter tout autour une quantité d'autres petits tuyaux AB, répondans à un cylindre DE, fermé par un piſton; verſant de l'eau par l'orifice F pour remplir tous ces tuyaux & leurs cylindres; le ſeul filet GN ayant 10 pieds de hauteur, & chaque cylindre un pied de diametre, ce filet ſeul ſoutiendra autant de fois 550 livres, que cette machine, qui reſſemble aſſez à un luſtre, aura de branches. FIG. 15.

Puiſque la longueur & la groſſeur du tuyau de communication OM (Fig. 14) ne contribue qu'indirectement à l'effet que nous avons décrit dans l'article 329, on peut ſupprimer ce tuyau (330) & faire voir les mêmes choſes avec une machine encore plus ſimple que le ſiphon.

FIG. 16.

L'effort d'une puiſſance qui ſoutient un piſton, eſt toujours égal au poids de la colonne d'eau qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même piſton.

349. Il s'agit d'un cylindre ABCD attaché à une ſurface verticale, ayant pour fond le cercle KL d'un piſton, & fermé par le haut avec une plaque de métal, ſoudée de façon à ne pouvoir être détachée, quelque effort qu'elle ait à ſoutenir; au milieu eſt un trou répondant à un tuyau FE, qui n'aura, ſi l'on veut, qu'une ligne de diametre. Je dis que ſi l'on remplit avec de l'eau ce cylindre & le tuyau ſur la hauteur EG, la puiſſance appliquée au piſton ſoutiendra un poids égal à celui d'une colonne KHIL, qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur celle du filet GN.

Pour le prouver, remarquez que le filet GN étant plus haut que tous les autres OR renfermés dans le cylindre KBCL, ces derniers tendans à s'élever au niveau HI, pouſſeront la ſurface BC de bas en haut, avec une force égale au poids de la colonne BHIC, moins la peſanteur du filet GE.

Si l'on fait attention qu'une puiſſance, de quelque nature qu'elle ſoit, ne peut faire aucun effort, en pouſſant ou en preſſant un corps, ſans un point d'appui, qui eſt toujours chargé de l'effort que fait cette puiſſance, on verra que tous les filets comme OR ayant pour appui le cercle du piſton, ne pourront pouſſer de bas en haut la ſurface BC qu'ils ne pouſſent de haut en bas avec la même force le fond KL, par conſéquent la puiſſance aura à ſoutenir l'action d'une force égale au poids d'une colonne d'eau, telle que BHIC, & comme d'autre part elle ſoutient réellement le poids de celle qui eſt contenue dans le cylindre KBCL, elle ſoutiendra donc l'action d'une force équivalente au poids de la colonne KHIL.

On peut ajouter, pour seconde preuve, que si le cercle du filet GN étoit la millieme partie de celui du piston, la puissance ne pourroit faire descendre ce piston d'une ligne, sans que le niveau G du filet GN ne fît en descendant un chemin mille fois plus grand ; & comme dans l'état d'équilibre, le poids de ce filet & la puissance P doivent être dans la raison réciproque de leur vîtesse, ou des espaces parcourus dans le même tems, (89) il suit qu'il faut nécessairement que la puissance soit équivalente au poids d'un filet mille fois plus grand que celui de GN, ou à celui d'une colonne d'eau KHIL.

FIG. 17. Supposant que le cylindre ABCD soit semblable en tout au précédent, avec cette différence seulement, que le tuyau, au lieu d'être situé sur le fond supérieur BC, soit adapté àl a surface BA, je dis qu'il arrivera encore la même chose. Pour en être convaincu, il faut prolonger la ligne horizontale NM, & prendre la ligne MQ pour un diaphragme, qui partage le cylindre KBCL en deux parties. Si l'on regarde les tuyaux FN, & MBCQ, comme les branches d'un siphon, dont NM est la communication, le seul filet d'eau GN sera cause que tous ceux dont la branche MBCQ est composée, pousseront de bas en haut la surface BC, avec une force égale au poids de la colonne d'eau qui auroit pour base le cercle BC, & pour hauteur GE, ou HB (347). Mais comme nous venons de voir que cela ne peut arriver, sans que le fond MQ ne soit pressé de bas en haut par une force équivalente au poids de la colonne MHIQ, si l'on supprime le diaphragme MQ, la pression précédente n'ayant alors d'autre appui que le cercle KL du piston, qui est aussi chargé du poids de l'eau comprise dans la partie KMQL, le piston soutiendra un poids égal à celui de la colonne d'eau KHIL.

PLAN. 2. FIG. 18. 350. Il suit de l'article précédent, que si l'on a un vaisseau AH, semblable à l'étui d'un miroir de toilette, bien fermé de toute part, & qu'à une des petites faces EH, on ait adapté un tuyau recourbé KNF, versant de l'eau par l'orifice F pour remplir le vaisseau & le tuyau jusqu'à la hauteur G, le seul filet GN fera que le fond ARQE sera pressé par un poids équivalent à celui de l'eau que pourroit contenir le parallélepipede AMPQ, qui auroit ce fond pour base, & pour hauteur celle du niveau G de l'eau du tuyau au-dessus du même fond, & que la surface supérieure sera poussée de bas en haut avec une force égale au poids de l'eau que peut contenir le parallélepipede CMOD.

La force de l'eau qui 351. Comme la distance DE des deux surfaces opposées RE & BH

BH eſt indifférente à l'action de l'eau qui pouſſe la ſeconde de bas en haut ; on voit qu'on les peut approcher l'une de l'autre, auſſi près que l'on voudra, pourvu qu'elles ne ſe touchent point ; l'eau du tuyau fera toujours ſon effet, par conſéquent dans ce cas-ci, comme dans les précédens, ce n'eſt pas la quantité de l'eau dont on ſe ſert qui en augmente l'action, laquelle ne dépend que de ſon élévation dans le tuyau, & de l'étendue de la baſe ſur laquelle elle eſt répandue.

agit ſelon une direction verticale, ne dépend pas de ſa quantité, mais ſeulement de ſa hauteur, & de l'étendue de la ſurface qu'elle pouſſe.

Suppoſant que les ſurfaces CD & AQ ſoient chacune d'une toiſe quarrée, & ſi près l'une de l'autre, qu'on puiſſe faire abſtraction de leur intervalle, donnant 24 pieds de hauteur au filet GN, chaque ſurface ſera pouſſée dans un ſens oppoſé par une force de 60480 livres ; & ce qu'il y a de plus ſurprenant, c'eſt qu'un tel effet peut être produit par le ſeul poids de 3 ou 4 onces d'eau.

352. Il faut avouer qu'il n'y a rien dans la nature qui ſoit plus digne d'admiration, & qui tienne plus du merveilleux que cette propriété des liqueurs, dont il n'eſt pas aiſé de perſuader la plûpart des gens, quoique fort éclairés ſur toute autre choſe, comme je l'ai éprouvé dans pluſieurs occaſions ; cependant c'eſt un fait atteſté par l'expérience, & auquel la raiſon ne peut rien oppoſer de ſolide ; j'en ai fait pluſieurs de différentes eſpeces, en voici une qui ſuffira pour juger des autres.

Expérience ſur la pouſſée de l'eau.

Je me ſuis ſervi de deux planches, ayant chacune un pied en quarré, ſur 30 lignes d'épaiſſeur, les ayant placé l'une au-deſſus de l'autre, à la diſtance de 3 pouces ; j'ai cloué tout autour une bande de cuir, en appliquant du *calfas* ſur les bords, & en ai formé une eſpece de ſoufflet qui avoit la figure d'un parallelepipede. Après avoir pris toutes les précautions convenables pour empêcher que l'eau dont il devoit être rempli ne pût s'échapper par les côtés, on a attaché horizontalement & d'une maniere inébranlable, la ſurface ſupérieure à une poutre poſée ſur deux appuis, de façon qu'on pouvoit faire jouer le fond inférieur de bas en haut. Aux quatre coins de ce fond étoient des anneaux de fer répondans à des cordes ſuſpendues à un bras de balance, enſuite on a chargé l'autre bras autant qu'il le falloit pour que le fond inférieur de la machine fût appliqué contre le ſupérieur. Ce dernier étoit percé de deux trous, à l'un deſquels étoit adaptée verticalement une fontaine ou robinet qui devoit être ouvert ſeulement pour laiſſer évacuer l'air, lorſqu'on verſoit l'eau qui devoit entrer dans le ſoufflet ; à l'autre étoit un tuyau de cuivre, ayant intérieurement 3 li-

gnes de diametre ſur 10 pieds de hauteur, attaché le long d'une ſolive, arrêtée ſolidement par ſes deux bouts.

La queſtion étoit de ſçavoir ſi en verſant de l'eau dans le tuyau elle enleveroit un poids de 700 liv. qui eſt celui d'une colonne d'eau qui auroit un pied quarré de baſe, & 10 pieds de hauteur, c'eſt ce qui eſt arrivé dès qu'on a eu verſé environ 3 pintes d'eau ; on remarquoit même que la vîteſſe du poids devenoit plus ſenſible à meſure qu'il s'élevoit : car comme en verſant l'eau on avoit ſoin d'entretenir toujours plein un entonnoir ſoudé au ſommet du tuyau, l'eau dont le ſoufflet ſe rempliſſoit, augmentoit par ſon poids l'action de celle du tuyau.

Explication de la cauſe qui fait bomber les radiers des grandes écluſes.

353. On ne doit plus s'étonner ſi l'on voit quelquefois les *radiers* des écluſes *ſe bomber*, c'eſt-à-dire, s'élever dans leur milieu, comme cela eſt arrivé aux grandes écluſes de *Mardick*, quelque tems avant leur démolition, ce qui étoit cauſe qu'on ne pouvoit manœuvrer les portes d'aval qu'avec de grandes difficultés. J'ai vu d'habiles gens fort en peine pour en découvrir la cauſe, mais comme elle n'étoit point ſenſible, ils l'attribuoient à des circonſtances fort éloignées.

Comme les portes du côté du canal ſoutenoient ſouvent juſqu'à 22 & 23 pieds d'eau, tandis que la mer étoit baſſe, il arrivoit que de ſimples filets paſſant ſous le ſeuil, & venant à s'inſinuer & ſe répandre ſous le radier, & même ſous la fondation de l'étendue des ſas, cette eau ne trouvant point d'iſſue pour s'échapper, pouſſoit de bas en haut tout ce qui l'empêchoit de monter au niveau du canal, & faiſoit fléchir les grillages malgré leur poids & leur ſolidité. Nous reprendrons ce ſujet quand nous parlerons de la conſtruction des écluſes.

La baſe d'un tuyau cylindrique incliné eſt autant chargée par l'eau que ce tuyau contient, que s'il étoit droit.

354. Ayant un tuyau cylindrique ABCD, *incliné* ſur la baſe AD ſuppoſée horizontale, & plein d'eau juſqu'à une hauteur quelconque EF, elle chargera autant le fond AD que ſi elle étoit dans un cylindre droit AGHD de même baſe. Tirez par un point quelconque P de la hauteur FI, la ligne horizontale LM, & conſidérez que l'eau renfermée dans l'eſpace AEG, eſt ſoutenue par le côté EA, puiſque tous les filets KL dont elle eſt compoſée, ont chacun pour appui un point L, de la ſurface inclinée EA, par conſéquent la baſe AD n'en eſt nullement chargée.

FIG. 19.

355. Il n'en eſt pas de même de celle que comprend l'eſpace oppoſé IFD ; car comme le filet FI agit ſur les autres plus petits MN pour les élever à la hauteur du niveau EH, en étant empêchés par la ſurface FD, chacun d'eux pouſſera de bas en haut tous

les points M de cette ſurface avec une force équivalente au poids du filet FP, différence de FI à MN, & comme la hauteur FP eſt égale à KL, le point M ſera autant pouſſé de bas en haut que le point L l'eſt de haut en bas; ce qui fait voir que les ſurfaces EA & FD ſont pouſſées dans un ſens oppoſé avec une force équivalente au poids de l'eau renfermée dans l'eſpace AEG, ou ſon égal DFH. Mais comme tous les filets dont la ſurface FD ſoutient l'action, ne peuvent la preſſer de bas en haut, ſans qu'ils ne preſſent autant de haut en bas la partie ID du fond qui leur ſert d'appui, (349) on voit que ſi l'on joint à cette derniere preſſion le poids même des filets que renferme l'eſpace IFD, chaque point du fond AD ſera chargé d'un poids équivalent à celui du filet FI. FIG. 20.

356. Il ſuit de l'article 354 qu'ayant un vaiſſeau BCDE, ſemblable à un cône tronqué renverſé, auquel on a adapté un bout de tuyau ABEF pour y loger un piſton, ſervant de fond, rempliſſant ce vaiſſeau avec de l'eau, la puiſſance appliquée au piſton ne ſoutiendra que le poids de la colonne BGHE, puiſque tout le reſte de l'eau ſera appuyé à la ronde ſur les côtés CB & DE.

De quelque figure que ſoit un vaiſſeau rempli d'eau, & quelle que ſoit la quantité qu'il en contient, le fond eſt toujours chargé du poids d'une colonne à laquelle elle ſerviroit de baſe, & qui auroit pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du même fond.

Cette conſéquence fait voir l'erreur de la plûpart des Fontainiers, qui font leurs tuyaux de deſcente plus gros en haut qu'en bas, dans le deſſein de donner plus d'élévation au jet d'eau auquel ce tuyau aboutit, ne faiſant point attention que celle qui s'appuie ſur les côtés du tuyau ne peut contribuer à donner plus de chaſſe à celle qui deſcend. Cependant cette pratique peut avoir ſon utilité, lorſque l'*ajutage*, c'eſt-à-dire le trou par où ſort le jet, eſt fort grand, parce que le tuyau de deſcente fourniſſant une plus grande quantité d'eau dans le même tems, le jet en eſt plus beau: nous reprendrons ce ſujet dans le ſecond volume, en parlant des eaux jailliſſantes pour la décoration des jardins.

FIG. 21.

357. Si le piſton répondoit au grand cercle du vaiſſeau précédent, il arriveroit, au contraire (par l'art. 355) qu'étant rempli d'eau, la puiſſance ſoutiendra un poids égal à celui de la colonne AIKC; ſi de plus on ferme l'orifice EH, & qu'on y ajoute un tuyau FB, rempli d'eau juſqu'à la hauteur G, tous les points de la baſe du fond AC étant preſſés avec la même force que le filet GN preſſe le point N, la puiſſance ſoutiendra un poids égal à celui de l'eau que comprendroit la colonne ALMC, pourvu, comme je l'ai déja dit, (349) que ce vaiſſeau ſoit attaché à un endroit fixe. Car une puiſſance ne pouvant agir, ſelon quelque direction que ce ſoit, ſans un point d'appui, il faut pour qu'elle puiſſe pouſſer le piſton de bas en haut, avec la même force que l'eau le repouſſe de haut

en bas, que la machine ſoit arrêtée, autrement l'action de l'eau éleveroit le vaiſſeau, lui feroit abandonner le piſton qui reſteroit ſeul entre les mains de la puiſſance; car on remarquera que ſi l'eau venoit à ſe geler, ſe trouvant alors ſans action, le point d'appui deviendroit inutile, & la puiſſance ne ſeroit chargée que du poids réel de l'eau & de la machine.

PLAN. 2. FIG. 19. 358. Comme la démonſtration de l'article 354 n'a lieu que dans le cas où les triangles AEG & IFD ſont renfermés entre les mêmes paralleles EF & AD, il nous reſte à faire voir que le principe établi dans cet article eſt général pour toutes ſortes de cas.

Nous prendrons un autre tuyau ABCD, où aucun des points du niveau EF de l'eau ne répond au fond AD, & nous ſuppoſerons qu'on a diviſé la colonne AEFD en pluſieurs autres plus petites GF, IH, AK, par des plans GH, IK, paralleles à l'horizon. Conſidérez que la premiere colonne GEFH étant dans le cas de l'article 354, ſa baſe GH ſera chargée d'un poids égal à celui FIG. 22. de la colonne droite GLMH. Si l'on ſupprime le diaphragme GH, le filet ON n'ayant plus d'autre appui que le ſommet N du filet NI, ces deux enſemble n'en compoſant plus qu'un ſeul OI, qui communique avec tous ceux que renferme l'eſpace ITK, ces derniers preſſeront chacun la baſe IK avec autant de force que fait le premier OI; (355) ainſi cette baſe ſera chargée d'un poids égal à celui de l'eau que comprendroit la colonne IOPK. De même, puiſque le point Q de la baſe IK eſt preſſé avec une force égale au poids du filet OI, ou RQ; ſupprimant encore le diaphragme IK, les filets RQ & QA, n'en compoſant plus qu'un ſeul RA, qui eſt en équilibre avec tous ceux que comprend l'eſpace AVD, le fond AD ſera autant chargé par l'eau de la colonne oblique AEFD, qu'il le ſeroit ſi cette colonne étoit droite ARSD.

PLAN. 2. FIG. 23. 359. Si l'on avoit un tuyau dont les parties BD, DF, FQ fuſſent diſpoſées en *zig-zag*, & que ce tuyau, qu'on ſuppoſe appliqué contre une ou pluſieurs ſurfaces verticales, fût rempli d'eau, il arriveroit encore que le fond BE ſeroit chargé d'un poids égal à celui d'une colonne d'eau BKOE, qui auroit pour baſe le même fond, & pour hauteur la ligne BK qui exprime l'élévation du niveau HQ de l'eau au-deſſus de ſa baſe BE. Regardant la ligne FG comme le fond du tuyau FQ, l'eau de ce tuyau chargera autant ce fond que celle que contiendroit la colonne droite FLIG; (358) ſupprimant le diaphragme FG, la colonne LG n'ayant d'autre appui que la lame FG, augmentera de tout ſon poids celui de la colonne FD, & le fond CD ſera chargé d'un poids égal à celui

De quelque figure & groſſeur que ſoient les parties d'un tuyau, poſé ſur un plan vertical, ou incliné, ſa baſe eſt toujours chargée du poids d'une colonne d'eau de même baſe, & qui auroit pour hauteur

de la colonne CMND. Par un raisonnement semblable, on verra que la base BE étant chargée du poids des colonnes droites & inclinées MD & DB, sera dans le même cas que si elle servoit de fond à la colonne BKOE.

celle du niveau de l'eau au-dessus de la même base.

Si le tuyau au lieu d'être en zig-zag alloit en *serpentant*, le même principe subsisteroit encore ; car en divisant l'eau de ce tuyau par tranches horizontales, (328) on en composera de petits cylindres droits, ou inclinés, qui étant contigus, pourront être regardés comme les parties d'un tuyau tel que le précédent.

Fig. 24.

360. On peut conclure en général des articles 356, 357, 358, 359, que *quelque grosseur qu'ait un tuyau, uniforme ou non sur son étendue, dans quelques dispositions que soient ses parties, posées contre un plan vertical, ou sur un plan incliné, la puissance appliquée au piston d'un diametre égal, plus grand, ou plus petit, que le fond du tuyau, sera toujours chargée du poids d'une colonne qui auroit pour base le cercle du piston & pour hauteur celui du niveau de l'eau au-dessus du même piston.*

Conclusion d'où l'on déduit une regle générale pour l'effort que soutient une puissance appliquée à un piston servant de fond à un tuyau.

Section III.

De l'action de l'eau contre les surfaces verticales & rectangulaires.

Après avoir montré la maniere dont l'eau agit pour surmonter la résistance des surfaces qui l'empêchent de descendre vers le centre de la terre, ou de s'élever à son niveau, il nous reste à insinuer selon quelle loi elle pousse *de côté* les parois des vaisseaux qui la soutiennent, mais auparavant il faut être prévenu que cette *poussée* se fait toujours selon une direction *horizontale.*

361. Imaginons un cylindre d'eau suspendu en l'air, sans être renfermé dans un tuyau, composé d'un grand nombre de cercles d'une égale épaisseur, le cercle le plus haut poussant le second, s'il venoit à se confondre avec lui, que le second conservât toujours sa figure circulaire & la même épaisseur, cela ne pourroit arriver sans que toutes les parcelles d'eau ne fussent poussées en avant selon la direction des rayons, pour occuper une circonférence plus grande. Si ce dernier, ainsi augmenté, se confondoit de même avec le troisieme, les parcelles d'eau seroient encore poussées en avant selon la direction des rayons pour occuper une circonférence plus grande que celle du second. Faisant le même raisonnement pour la suite de tous les cercles d'eau dont le cylindre est composé, la circonférence du dernier seroit d'autant plus augmentée, que le nombre de cercles seroit plus grand, ou que le cylindre auroit plus de hauteur.

Raisonnement pour prouver que l'eau qui agit sur une surface verticale, la pousse selon des directions horizontales.

Si ce cylindre eſt renfermé dans un tuyau, tous les cercles d'eau ayant la même tendance pour ſe confondre enſemble, feront effort pour s'élargir; mais comme cet effort ne peut s'exercer que contre les parois du tuyau, l'on voit *qu'ils ſeront pouſſés du centre à la circonférence, par conſéquent ſelon des directions horizontales, avec une force qui ira toujours en augmentant depuis le haut juſqu'au bas du tuyau*, parce que la circonférence qu'une certaine quantité de cercles d'eau tendront à occuper, ſera d'autant plus grande, que le nombre de ces cercles ſera plus grand.

La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale & rectangulaire, va en croiſſant depuis ſon niveau, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique.

FIG. 25.

362. Prenant au lieu d'un cylindre un priſme droit AE, dont l'eau ſoit diviſée en un nombre infini de lames d'une épaiſſeur inſenſible, les ſupérieures feront effort pour ſe confondre avec celles de deſſous, ces dernieres tendant à s'élargir pouſſeront la ſurface du priſme ſelon des *directions horizontales*. Comme nous ſuppoſerons que ces lames ont un poids égal, la ſeconde ſe trouvant chargée de celui de la premiere, pouſſera le rectangle 2 qui la ſoutient avec la force double de celle qui pouſſe le rectangle 1, quelle qu'en ſoit la meſure; de même la troiſieme lame étant chargée du poids de la premiere & de la ſeconde, pouſſera le rectangle 3, avec une force triple de celle qu'a la premiere; ainſi des autres, dont la pouſſée ſera proportionnée au poids dont elles ſont chargées. Or comme ces poids augmentent ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, les pouſſées augmentant auſſi dans le même ordre, pourront être exprimées par les élémens d'un triangle ALD, qui a pour hauteur celle de l'eau. Ainſi on pourra dire que les pouſſées qui répondent aux élémens NO & PQ de la ſurface ABCD, ſont dans la raiſon des élémens FG & HI du triangle ALD, ou des hauteurs LR & LS de l'eau au-deſſus des mêmes élémens, puiſque FG, GI :: LR, LS.

Lorſque deux ſurfaces ont la même baſe, les pouſſées ſont dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau.

363. Il ſuit que la ſomme de toutes les preſſions qui regnent ſur la hauteur LR, ou la pouſſée que ſoutient la ſurface NBCO, ſera à la ſomme de toutes les preſſions qui regnent ſur la hauteur LM, ou à la pouſſée que ſoutient la ſurface ABCD, comme la ſuperficie du triangle FLG eſt à celle du triangle ALD, ou comme le quarré de la perpendiculaire LR eſt à celui de la perpendiculaire LM. Ainſi *lorſque les ſurfaces ont la même baſe, leurs pouſſées, en commençant depuis le niveau de l'eau, ſont dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau qu'elles ſoutiennent*. La pouſſée qui répond à la hauteur RS, & que ſoutient la ſurface PNOQ, pouvant être exprimée par le trapeze HFGI, différence des triangles HLI & FLG, *on voit qu'elle pourra l'être auſſi par la différence des quarrés des hauteurs LS & LR de l'eau.*

364. La ligne BC exprimant le niveau de l'eau, ſi on la prolonge de C en R pour ſervir d'axe à une *demi-parabole* CLO, décrite avec un *parametre* à volonté, menant à la ligne BR les paralleles FH, IL, AM en auſſi grand nombre que l'on voudra, *les pouſſées que ſoutiendront les ſurfaces BG, BK, BD, ſeront entr'elles dans la raiſon des ordonnées GH, KL, DM, tirées de la tangente à la parabole:* ce qui eſt bien évident, puiſque ces ordonnées ſont dans la raiſon des quarrés des coupées CG, CK, CD, qui marquent la hauteur de l'eau que ſoutiennent ces ſurfaces. Par conſéquent, *ſi des points H & L, on mene à la tangente les paralleles HP & LQ, les lignes GH, PL, QM, qui expriment la différence des ordonnées, ſeront entr'elles dans la raiſon des pouſſées que ſoutiennent les ſurfaces correſpondantes BG, FK, ID.* J'ajouterai que la pouſſée que ſoutient la ſurface BD eſt à celle que ſoutient la partie ID, comme DM eſt à QM; ainſi des autres.

On peut exprimer les pouſſées de l'eau par les ordonnées d'une parabole menée à la tangente.

Fig. 26.

365. Les preſſions des lames que comprend la hauteur LM (fig. 25) allant en progreſſion arithmétique, il y aura une preſſion *moyenne* entre la plus grande & la plus petite, qui étant multipliée par la grandeur qui exprime le nombre des lames, donnera un produit égal à la preſſion totale. Or comme cette moyenne eſt égale à la moitié de la plus grande, on aura $\frac{AD}{2} \times LM$ pour cette preſſion, qui étant égale à $\frac{LM}{2} \times AD$, *on pourra ſuppoſer que toutes les lames pouſſent avec une force égale, & que cette force eſt exprimée par la hauteur moyenne LZ, moitié de LM.*

On peut ſuppoſer que toutes les lames d'eau pouſſent avec une force uniforme, exprimée par une ligne égale à la moitié de la hauteur de l'eau.

366. La pouſſée que ſoutient le rectangle APQD étant exprimée par le trapeze AHID, l'élément moyen entre HI & AD exprimera la pouſſée moyenne, & comme cet élément ne peut être que la ligne TV, qui paſſe par le milieu de la hauteur SM de ce trapeze, *on pourra encore, en ſuppoſant uniforme la preſſion de chaque lame que ſoutient la ſurface APQD, l'exprimer par la hauteur LY, moyenne arithmétique entre LS & LM.*

Autre maniere de déterminer la hauteur moyenne de l'eau, lorſqu'on prend la pouſſée au-deſſous de ſon niveau.

367. En ſuppoſant que les lames qui répondent à une même ſurface agiſſent uniformément, il ſuit que *les pouſſées que ſoutiendront deux ſurfaces différentes, mais rectangulaires, ſeront dans la raiſon compoſée de l'étendue des mêmes ſurfaces & des hauteurs moyennes qui leur répondent.* Ainſi lorſque les ſurfaces ſeront égales, les pouſſées ſeront comme les hauteurs moyennes, & lorſque les hauteurs moyennes ſeront égales, les pouſſées ſeront dans la raiſon des ſurfaces.

Les pouſſées de l'eau contre des ſurfaces différentes, ſont dans la raiſon compoſée de l'étendue de ces ſurfaces & des hauteurs moyennes qui leur répondent.

Application du ſiphon à la maniere de calculer la pouſſée de l'eau.

FIG. 27.

368. Pour faire voir préſentement comme on doit calculer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces verticales, nous nous ſervirons d'un ſiphon compoſé de deux branches ABCD, & EFGH droites, priſmatiques, & d'égale groſſeur, unies enſemble par un tuyau de communication horizontal IADLM de même figure & groſſeur que chacune des branches, ſéparé en deux parties par un diaphragme NOPQ, parallele & égal au plan RSDT.

369. Si l'on verſe de l'eau dans la premiere branche, pour remplir ſeulement la partie IADPN de la communication, elle ne fera aucun effort pour monter au-deſſus de ſon niveau AP, & ſon action ſe réduira à pouſſer les ſurfaces qui la ſoutiennent, entre autres le diaphragme NOPQ, pour s'aller répandre de l'autre côté. Mais ſi l'on remplit la même branche juſqu'à la hauteur VX, la colonne AVXD preſſera l'eau de la communication, laquelle ſera pouſſée de I en N ſelon une direction horizontale, & tendra à paſſer dans l'autre branche pour s'élever au niveau YZ, où elle s'éleveroit en effet ſi elle étoit toujours entretenue à la même hauteur VX, & qu'elle ne fût point empêchée par la ſurface NOPQ, laquelle ſoutiendra non-ſeulement la pouſſée de l'eau contenue dans la communication, mais encore toute celle que peut cauſer le poids entier de la colonne AVXD ; ce qui eſt bien évident. En effet, comme nulle autre force que le poids de cette colonne n'agit ici pour faire monter l'eau dans l'autre branche, & s'y maintenir à la hauteur YZ, au-deſſus du niveau AH, il faut néceſſairement que la ſuperficie NOPQ ſoit pouſſée ſelon une direction horizontale par tout l'effort de la puiſſance qu'elle empêche d'agir.

FIG. 27 & 28.

Comme la longueur du bout du tuyau RDOQ eſt indifférente à l'effort que fait l'eau pour monter dans la ſeconde branche, on pourra la raccourcir autant qu'on voudra, & même confondre la ſurface NOPQ, avec ſon égale (330) RSDT, que nous prendrons pour une autre diaphragme, afin de détacher le priſme IBCT du ſiphon. Comme ceci ne change rien à l'action de l'eau qui s'y trouve renfermée, la ſurface RSDT ſera pouſſée avec la même force que l'étoit le diaphragme NOPQ.

FIG. 28.

La pouſſée de l'eau contre une ſurface rectangulaire, eſt toujours égale au poids d'une colonne qui

370. La pouſſée que ſoutient la ſurface RSDT de la part de l'eau que renferme l'eſpace IADT, indépendamment de celle que cauſe la colonne AVXD, pouvant être exprimée par le produit de cette ſurface & de la hauteur moyenne PQ (366) & le poids de la colonne par le produit de ſa baſe AD & de ſa hauteur OP, il ſuit que ces deux produits valant, pris enſemble, celui de la ſurface RD par la hauteur OQ, compoſée des précé-

dentes

dentes OP & PQ, il exprimera ſeul la pouſſée que ſoutient la ſurface RD.

auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur la hauteur moyenne.

Comme le dernier produit n'eſt autre choſe que la ſolidité du priſme FVXL, on voit que ſi la pouſſée que cauſe en particulier la colonne d'eau AVXD contre la ſurface RD, doit être exprimée par ſon poids, toute celle que ſoutient la même ſurface, le ſera par celui de la colonne FVXL, qui a pour baſe le plan FHLG égal à cette ſurface, & pour hauteur la ligne OQ moyenne arithmétique entre OP & PN; ce qui fait voir que ſi la ſurface RD étoit de 4 pieds, & la hauteur OQ de 10, cette ſurface ſeroit pouſſée par une force équivalente au poids de 2800 liv. $= 4 \times 10 \times 70$ livres.

On peut encore démontrer l'article précédent, quoique les branches du ſiphon ſoient d'inégale groſſeur.

Fig. 29.

371. Si des deux branches du ſiphon, on laiſſe la premiere comme elle eſt, & qu'on rapproche les ſurfaces oppoſées IHXL & BGZM pour rendre le priſme IHZA beaucoup plus étroit que l'autre, cela n'empêchera pas qu'en verſant de l'eau dans ce nouveau ſiphon, elle ne ſe mette de part & d'autre au même niveau VY, & que celle de la ſeconde branche ne ſoit en équilibre avec celle de la premiere, parce que la petite colonne IEYA n'aura jamais à combattre qu'une autre colonne de même baſe que la ſienne, (331) & que toutes les autres que comprend la groſſe branche ſont en équilibre avec cette derniere.

Comme ces colonnes feront ſur leurs baſes des efforts égaux pour ſe ſurmonter les unes les autres, l'eau de la communication ſera pouſſée de & en B par la groſſe colonne, avec la même force qu'elle le ſera de B en & par la petite; ainſi faiſant ſurvenir le diaphragme NOPQ, il ſe trouvera pouſſé avec des forces égales & oppoſées.

Préſentement, ſi l'on ſuppoſe deux autres diaphragmes RSDT & KILC, & qu'on ſupprime le tuyau de communication pour en détacher les deux branches, la ſurface RSDT ſera pouſſée de & en R avec la même force que la ſurface KILC, égale à la précédente, le ſera de B en K, l'une & l'autre ſe trouvant dans le même cas que l'étoit ci-devant le diaphragme NOPQ, puiſque la ſurface étoit indifférente à la pouſſée qu'elle ſoutenoit.

372. Il ſuit de-là, que quoiqu'il y ait beaucoup moins d'eau dans le ſecond priſme que dans le premier, la ſurface KILC ſoutiendra comme l'autre une pouſſée égale au poids d'une colonne d'eau qui auroit cette ſurface pour baſe, & pour hauteur la moyenne arithmétique entre EI & EK. (366)

Pour calculer la pouſſée contre une ſurface verticale, il ne faut avoir nul égard à l'étendue du plan qui ſert de baſe à l'eau, mais ſeulement à la ſurface pouſſée & à la hauteur moyenne qui y répond.

373. Les pouſſées de l'eau étant dans la raiſon composée des ſurfaces qui les ſoutiennent, & des hauteurs moyennes qui y répondent, (367) *on voit que, ſans ſe mettre en peine de la dimenſion IR, par conſéquent de la quantité d'eau que contient le vaiſſeau IBCT, il y aura même raiſon du produit de la ſurface RSDT, par la hauteur moyenne OQ, au produit de la ſurface RZXT, par la hauteur moyenne OY, que de la pouſſée que ſoutient la premiere ſurface, à celle que ſoutient la deuxieme. Or puiſque la pouſſée que ſoutient la premiere eſt équivalente au poids des pieds cubes d'eau que donne le produit qui lui eſt relatif, la pouſſée que ſoutiendra la deuxieme, ſera donc auſſi équivalente au poids du nombre des pieds cubes d'eau du produit qui lui appartient.* Ainſi ſuppoſant la baſe RT de cette ſurface de 2 pieds, & la hauteur ON de 12, elle ſera de 24 pieds quarrés, qui étant multipliée par la hauteur moyenne OY de 6 pieds, & le produit par 70 liv. donne 10080 liv. pour le poids équivalent à la pouſſée qu'elle ſoutiendra.

FIG. 28.

374. Si le vaiſſeau, au lieu d'être priſmatique, étoit un tuyau, ou un cylindre droit, il faudroit, pour avoir la pouſſée que ſoutiendroit ſa ſurface, multiplier cette ſurface par la moitié de la hauteur de l'eau.

Maniere de calculer la force qu'il faut pour lever une vanne qui ſoutient de l'eau.

375. Voici l'occaſion de faire voir à quoi ſe réduit la difficulté d'élever une vanne dont il a été fait mention dans l'article 229. Nous la ſuppoſerons de 5 pieds de largeur, ſoutenant 8 pieds de hauteur d'eau, ainſi la ſurface pouſſée aura 40 pieds quarrés, qui étant multipliés par 4 pieds, hauteur moyenne, on aura 160 pieds cubes, ou 11200 liv. pour la pouſſée de l'eau, ou la preſſion de la vanne contre les couliſſes, dont il faut prendre le tiers pour le frottement qui ſera d'environ 3733 livres, leſquelles étant ajoutées au poids de la vanne, on aura la réſiſtance qu'il faudra que la puiſſance ſurmonte au premier inſtant qu'elle agira. Dans les inſtans ſuivans, cette réſiſtance deviendra toujours moindre, à cauſe que la pouſſée, ou le frottement, ira en diminuant, dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau que ſoutiendra la vanne. (363)

Remarque ſur ce qui peut arriver quand on leve & baiſſe les vannes.

376. Il eſt à remarquer que la vanne, en montant, rencontrera un point d'élévation où ſon poids ſe trouvera en équilibre avec le frottement, & que ce ne ſera qu'autant qu'on l'élevera à une certaine hauteur au-deſſus de ce point, qu'elle pourra, en deſcendant, acquérir une aſſez grande quantité de mouvement ou de force pour arriver juſqu'au ſeuil du pertuis. Car comme le frottement augmentera dans la raiſon des quarrés des hauteurs de l'eau (363) tandis que cette force ne croîtra que dans la raiſon des racines

quarrées des mêmes hauteurs (171), si la vanne ne tombe point d'assez haut, elle demeurera suspendue en chemin sans pouvoir descendre, à moins de quelque secours étranger.

Maniere de rendre sensible la poussée de l'eau contre une surface.

Fig. 30.

377. Pour rendre encore plus sensible que nous n'avons fait, l'action de l'eau contre une surface verticale ABCD, nous nous servirons du parallelepipede régulier ABCDEFLM, dont une des dimensions AM sera, si l'on veut, plus petite, ou plus grande que la hauteur BA de l'eau. Nous supposerons qu'on a pris sur les lignes DI & AK les parties DH & AG, chacune égale à la hauteur BA de l'eau, & qu'on a tiré les lignes CH, BG pour former le solide ABCDHG, lequel exprimera un volume d'eau dont le poids sera équivalent à la poussée que soutient la surface ABCD; ce qui est bien évident, puisque, pour avoir la valeur de ce solide, il faut multiplier la même surface par la moitié de AG, ou de AB. Si l'on suppose la hauteur BA divisée en un grand nombre de parties égales, & que par chaque point de division il passe un plan parallele à la base AH, le solide ABCDHG sera partagé en un nombre de tranches ou prismes, & la surface ABCD en un même nombre de rectangles égaux entr'eux. Alors le poids de l'eau de chaque tranche exprimera la poussée que soutiendra le petit rectangle qui lui répond dans la surface, & ces tranches ou prismes ayant la même hauteur BC, leurs poids, ou les poussées qu'ils mesurent, seront dans la raison des trapezes qui servent de bases à ces prismes.

Une petite quantité d'eau peut être capable d'une force prodigieuse.

Fig. 29 & 31.

378. Puisqu'on peut approcher les surfaces KHXC & BGZM aussi près l'une de l'autre qu'on voudra, pourvu seulement qu'elles ne se touchent point, (373) on voit *qu'avec une très-petite quantité d'eau, le plan KILC sera poussé avec autant de force que si leur distance étoit fort éloignée.* Par conséquent, si l'on avoit un vaisseau prismatique, dont deux de ses faces paralleles & opposées, comme ABCD (fig. 31), fussent chacune d'une toise quarrée, placées à la distance d'une ligne seulement l'une de l'autre, remplissant ce vaisseau avec de l'eau, les deux surfaces soutiendront ensemble un effort de 15120 liv. ce qui est assurément aussi merveilleux que ce qu'on a vu dans les articles 349, 350, 351. Mais, ce qui le paroîtra encore davantage, c'est que si l'on ferme ce vaisseau pour y adapter un tuyau GF de telle hauteur qu'on voudra, *le remplissant d'eau, les surfaces seront poussées avec la même force que si le vaisseau étoit rempli d'eau jusqu'à la hauteur HI;* ce qui est bien évident, car chacune des colonnes contenues dans le vaisseau AE, & qui auroit pour base celle du tuyau FG, étant

preſſée de haut en bas, avec la même force que celle du tuyau preſſe la colonne FK, fera le même effort contre les parois du vaiſſeau, que la même colonne FK en feroit contre ceux qui la ſoutiendroient. Ainſi ſuppoſant GF de 10 pieds, la hauteur moyenne GL ſera de 13, qui étant multipliée par 36 pieds quarrés, & le produit par 70, donnera 65520 liv. pour l'effort que l'eau fera contre les deux ſurfaces enſemble, quoique ſon poids aille tout au plus à 18 liv.

La pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, ne dépend pas de la quantité qu'en contient le vaiſſeau qui la renferme, mais ſeulement de l'étendue de la ſurface pouſſée, & de la hauteur moyenne qui lui répond.

379. *On peut dire encore, comme dans l'article* 351, *que la pouſſée de l'eau contre une ſurface verticale, ne dépend pas de la quantité qu'en contient le vaiſſeau qui la renferme, mais ſeulement de l'étendue de cette ſurface & de la hauteur moyenne de l'eau qui lui répond.*

SECTION IV.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces inclinées.

N'ayant conſidéré juſqu'ici que l'action de l'eau contre les ſurfaces verticales, nous allons examiner quelle eſt la pouſſée que ſoutiendroient celles qui ſeroient *inclinées*.

PLAN. 4. FIG. 32.

380. Je ſuppoſe que le trapeze ABCD repréſente le profil d'un vaiſſeau plus large en haut qu'en bas, compoſé de ſurfaces planes & remplies d'eau juſqu'au niveau BC, il s'agit de meſurer la pouſſée que ſoutiendra la ſurface inclinée CD dont nous faiſons abſtraction de la largeur. Il faut du point M mener la perpendiculaire DF ſur l'horizontale BC, prendre la partie FE égale à cette perpendiculaire, & tirer la ligne ED, pour avoir le triangle rectangle & iſoſcelle EFD.

Pour peu qu'on y faſſe attention, on verra que tous les points H de la ſurface DC ſont pouſſés par des filets d'eau GH, ſelon deux directions différentes, l'une verticale, & l'autre horizontale; que la premiere pourra être exprimée par la ſuperficie du triangle DFC, (354) & la ſeconde par celle du triangle DFE. (377) Or comme ces deux triangles ſont dans la raiſon de leurs baſes FC & FE, puiſqu'ils ont la même hauteur FD, on pourra prendre leur baſe au lieu de leur ſuperficie, alors la pouſſée verticale ſera à l'horizontale comme FC eſt à FE, ou comme FC eſt à FD, puiſque EF = FD.

Menant du point H la ligne horizontale HI, & la perpendiculaire HL ſur le côté DC, faiſant le parallélogramme KI, on aura les triangles ſemblables HIL & DFC qui donnent DF, FC :: HI, IL. Ainſi on pourra prendre le côté IL, ou HK pour

exprimer la puiſſance qui ſoutient en équilibre la pouſſée verticale, & le côté HI pour exprimer celle qui ſoutient la pouſſée horizontale; alors la diagonale HL exprimera l'action d'une troiſieme puiſſance, en équilibre avec le réſultat du concours des pouſſées verticales & horizontales. Fig. 32.

381. Il ſuit que la pouſſée horizontale ſera à toute celle que ſoutiendra la ſurface DC, comme HI eſt à HL, ou comme DF eſt à DC; par conſéquent ſi l'on éleve ſur l'extrémité D de la ligne CD la perpendiculaire DM égale à EF, & qu'on tire la ligne CM, les triangles EFD & CDM, ayant des hauteurs égales, ſeront dans la raiſon de leurs baſes DF & DC, ou comme la pouſſée horizontale eſt à la pouſſée entiere que ſoutient la ſurface DC. Or comme la premiere de ces pouſſées eſt exprimée par la ſuperficie du triangle DEF, la ſeconde le ſera donc par celle du triangle DCM, ou, ſi l'on veut, par un poids équivalent à celui d'un priſme d'eau qui auroit pour baſe ce triangle, & pour hauteur la largeur de la ſurface. (377)

La pouſſée de l'eau contre les ſurfaces inclinées ſe meſure de la même maniere que ſi ces ſurfaces étoient verticales.

382. Comme il faut, pour avoir la valeur du priſme dont nous venons de parler, multiplier la ſurface DC par la moitié de DM, ou de ſon égal DF, *on voit que la regle, pour meſurer la pouſſée de l'eau contre les ſurfaces inclinées, eſt la même que celle que nous avons établi pour les verticales* dans les articles 372, 373, puiſqu'elle ſe réduit encore à multiplier la ſuperficie de la ſurface par la moitié de la hauteur FD de l'eau. Ainſi toutes les conſéquences que nous avons tiré de cette regle, pourront s'appliquer auſſi aux ſurfaces inclinées. Par exemple, ſi l'on vouloit ſçavoir quelle eſt la pouſſée de l'eau qui agit ſur la partie HD de la ſurface DC, il faudroit du point H mener la ligne horizontale HN, & multiplier cette partie par la moyenne arithmétique entre FN & FD.

383. Si le vaiſſeau STBA, contigu au précédent, étoit plus large en bas qu'en haut, la ſurface BA ſera autant pouſſée de bas en haut par tous les filets que comprend le triangle BXA, qui tendent à monter au niveau TB, que la même ſurface le ſera de haut en bas par tous les filets contenus dans le triangle BVA égal au précédent. (355) Fig. 32.

384. Il ſuit que ſi le vaiſſeau STBA ne contenoit de l'eau que juſqu'à la hauteur YO, & que l'autre ABCD fût tout plein, les pouſſées oppoſées que ſoutiendra la ſurface BA, ſeront comme les quarrés BA & OA, ſi les ſurfaces dont ces lignes expriment les hauteurs ont la même baſe, (363) & comme la plus grande pouſſée ſera diminuée de toute l'action de la plus petite, celle de

l'eau du vaiſſeau ABCD ne ſera plus exprimée que par la différence de ces deux quarrés, puiſqu'il en eſt des ſurfaces inclinées, comme des verticales. (382)

Maniere de calculer la pouſſée de l'eau contre la ſurface d'un cône.

385. Si le vaiſſeau ABCD avoit la figure d'un cône tronqué, il faudroit, pour avoir la pouſſée que ſoutiendroit toute ſa ſurface, multiplier la circonférence moyenne arithmétique OP, entre BC & AD, par le côté DC, & le produit par la moitié de la hauteur FD de l'eau; ſi le cône étoit entier, comme BQC, il faudroit multiplier la moitié de la circonférence BC de ſa baſe, par le côté QC, & le produit par la moitié de ſon axe RQ.

On verra dans la ſuite de cet ouvrage, principalement dans la ſeconde partie, combien il importe de ſçavoir calculer la pouſſée de l'eau que doivent ſoutenir les *batardeaux*, les *portes des écluſes*, les *digues*, *levées*, *&c.* afin d'en proportionner la réſiſtance à l'effort qu'ils auront à ſoutenir, relativement à la nature & à la qualité des matériaux; autrement, ſi l'on ignore juſqu'où peut aller l'effet de la puiſſance qui *agit*, comment pouvoir eſtimer celle qu'il faudra lui *oppoſer?* Qu'on ne nous diſe pas que la pratique donne ces connoiſſances; des événemens toujours fâcheux montrent ſouvent le contraire.

Examen de la pouſſée de l'eau contre des ſurfaces oppoſées, pour faire voir les forces qui ſe détruiſent.

FIG. 33.

386. Ayant un vaiſſeau priſmatique ABFG, dont les faces oppoſées ſont égales, paralleles & verticales, le rempliſſant d'eau, toutes les petites colonnes ayant la même hauteur, preſſeront également le fond ADGH, lequel étant ſoutenu par un plan horizontal & inébranlable MNOQ, ſera cauſe que le vaiſſeau ne pourra deſcendre. D'autre part, les ſurfaces oppoſées ABCD, HEFG étant pouſſées également dans un ſens contraire par l'action de l'eau, une de ces puiſſances ne pouvant l'emporter ſur l'autre, il n'y a pas de raiſon pour que le vaiſſeau ſoit mû vers la droite, ou vers la gauche. Les ſurfaces DCFG & ABEH étant dans le même cas, le vaiſſeau ne pouvant non plus être mû en avant ni en arriere, il faudra néceſſairement qu'il reſte en repos.

FIG. 34.

387. Si l'on coupe le même vaiſſeau obliquement par un plan AIDK, pour ne plus conſidérer que l'eau renfermée dans la partie ABCDFIKE, que nous prendrons pour un nouveau vaiſſeau, poſé librement ſur un plan incliné LMNO, il arrivera qu'indépendamment de la pente que tous les corps ont à deſcendre le long des plans inclinés qui les ſoutiennent, ce vaiſſeau en aura plus, étant rempli d'eau, que s'il l'étoit par un corps dur de même peſanteur, parce que la pouſſée que ſoutiendra la ſurface ABCD, eſt autant ſupérieure à celle que ſoutiendra ſon oppoſée KEFI,

que le quarré de la hauteur BA eſt plus grand que le quarré de la hauteur EK; (363) ainſi la ſurface ſera pouſſée ſelon une direction horizontale, avec une force qu'on pourra exprimer par la différence des mêmes quarrés. (384) C'eſt-à-dire, par exemple, que ſi BA étoit double de EK, elle ſeroit pouſſée avec une force équivalente aux trois quarts du poids du priſme d'eau qui auroit pour baſe cette ſurface, & pour hauteur la moitié de BA.

Maniere de calculer une puiſſance qui ſoutient, à l'aide d'un plan incliné, un vaiſſeau où il y a de l'eau.

388. N'ayant égard qu'à l'action de la peſanteur, il ſera indifférent à la puiſſance P qui ſoutient le vaiſſeau ſelon une direction horizontale SP, qu'il ſoit rempli par une liqueur, ou par un corps dur, puiſque le poids ſera toujours à la puiſſance, comme la baſe LR du plan eſt à ſa hauteur RO (83). Or ſi l'on ſuppoſe les lignes BA, BC, BE égales entr'elles, le volume d'eau que comprendra le vaiſſeau, ſera les trois quarts du cube de la hauteur BA, ainſi l'on aura LR, RO :: $\frac{3}{4} \times \overline{BA}^3$, P; ou $\frac{3RO}{4LR} \times \overline{BA}^3 = P$, en faiſant abſtraction de la peſanteur propre du vaiſſeau. Mais comme il faut que la puiſſance ſoutienne encore la différence de la pouſſée contre les ſurfaces BD & EI, ou un poids équivalent au volume d'eau exprimé par $\frac{3}{4} \overline{BA}^2 \times \frac{BA}{2} = \frac{3}{8} \overline{BA}^3$; on aura donc $\frac{3RO}{4LR} \times \overline{BA}^3, + \frac{3}{8} \overline{BA}^3 = P$.

Quant à l'action de l'eau ſur le fond ADIK du vaiſſeau, l'on voit que (ſelon l'article 382) elle doit être exprimée par le produit de la ſuperficie de ce fond, & de la hauteur TV, moyenne arithmétique entre BA & EK; mais comme il ne s'agit ici que de la peſanteur abſolue de l'eau que ſoutient le même fond, le produit précédent n'a aucune relation avec la puiſſance P.

On ne ſent point le poids de l'eau qui eſt renfermée dans un vaiſſeau cubique, mû ſur un plan horizontal, lorſque ce vaiſſeau n'a point de fond.

Fig. 33.

389. Reprenant le vaiſſeau ABFG, que nous ſuppoſerons ſans fond, poſé ſur un plan horizontal MNOPQ, auſſi poli qu'on en puiſſe avoir dans l'uſage, enſorte que la baſe ADGH lui ſoit intimement unie, rempliſſant d'eau ce vaiſſeau, *la puiſſance qui le tirera ſelon une direction horizontale, ne fera pas plus d'effort pour le faire gliſſer, que s'il étoit vuide;* car le vaiſſeau n'ayant point de fond, ce plan ſera chargé de toute la peſanteur de l'eau, dont les parties étant extrêmement déliées, gliſſeront ſans frottement ſenſible, parce que toutes celles qui pourroient être arrêtées par les parties ſaillantes du plan, n'empêcheront pas les colonnes de deſſus de ſe mouvoir horizontalement ſur la ſurface d'une lame d'eau, qui applanira tous les obſtacles. Ainſi il ne pourra y avoir de réſiſtance

que de la part de la pression des bords du vaisseau sur le plan, qui donnera lieu à un frottement inévitable, parce que les parties qui se rencontreront n'étant point fluides, ne peuvent se trouver dans le cas de celles de l'eau.

Quand un vaisseau sans fond est posé sur un plan incliné, la puissance ne soutient que la différence des poussées opposées.

Fig. 35.

390. *Il suit que si le vaisseau précédent étoit posé sans fond sur un plan incliné, & que l'eau s'appuyât immédiatement sur ce plan, la puissance n'aura à soutenir, selon une direction SP parallele au plan, que la différence des poussées de la même eau contre les surfaces ABCD & HKIG.* Ainsi supposant que AD, ou HG, soit de 30 pouces, AB de 20, HK de 12, & la hauteur TA de l'eau de 18, il faut, pour avoir la puissance P, commencer par chercher le poids du volume d'eau qui exprime la poussée que soutient la surface ABCD, qu'on trouvera de 218 $\frac{3}{4}$ livres; quarrer les hauteurs BA & KH des surfaces, ôter le petit quarré du grand, dire comme 400, quarré de BA, est à 218 $\frac{3}{4}$ livres, ainsi 256, différence des deux quarrés, est à la différence des poussées, qu'on trouvera de 140 liv. auxquelles on ajoutera ce qu'il faut pour surmonter le frottement de la base du vaisseau.

On ne doit pas regarder ce qui précede comme de simples curiosités, on en verra l'usage lorsque nous ferons mention des moulins à chapelets, qui agissent sur des plans inclinés, le plus grand service qu'on en peut tirer dépendant de la perfection qu'il faut leur donner, à laquelle on ne peut parvenir que par une théorie fort délicate, comme on en va juger par le problême suivant.

Recherches sur l'angle sous lequel un plan doit être incliné pour y faire monter le plus d'eau qu'il est possible dans le tems le plus court.

391. Le vaisseau ABFG, ayant un fond ou non, étant posé sur un plan incliné, ne contiendra point tant d'eau que si le plan étoit horizontal, & il en contiendra d'autant moins que l'inclinaison sera plus grande; cependant comme on suppose ne lui avoir donné cette situation que pour procurer à une puissance plus de facilité à élever l'eau à la hauteur donnée OR, moins le plan sera incliné, plus il aura de longueur, plus il faudra de tems à cette puissance pour amener le vaisseau du pied de la rampe au sommet. Or il s'agit de combiner la plus grande quantité d'eau que contiendra le vaisseau avec le chemin le plus court, de façon qu'elle monte de la hauteur RO du plan, dans le moins de tems qu'il est possible; parce que si des vaisseaux, comme celui-ci, enchaînés se suivoient immédiatement, avec une vîtesse uniforme, il en résultera que dans un tems déterminé, & avec une vîtesse aussi déterminée, la puissance tirera du réceptacle qui seroit au pied du plan la plus grande quantité d'eau qu'il est possible dans le même tems.

392. La

392. La ligne BK, qui marque le niveau de l'eau, étant parallele à la base LR, le triangle rectangle BEK sera toujours semblable au triangle LOR. D'une part, sans avoir égard à la largeur du vaisseau, on pourra prendre le trapeze ABKH pour exprimer la quantité d'eau qui sera contenue dans le vaisseau : tirant la ligne AK, ce trapeze sera divisé en deux triangles, dont le premier ABK aura toujours une même superficie, à quelque point de la ligne EH qu'aille aboutir son sommet K, au lieu que le second AKH qui a pour base la ligne constante AH, augmentera ou diminuera dans la raison de sa hauteur KH; ainsi l'accroissement, ou la diminution du trapeze, ou de l'eau que contiendra le vaisseau sous les différentes inclinaisons du plan, pourra être exprimé par la ligne HK. D'autre part, le tems qu'il faudra à la puissance pour faire monter le vaisseau de L en O, dépendra de la longueur du chemin LO, ou du sinus de l'angle OLR; car plus ce sinus sera petit par rapport au sinus total, plus le point K approchera de E, & plus il y aura d'eau dans le vaisseau, mais en récompense le chemin sera plus long; au contraire, plus ce sinus approchera d'égaler le sinus total, moins il y aura d'eau, mais aussi la longueur LO approchant davantage d'égaler la hauteur OR, il faudra moins de tems à la puissance pour la faire monter. Or, puisque la plus grande quantité d'eau dépend de la ligne KH, & le chemin le plus court du sinus de l'angle OLR; *on voit qu'il faut que le produit de ces deux lignes soit le plus grand de tous ceux qui peuvent être formés par les mêmes lignes.*

Ayant fait OV égal à OR, & mené du point V la ligne VY, parallele à LR, OV pourra être pris pour le sinus total; VY pour celui de l'angle VOR, & OY pour celui de l'angle OVY, ou OLR. Ainsi nommant OR, ou OV, a; OY, x; VY sera $\sqrt{aa-xx}$; quant aux lignes BE & EH, que nous supposerons égales, comme la longueur en est indifférente, nous l'exprimerons par l'unité. Considérez que les triangles semblables VOY & BKE donnent VY ($\sqrt{aa-xx}$), YO (x) :: BE, EK $\left(\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}\right)$; d'où l'on tire EH — EK = KH $\left(1-\frac{x}{\sqrt{aa-xx}}\right)$, qui étant multiplié par OY (x), donne $x-\frac{xx}{\sqrt{aa-xx}}$, dont il faut prendre la *différentielle* & l'égaler à zero, on aura $dx-\frac{2xdx\times\sqrt{aa-xx}-x^3dx\times\overline{aa-xx}^{-\frac{1}{2}}}{aa-xx}=0$,

ou bien $aadx - xxdx - 2xdx \times \sqrt{aa - xx} - x^3dx \times \overline{aa - xx}^{-\frac{1}{2}} = 0$; d'où effaçant les dx, il vient $aa - xx \times \sqrt{aa - xx} - \frac{x^3}{\sqrt{aa - xx}} = 0$, ou $aa - xx - \frac{2aax + x^3}{\sqrt{aa - xx}} = 0$, ou $\frac{x^3 - 2aax}{\sqrt{aa - xx}} = xx - aa$, qui étant quarré donne $\frac{x^6 - 4aax^4 + 4a^4x^2}{aa - xx} = x^4 - 2aaxx + a^4$, d'où l'on tire enfin $x^6 - \frac{2}{7}aax^4 + \frac{2}{7}a^4x^2 - \frac{1}{2}a^6 = 0$; & ſi l'on ſuppoſe $x^2 = ay$, on aura $y^3 - \frac{7}{2}ay^2 + \frac{7}{2}a^2y - \frac{1}{2}a^3 = 0$, pour l'équation la plus ſimple, à laquelle ce problême puiſſe être réduit.

Comme on peut ſuppoſer la ligne OR diviſée en autant de parties égales qu'on voudra, prenant le nombre 10 pour exprimer la valeur de a, on trouvera, en ſuivant les regles ordinaires, $y = \frac{17}{10}$. Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à multiplier les valeurs de a & d'y, de la même façon qu'elles le ſont dans l'équation précédente, on trouvera $y^3 + \frac{7}{2}a^2y = \frac{599913}{1000}$, & $\frac{7}{2}ay^2 + \frac{1}{2}a^3 = \frac{601150}{1000}$ qui montre que la ſomme des *plus* ne différant guere de celle des *moins*, on peut les regarder comme égales.

FIG. 35.

Pour le plus grand effet, il faut que la hauteur du plan incliné ſoit les deux cinquiemes de ſa longueur, ou que ce plan forme avec l'horizon un angle de 24 degrés 21 minutes.

393. Ayant ſuppoſé $x^2 = ay$, ou $\frac{x^2}{a} = y$, & $a = 10$, on aura $x^2 = 17$, ou $x = \sqrt{17}$: or ſi l'on multiplie 17 par le quarré de 10000, qui eſt 100000000, pour en extraire la racine quarrée plus exactement, elle ſera exprimée par 41231. D'autre part, multipliant la valeur de a par 10000, on aura $a = 100000$, qui fait voir que OV (a) doit être à OY (x), comme 100000 eſt à 41231, ou à-peu-près comme 5 eſt à 2, qui eſt un rapport qu'on peut ſuivre dans la pratique. Ainſi l'on voit que *pour le plus grand effet, il faut que la hauteur OR du plan incliné ſoit les $\frac{2}{5}$ de ſa longueur LO ;* alors on trouvera que la baſe LR du même plan eſt à ſa hauteur OR, comme 23 eſt à 10, ou comme $4\frac{3}{5}$ eſt à 2.

Prenant le côté OV (100000) pour le ſinus total, OY (41231) ſera celui de l'angle OVY = OLR, qui répond dans les Tables à 24 degrés 21 minutes, qui eſt la valeur de l'angle que le plan incliné doit former avec l'horizon.

Je ne me ſuis point amuſé à conſtruire la derniere équation que nous a donné le calcul différentiel, parce que pour les choſes qui ont rapport à la pratique, on doit préférer des méthodes cour-

tes & aiſées à d'autres qui paroiſſent plus exactes, mais qui ne peuvent guere avoir lieu dans l'exécution.

SECTION V.

De l'action de l'eau contre les ſurfaces circulaires, verticales & inclinées.

Il me reſte à parler de l'action de l'eau contre les ſurfaces *circulaires*, pour montrer de quelle maniere on en doit calculer la pouſſée ; comme elle eſt toujours équivalente au poids d'un volume d'eau exprimé par les parties d'un cylindre coupé avec des circonſtances relatives à la figure & à la ſituation de ſes ſurfaces, je commencerai par inſinuer les connoiſſances préliminaires dont nous pourrons avoir beſoin.

394. Soit un cylindre droit ABCD, coupé d'abord en deux parties égales par un plan EFGH, paſſant par l'axe IK, enſuite par un autre ROBM qui forme une ellipſe ; enfin par deux autres plans paralleles à la baſe, formant deux cercles, dont le premier OLMN paſſe par le petit axe OM de l'ellipſe, & le ſecond QPVR par l'extrémité R du grand axe. FIG. 36.

Cela poſé, conſidérez que toutes ces ſections font naître pluſieurs ſolides. Premiérement, *l'onglet* ROMNR formé par le demi-cercle OMN, la demi-ellipſe OMR, & une portion MYNRTO de la ſurface du cylindre.

2°. Un autre onglet OLBMO (fig. 36 & 37), égal & ſemblable au précédent, puiſqu'il eſt auſſi formé par le demi-cercle OLM, la demi-ellipſe OBM, & une portion OLMB de la ſurface du cylindre.

3°. Le ſolide RQOMVR, (fig. 36 & 39) formé par le demi-cercle RQV, le rectangle QOMV, la demi-ellipſe OMR, & de deux portions VMYRV, QOTRQ de la ſurface du cylindre; je nommerai ce ſolide *complément* de l'onglet ROMN, parce que c'eſt la partie qui lui manque pour valoir le demi-cylindre QOMNRVQ.

4°. Le ſolide BMROQPB, (fig. 36 & 40) formé par le cercle PR, l'ellipſe OBMR, & la portion du cylindre compriſe entre ces deux plans.

5°. Le ſolide (fig. 36 & 41) ABMRDEOB.

6°. Les deux ſolides OEABMHE, & OEDRMHE (fig. 36, 42, 43.)

FIG. 37. 395. Si l'on examine chacun de ces ſolides en particulier, on pourra conſidérer l'onglet OLBMO comme compoſé d'une infinité de rectangles DEFC, qui auroient pour baſe la double ordonnée CF du demi-cercle OLM, & pour hauteur l'élément correſpondant GH du triangle rectangle BLX; ainſi l'on trouvera la ſomme de tous ces rectangles de la même maniere que l'on trouve la ſolidité de l'onglet.

FIG. 38. 396. On peut auſſi imaginer l'onglet compoſé d'une infinité de triangles rectangles FHG, d'une épaiſſeur infiniment petite, ayant pour baſe les ordonnées FG du demi-cercle, & pour hauteur l'élément correſpondant FH de la ſurface. Pour avoir la ſomme de ces triangles, nous nommerons le rayon DL, ou DO, a; la hauteur LB, b; DG, x; GF, y; G, g; Kf ſera dx, FK, dy; & FH, $\frac{by}{a}$.

La ſolidité de l'onglet eſt égale aux deux tiers du parallelepipede compris ſous le quarré du rayon & ſous la hauteur de l'onglet.

397. Multipliant le triangle FHG $\left(\frac{byy}{2a}\right)$ par dx, le produit donnera $\frac{byydx}{2a}$ pour *le ſolide différentiel* de l'onglet, & comme la propriété du demi-cercle donne $a - xx = yy$, ſubſtituant la valeur d'yy dans l'expreſſion précédente, on aura $\frac{abdx}{2} - \frac{bxxdx}{2a}$, dont l'intégrale eſt $\frac{abx}{2} - \frac{bx^3}{6a}$, ou $\frac{aab}{2} - \frac{aab}{6}$. Lorſque x devient a, on a $\frac{aab}{3}$ pour la ſolidité de la moitié de l'onglet, par conſéquent $\frac{2aab}{3}$ pour la ſolidité entiere, ou enfin $\frac{2a^3}{3}$, lorſque $a = b$, *qui fait voir que dans ce cas l'onglet eſt égal au tiers du cube du rayon.*

La ſurface de l'onglet eſt égale au rectangle compris ſous le diametre de l'onglet & ſous ſa hauteur.

FIG. 38.

398. Selon ce qu'on vient de voir (396) on pourra regarder la ſuperficie infiniment petite FHfh, comme le *rectangle différentiel* de la ſurface de l'onglet, dont on aura l'expreſſion de ſa baſe Ff en tirant le rayon DF, & en conſidérant que les triangles ſemblables FDG & FfK donnent FG (y), FD, (a) :: fK (dx) fF, $\left(\frac{adx}{y}\right)$ dont le quatrieme terme étant multiplié par FH $\left(\frac{by}{a}\right)$, donne $\frac{byadx}{ay}$, ou ſimplement bdx, dont l'intégrale eſt bx, ou ba,

lorsque $x = a$, pour la moitié de la surface de l'onglet, par conséquent $2ab$ pour la *surface entiere*, *qui se trouve égale au rectangle compris sous le diametre MO, & la hauteur BL de l'onglet.* Je ne fais mention de cette surface présentement, que parce qu'il est nécessaire de la connoître pour l'intelligence de ce qu'on verra dans la suite.

La solidité de l'onglet est à celle de son complément, comme 14 est à 19.

399. Considérant le complément RQOMV de l'onglet, comme composé d'une infinité de rectangles ABCD, qui auroient pour base la double ordonnée AD, & pour hauteur l'élément correspondant EF du triangle rectangle XYR, on trouvera leurs sommes en retranchant du demi-cylindre QOMNRVQ, l'onglet qui en fait la différence. Supposant donc XY = YR = a, & la demi-circonférence QRV = b, on aura $\frac{aab}{2}$ pour la solidité du demi-cylindre, par conséquent $\frac{aab}{2} - \frac{2a^3}{3}$, ou $\frac{3aab}{6} - \frac{4a^3}{6}$ pour la valeur du complément de l'onglet. Ainsi le rapport de ces deux solides sera $\frac{4a^3}{3aab - 4a^3}$, ou $\frac{4a}{3b - 4a}$, ou $\frac{2a}{\frac{3b}{2} - 2a}$, *qui montre que l'onglet est à son complément, comme le diametre du cercle est à la différence du même diametre aux trois quarts de la circonférence.* Il suit de-là que si l'on pouvoit trouver la valeur exacte du complément de l'onglet, on auroit la quadrature du cercle. FIG. 39.

Pour avoir en nombres le rapport de l'onglet à son complément, supposant $a = 7$, il viendra $b = 22$, par conséquent $\frac{2a}{\frac{3b}{2} - a} = \frac{14}{19}$, qui fait voir *que l'onglet est à son complément, comme* 14 *est à* 19.

400. Considérant aussi le solide exprimé par la quarantieme figure comme composé d'une infinité de plans E, F, G, H, compris sous la double ordonnée EH & l'élément IK du triangle PBR, on aura la somme de tous ces plans en multipliant le cercle PVQR par l'élément moyen DC, servant d'axe au cylindre PLNR, parce que les onglets OLBM & ROMN, étant égaux, *le solide dont il s'agit sera égal au cylindre.* FIG. 40.

401. Coupant le même solide en deux parties par le plan QOMV qui passe par l'axe DC, & dont la base QV est perpendiculaire au diametre PR, la grande partie OQPBMV sera à la petite OQVMR, comme 47 est à 19.

Supposant BP = PR, on aura BL = LD, & DC = CR, par

conſéquent ſi l'onglet OLBM eſt exprimé par 14, ſon complément OQRVM le ſera par 19, & comme ces deux ſolides enſemble valent le demi-cylindre OQPLMV, il pourra être exprimé par la ſomme des deux nombres précédens, à laquelle ajoutant celui de l'onglet, on aura 47 pour la plus grande partie OQPBMV, & 19 pour la petite OQRVM.

FIG. 41.

402. Pour avoir la ſomme de tous les plans CFHL compris ſous la double ordonnée CL, & ſous l'élément GI du trapeze ABRD, *il faudra, comme dans le cas précédent, multiplier encore la ſuperficie du cercle AD par l'élément moyen XK, ſervant d'axe au cylindre* ALND, puiſque ce cylindre eſt égal au ſolide dont nous parlons.

FIG. 42 & 43.

403. Quant aux ſolides exprimés par les figures 42 & 43, on voit que *pour le premier on aura la ſomme de tous les plans DING, en ajoutant à la ſolidité du demi-cylindre ALMHO, celle de l'onglet OLBM*, & qu'on aura celle du ſecond *en retranchant du cylindre EOMNHD, la valeur de l'onglet MNRO.*

Maniere de meſurer la pouſſée de l'eau contre un demi-cercle, eu égard à ſa ſituation.

PLAN. 5. FIG. 44.

404. Il ſera aiſé préſentement de calculer la pouſſée de l'eau contre toutes ſortes de ſurfaces circulaires; par exemple, voulant ſçavoir celle que ſoutient la ſuperficie du demi-cercle ABC dont le diametre AC répond au niveau RZ de l'eau, remarquez qu'en faiſant le triangle rectangle & iſoſcele DBE dont tous les élémens repréſentent les hauteurs des lames d'eau qui répondent à tous les points de la hauteur DB, on aura la pouſſée qui agit contre la double ordonnée FG, en multipliant cette ligne par l'élément correſpondant IH. Or comme la ſomme de tous ces produits ſera égale à la ſolidité d'un onglet qui auroit pour baſe le demi-cercle ABC, & pour hauteur la ligne BE égale au rayon, *cette pouſſée pourra donc être exprimée par un volume d'eau égal aux deux tiers du cube du rayon DB.* (397)

405. Si le demi-cercle étoit ſitué dans un ſens oppoſé au précédent, comme KLM, on verra que puiſqu'il faut encore, pour avoir l'action de toutes les lames d'eau contre les doubles ordonnées OP, multiplier chacune de ces lignes par l'élément correſpondant QR du triangle KLN, la pouſſée que ſoutiendra ce demi-cercle pourra être exprimée par le complément d'un onglet qui auroit pour baſe ce même demi-cercle, & pour hauteur le rayon. Ainſi on la trouvera (399) en diſant 14 eſt à 19, comme $\frac{2\,\overline{LN}^3}{3}$ eſt à $\frac{19}{21} \times \overline{LN}^3$; *qui fait voir que cette pouſſée eſt égale aux*

dix-neuf-vingt-uniemes du volume d'eau exprimé par le cube du rayon.

Il suit que si les deux demi-cercles sont égaux, la poussée que soutiendra le premier est à celle que soutiendra le second, comme 14 est à 19. (399)

406. Si les deux demi-cercles étoient au-dessous du niveau RZ, comme ABCD & HRS, les lignes IB & OX, exprimant la plus grande hauteur de l'eau; faisant les triangles rectangles & isosceles IBN, & OXL, il faudra multiplier les doubles ordonnées FG, & QT, par les élémens correspondans HE & PV des trapezes NKDB & LMRX; alors la somme des produits, pour le demi-cercle ABC, étant exprimée par un solide semblable à celui de la quarante-deuxieme figure, *il faudra multiplier sa superficie par la ligne DK, ou DI, qui marque la plus petite hauteur de l'eau, pour avoir le demi-cylindre,* dont il a été fait mention dans l'article 403, *& y ajouter celle de l'onglet, c'est-à-dire, les deux tiers du cube du rayon, on aura le volume d'eau dont ce demi-cercle soutient la pesanteur.* FIG. 45.

407. Quant à l'autre demi-cercle HRS, comme la somme des produits dont nous venons de parler, sera exprimée par un solide semblable à celui de la quarante-troisieme figure, *on voit que pour avoir la poussée qu'il soutient, il faut multiplier sa superficie par la ligne XL, ou XO, pour avoir la solidité du cylindre* dont nous avons fait mention dans l'article 403, *de laquelle il faudra retrancher celle de l'onglet, c'est-à-dire, les deux tiers du cube du rayon.*

408. Enfin si l'on avoit deux cercles, dont l'un répondît au niveau DL de l'eau, & que l'autre fût plus bas; faisant les triangles rectangles & isosceles CDB & NLM, la somme des produits des doubles ordonnées EF, par les élémens correspondans GH du triangle CDB, pourra être exprimée par un solide semblable à celui de la quarantieme figure. C'est pourquoi *il faudra, pour avoir la poussée que soutient le premier cercle, multiplier sa superficie par l'élément moyen IK, qui n'est autre chose que le rayon KD, qui marque la hauteur de l'eau au-dessus du centre K.* (402) *Maniere de mesurer la poussée de l'eau contre les surfaces circulaires, eu égard à leur position.* FIG. 40.

409. Si l'on se rappelle ce qui a été dit dans l'article 401, on verra que *la poussée que soutient le demi-cercle inférieur IBZ, est à celle que soutient le supérieur IDZ, comme 47 est à 19.*

410. On verra de même que la somme de tous les produits des doubles ordonnées QR, par les élémens correspondans OP du trapeze NSTM, pourra être exprimée par un solide semblable à la quarante-unieme figure. C'est pourquoi *il faudra, pour avoir la poussée que soutient le second cercle, multiplier sa superficie par l'élément*

moyen VX, ou par ſon égal XL, qui marque la hauteur de l'eau au-deſſus du centre X. (402)

Dans quelque ſituation que ſoit une ſurface circulaire, la pouſſée qu'elle ſoutient eſt toujours égale au poids d'une colonne d'eau qui auroit cette ſurface pour baſe, & pour hauteur celle du niveau de l'eau au-deſſus du centre du cercle.

411. Il ſuit qu'ayant un tuyau AB recourbé par le bas, pour y adapter une eſpece d'entonnoir GECDFH, fermé par un piſton, verſant de l'eau dans ce tuyau juſqu'à la hauteur K, *la puiſſance P, appliquée au piſton, ſoutiendra une pouſſée équivalente au poids d'une colonne d'eau qui auroit pour baſe le cercle EF du piſton, & pour hauteur la ligne KB qui marque l'élévation du niveau de l'eau au-deſſus du centre I, quelque petit que ſoit le diametre du tuyau ; ainſi cette puiſſance ſera dans le même cas que ſi elle étoit appliquée au piſton de la quarante-huitieme figure, comme dans l'article* 357.

Si les ſurfaces précédentes, au lieu d'être verticales, étoient inclinées, tout ce que nous venons de dire n'en ſubſiſteroit pas moins, ayant montré (382) que la pouſſée contre les unes & les autres, devoit ſe meſurer de la même maniere.

FIG. 47 & 48. 412. Il ſuit de-là que ſi on avoit un tuyau incliné ABCD rempli d'eau, & que le fond AD fût fermé par un piſton, *la puiſſance qui y ſeroit appliquée ſoutiendroit un poids équivalent à celui d'une colonne d'eau qui auroit pour baſe le cercle du piſton, & pour hauteur la perpendiculaire EF qui marque la plus grande élévation de l'eau au-deſſus du centre F, de quelque figure que ſoit le tuyau, ſans ſe mettre en peine de ſa groſſeur.* (360) FIG. 49.

SECTION VI.

Des Centres d'impreſſion.

FIG. 50. 413. Puiſque, ſelon l'art. 362, l'action de toutes les lames d'eau contre une ſurface ABCD, peut être exprimée par les élémens d'un triangle iſoſcelle AED, il eſt conſtant qu'il y a un point M, dans la perpendiculaire EF, où une puiſſance P étant appliquée ſelon une direction oppoſée PM, les ſoutiendra toutes en équilibre, & pour peu qu'on y faſſe attention, on verra que ce point, que je viens de nommer ici *centre d'impreſſion*, ne peut être que le centre de gravité du triangle AED, *d'où il ſuit que le centre d'impreſſion d'une ſurface rectangulaire ABCD, eſt placé aux deux tiers de la ligne EF qui la diviſe en deux également, & qui marque la hauteur de l'eau.* (100)

414. N'ayant égard qu'à la pouſſée que ſoutient le rectangle AGHD, qu'on pourra regarder comme la vanne d'une écluſe, l'eau ayant toujours la même hauteur EF, le centre d'impreſſion de cette ſurface ſera le même que le centre de gravité O du trapeze AIKD. Pour le trouver, nous ſuppoſerons que le point N marque

que celui du triangle IEK, ainſi nommant EF, a; EL, b; EO, x, on aura EM $= \frac{2a}{3}$, EN $= \frac{2b}{3}$, MN $= \frac{2a}{3} - \frac{2b}{3}$, & MO $= x - \frac{2a}{3}$.

Si à la place de la ſuperficie des triangles ſemblables IEK & AED, on prend les quarrés de leurs perpendiculaires EL & EF, la différence de ces deux quarrés, ou $aa - bb$, exprimera la ſuperficie du trapeze AIKD; (363) ainſi l'on aura (54) $aa - bb, bb :: \frac{2a - 2b}{3}, x - \frac{2a}{3}$; d'où l'on tire $\frac{2}{3} \times \frac{abb - b^3}{aa - bb} = x - \frac{2a}{3}$, ou $\frac{2}{3} \times \frac{abb - b^3}{aa - bb} + a = x$. Si l'on multiplie la grandeur a par $aa - bb$, on aura $\frac{2}{3} \times \frac{abb - b^3 + a^3 - abb}{aa - bb} = x$, ou $\frac{2}{3} \times \frac{aa - b^3}{a^3 - bb} = x$, d'où l'on tire cette regle générale.

415. *Pour avoir l'intervalle de la ſurface de l'eau au centre d'impreſſion d'une vanne, il faut meſurer exactement la plus grande & la plus petite hauteur de l'eau, cuber ces deux hauteurs, ſouſtraire le petit cube du grand, prendre les deux tiers de la différence, enſuite diviſer cette quantité par la différence du quarré de la plus grande hauteur de l'eau, à celui de la plus petite, le quotient donnera ce que l'on cherche.*

Par exemple, ſi la hauteur EF étoit de 6 pieds, & la plus petite EL de 4, ſouſtrayant 64 (cube de 4) de 216 (cube de 6), on aura 152, pour la différence, dont il faut prendre les deux tiers ($101 \frac{1}{3}$) qu'il faut diviſer par la différence des quarrés de 6 & de 4, (qui eſt 20, le quotient donnera $5 \frac{1}{15}$, c'eſt-à-dire, 5 pieds 9 lignes, 7 points & $\frac{1}{5}$ de point pour l'intervalle EO. On verra par la ſuite l'uſage des centres d'impreſſion pour le calcul des machines mues par un courant.

Comme les centres d'impreſſion des ſurfaces circulaires ſont les mêmes que les centres de gravité des ſolides qui expriment ces impreſſions, & qu'on ne peut avoir ces derniers centres ſans connoître celui de l'onglet, je vais examiner ce ſolide ſous une autre face que dans l'article 396. Pour cela, il faut conſidérer la ſolidité d'un cylindre droit ABCD comme compoſé de pluſieurs ſurfaces EFGH, d'une épaiſſeur infiniment petite, leſquelles vont toujours en croiſſant depuis l'axe IK juſqu'à la plus grande ſurface ABCD. PLAN. 6. FIG. 51.

J'entends que ſi l'on imagine que le cercle qui ſert de baſe au cylindre ſoit compoſé d'une infinité de circonférences concentriques, formant autant de couronnes d'une épaiſſeur infiniment petite, chacune d'elles ſervira de baſe à l'élément correſpondant du cylindre.

416. En ſuivant cette idée, ſi l'on coupe le cylindre par un plan MLNDOM, paſſant par le centre I & par l'extrémité D du diametre AD, ce plan en détachera un onglet qui aura pour baſe le demi-cercle MLC. Or comme tous les cylindres qui vont en croiſſant depuis l'axe juſqu'à la ſurface ABCD auront été coupés de la même maniere que le précédent, chacune d'eux fourniſſant auſſi un onglet, il s'enſuit que le plus grand pourra être conſidéré comme étant compoſé d'une infinité d'autres onglets ſemblables entr'eux, allant tous en croiſſant depuis le plus petit qui répond au centre I juſqu'au plus grand. Je dis ſemblables entr'eux, puiſque tous les triangles IGP marqueront leurs coupes par le milieu, par conſéquent on pourra conſidérer l'onglet qui répond au plus grand triangle ICD, comme étant compoſé d'une infinité de portions de ſurfaces cylindriques, ſemblables, concentriques, & d'une épaiſſeur infiniment petite, dont chacune ſera égale au rectangle compris ſous le diametre du demi-cercle qui lui ſert de baſe, & ſous l'élément correſpondant GP du triangle IDC. (398)

FIG. 52. 417. Pour avoir la ſolidité de l'onglet par cette voie, ſoit le demi-cercle ABC qui lui ſert de baſe; décrivant les demi-circonférences FGE & *fge*, infiniment près l'une de l'autre, nommant DB, ou BI, a; DG, ou GP, x; Gg, ſera dx; ainſi l'on aura pour élément différentiel de l'onglet FE $\times$ GP $\times$ Gg, ($2xxdx$) dont l'intégrale donne $\frac{2x^3}{3}$, ou $\frac{2a^3}{3}$ quand $x = a$, pour la ſolidité de l'onglet.

418. Pour avoir ſon centre de gravité, il faut multiplier le ſolide différentiel $2xxdx$ par le rayon DG, (x); ce qui donne $2x^3dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{2x^4}{4}$, ou $\frac{x^4}{2}$, ou $\frac{a^4}{2}$, qui étant diviſé par $\frac{2a^3}{3}$, ſolidité de l'onglet, donne $\frac{3a}{4}$, qui fait voir que *le centre de gravité de l'onglet eſt éloigné du centre de ſon demi-cercle des trois quarts du rayon.*

FIG. 53. 419. Pour avoir le centre de gravité du complément de l'onglet, nous n'aurons égard qu'au demi-cercle VRQ, commun à ces deux ſolides & au centre de gravité du demi-cylindre, celui

de l'onglet & celui de ſon complément étant dans le rayon YR, perpendiculaire au diametre VQ. Nous ſuppoſerons que le premier eſt au point B, le ſecond au point C, & le troiſieme au point D; ſur quoi il eſt à remarquer que la poſition des deux premiers eſt connue, car (ſelon l'article 106) la demi-circonférence VRQ eſt à ſon diametre VQ, comme les deux tiers du rayon YR eſt à l'intervalle YB. Le demi-cylindre étant compoſé d'une infinité de demi-cercles égaux dont tous les centres de gravité paſſent par la même ligne de direction, on pourra regarder tous ces cercles, ou le demi-cylindre, réunis dans le poids P. D'autre part, comme on aura la poſition du centre de gravité de l'onglet, en faiſant YC égal aux trois quarts du rayon YR, (418) on pourra ſuppoſer auſſi ſa ſolidité réunie dans le poids T, & celle de ſon complément dans le poids S.

Cela poſé, conſidérant le point B comme l'appui d'un levier DC, autour duquel ſont en équilibre les poids S & T, dont le premier eſt au deuxieme comme 19 eſt à 14, (399) on aura 19, 14 :: BC, BD $= \frac{14}{19} \times$ BC. (51)

Si l'on fait un angle à volonté YCK, prenant la ligne CE de telle grandeur que l'on voudra, il faut la diviſer en 19 parties égales, faire EF égal à 14 de ces parties, tirer la ligne EB, & par le point F lui mener la parallele FD qui donnera le point D, centre de gravité du complément de l'onglet, puiſque CE (19), EF (14) :: CB, BD.

420. Ayant un ſolide, comme celui de la quarante-deuxieme figure, compoſé d'un demi-cylindre OEALMH & d'un onglet OLBM, on trouvera dans le rayon AK le point par où doit paſſer la ligne de direction du centre de gravité de ce ſolide. Car (en nous ſervant de la figure cinquante-troiſieme) prenant le poids P pour celui du demi-cylindre, & le poids T pour celui de l'onglet, on dira comme la ſomme des deux poids, qui n'eſt autre choſe que le ſolide dont il s'agit (403), eſt à l'intervalle BC, ainſi le poids T, ou l'onglet, eſt à l'intervalle BG du centre de gravité du demi-cylindre à celui que l'on cherche. (51)

421. Pour trouver de même, dans le rayon KD de la baſe du ſolide de la quarante-troiſieme figure, le point par où doit paſſer la ligne de direction de ſon centre de gravité, on remarquera que ce ſolide étant compoſé du demi-cylindre EQVRDH & du complément RQOMV d'un onglet, on pourra, en prenant encore dans la figure cinquante-troiſieme le poids P pour celui du demi-cylindre, & le poids S pour celui du complément de l'onglet,

dire : Comme la ſomme de ces deux poids (403) eſt à l'intervalle DB, ainſi le poids S, ou la ſolidité du complément de l'onglet (399), eſt à l'intervalle BH du centre de gravité du demi-cylindre à celui du ſolide entier.

422. Si dans la quarantieme figure on retranche du cylindre PLNR les onglets égaux MNRO, il reſtera un ſolide régulier POMVRQO, dont l'axe DC paſſant par ſon centre de gravité, on pourra ſuppoſer ce ſolide réuni dans le poids Y. Prenant la ligne DA égale aux trois quarts du rayon DL, le centre de gravité commun des onglets égaux MBLO, ou MPLO, étant au point A, (418) on pourra auſſi le ſuppoſer réuni dans le poids X. On dira donc : Comme la ſomme des poids X & Y, ou la ſolidité du cylindre PLNR, (400) eſt à l'intervalle DA, ainſi le poids X, ou la ſomme des deux onglets, eſt à l'intervalle DS du centre du cercle LN au centre de gravité du ſolide PBR.

423. Enfin on trouvera de la même maniere le centre de gravité du ſolide repréſenté par la quarante-unieme figure, en retranchant le double onglet OGBM, & en faiſant XY égal aux trois quarts du rayon, afin de pouvoir dire : Comme le cylindre ALND eſt à l'intervalle XY, ainſi la ſomme des deux onglets eſt à l'intervalle XS, du centre du demi-cercle au centre de gravité S que l'on cherche.

SECTION VII.

De la meſure des eaux qui coulent par le fond des tuyaux, ou des réſervoirs.

Les parties de l'eau renfermée dans un vaiſſeau, s'empreſſent de toutes parts à couler du côté le plus foible.

424. Pour bien établir les principes qui vont faire l'objet de cette Section, il convient de remarquer que les parties de l'eau renfermée dans un vaiſſeau ſe preſſent mutuellement en tous ſens avec des forces égales dans chaque couche horizontale, & que s'il vient à s'en échapper par une ouverture pratiquée au fond, toutes les autres dont elles ſont environnées s'empreſſent à couler de ce côté-là, avec une certaine gradation de vîteſſe, qui dépend de la force de celles qui les ſuivent, ou, ſi l'on veut, du poids dont elles ſont chargées. (344) Or comme la force qui preſſe la ſurface de l'eau pour la faire deſcendre peut être regardée comme nulle, par rapport à la preſſion que ſoutient la lame qui ſert de baſe à la colonne d'eau qui répond à l'*orifice*, on ne peut pas dire que ce ſoit cette colonne, ſans ceſſe renouvellée par la ſurface, qui s'échappe, mais que généralement toute celle du vaiſſeau concourt à la dépenſe.

425. Pour mettre ceci dans un plus grand jour, ſuppoſons un vaiſſeau ABCD, rempli d'eau juſqu'à la hauteur IK; ſi on y plonge juſqu'au fond un tuyau EFGH ouvert par les deux bouts, ſa ſurface ſera pouſſée ſelon les directions horizontales, (361) avec des forces égales & oppoſées, qui iront en croiſſant, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique (362). Car traçant ſur les côtés FE, GH du tuyau, les triangles rectangles & iſoſceles FES & GHT, leurs élémens repréſenteront l'action de l'eau contre la ſurface extérieure. Comme le point X ſera pouſſé avec une force exprimée par l'élément VX, & le point Y, oppoſé au précédent, avec une force exprimée par la hauteur FY, égale à VX, (377) & qu'il en ſera de même de tous les autres points pris à la ronde dans une même couche horizontale LM, on voit que l'eau du vaiſſeau fera autant d'effort pour entrer dans le tuyau, que celle du tuyau en fera pour en ſortir.

Quand un réſervoir percé par le fond eſt toujours entretenu à la même hauteur, ce n'eſt pas la colonne d'eau qui répond à l'orifice ſans ceſſe renouvellée qui fournit à la dépenſe, mais généralement toute l'eau du vaiſſeau y concourt.

PLAN. 6. FIG. 54.

Comme l'étendue de la baſe AD eſt indifférente à la pouſſée dont nous parlons, on voit que ſi le vaiſſeau étoit lui-même un tuyau OPQR, un peu plus gros que celui qu'on plongera dedans, la ſurface de ce dernier ſera toujours pouſſée avec la même force, quelque petite que ſoit la différence des deux cercles OR & EH, pourvu que leurs circonférences ne ſe confondent point. (379)

426. Si l'on ſupprime le tuyau du milieu pour n'avoir égard qu'à la colonne qui s'y trouve renfermée, la ſurface ſera preſſée par l'eau dont elle eſt environnée, avec la même force que l'étoit celle du tuyau. Pour connoître le rapport de cette force à l'action du poids de la colonne ſur le fond du vaiſſeau, nous nommerons r le rayon NH du cercle EH; c, ſa circonférence; & h, la hauteur FE de l'eau. Ainſi l'on aura $\frac{hhc}{2}$ pour la pouſſée que ſoutient la ſurface; (374) & $\frac{rhc}{2}$ pour ſon poids, d'où l'on tire $\frac{hhc}{2}, \frac{rhc}{2} :: h, r$, qui montre que *l'effort que fait l'eau du vaiſſeau pour occuper la place de la colonne, eſt à l'action de cette colonne pour deſcendre, comme ſa hauteur eſt au rayon de ſa baſe.*

L'effort que fait l'eau pour occuper la place de la colonne, eſt à l'action de cette colonne pour deſcendre, comme ſa hauteur eſt au rayon de ſa baſe.

427. On peut conclure que lorſque la hauteur de la colonne excédera ſon demi-diametre, les parties de l'eau qui la compoſent ne pourront jamais ſortir toutes enſemble par une ouverture égale à ſa baſe, parce que la force avec laquelle elle tendra à deſcendre, ſera moindre que celle de l'eau qui tend à la remplacer; ce qui mon-

tre que cette colonne, dans le tems de l'écoulement, aura toujours la même pesanteur, puisque les parties qui s'en échapperont seront à l'instant remplacées par celles qui cherchent à sortir à leur tour.

L'eau d'un vaisseau, entretenue au même niveau, coule toujours avec une vitesse uniforme, étant chassée par une force constante.

428. Il suit que lorsque l'eau d'un vaisseau sera continuellement entretenue au même niveau, celle qui sortira par un orifice pratiqué au fond, aura toujours la même vîtesse, puisqu'elle sera chassée par tout le poids de la colonne qui la presse, qu'on peut regarder comme *une force constante* qui agit *uniformément* sur toute l'étendue de l'orifice.

Quand un tuyau vertical dont l'ouverture est égale à la base, vient à se vuider, la surface de l'eau acquiert en descendant une vîtesse qui croît comme celle des corps graves qui tombent librement.

429. Il n'en est pas de même de l'eau d'un tuyau droit qui se vuide par une ouverture égale à la base, parce qu'elle tombe tout d'une piece, comme un cylindre de glace, c'est-à-dire, qu'en sortant elle a d'abord une très-petite vîtesse, qui va en croissant, comme celle qu'acquierent les corps graves depuis l'instant de leur chûte. En effet, comme l'eau de la colonne n'est point remplacée ni par le haut ni par les côtés, sa surface répondant immédiatement à celle du vaisseau, elle se trouve dans le cas de tous les corps graves, par conséquent elle doit suivre la loi de leur accélération, (154) ne se rencontrant ici aucune circonstance qui puisse faire naître quelque changement dans cette chûte. Le tems qu'un pareil tuyau mettra à se vuider totalement sera égal à celui qu'il faudra à un corps pour parcourir, en descendant librement, le même espace que parcourera dans le tuyau la surface supérieure de l'eau. (175)

430. Comme on peut toujours rendre *uniforme* une vîtesse retardée ou accélérée, *en prenant la moitié de la grande vîtesse*, (160) il faudra en user de la sorte lorsqu'on voudra comparer la dépense d'un tuyau tel que le précédent, avec celle d'un autre toujours entretenu plein.

Les vîtesses de l'eau sont dans la raison des racines quarrées des hauteurs de la même eau.

FIG. 55.

431. Si la surface de l'eau contenue dans un tuyau, ou réservoir, après avoir été entretenue pendant un certain tems au même niveau BC, l'étoit ensuite au niveau FG, malgré la dépense qui s'en fera par l'orifice EH, pratiqué au fond du vaisseau; sa vîtesse uniforme dans le *premier cas, sera à sa vîtesse uniforme dans le second, comme la racine quarrée de la hauteur IE, est à la racine quarrée de la hauteur KE.*

Pour s'en convaincre, il faut considérer que les quantités, ou masses d'eau, qui s'écoulent d'un même orifice, en tems égaux, doivent être comme les vîtesses qu'elles ont à leurs sorties, puisqu'il est naturel qu'une vîtesse double, ou triple, fournisse dans le même tems une quantité d'eau double, ou triple. Ainsi nommant V la grande vîtesse; M, la masse, ou la quantité d'eau qu'elle fournit

dans un certain tems; u, la petite vîtesse; & m, la masse qu'elle fournit dans le même tems; on aura $V, u :: M, m$; par conséquent $m = \frac{Mu}{V}$. D'autre part, nommant F, le poids de la colonne IH; & f, celui de la colonne KH; l'une & l'autre ayant la même base donneront $F, f ::$ IE, KE: les forces F, f étant comme les quantités de mouvement qu'elles causent, (149) c'est-à-dire, comme le produit des masses d'eau qu'elles font sortir en tems égaux, multipliées chacune par sa vîtesse, on aura $F, f ::$ VM, $\frac{u \times uM}{V}$; par conséquent $\frac{FMuu}{V} = fMV$, ou $Fuu = fVV$, qui donne $VV, uu :: F, f$; ou $VV, uu ::$ IE, KE; ou enfin $V, u :: \sqrt{IE}, \sqrt{KE}$; ce qui montre que *les vîtesses de l'eau sont comme les racines quarrées des hauteurs de la surface au-dessus de l'orifice.*

La démonstration du principe général du mouvement des eaux, a été trouvée par M. Varignon.

432. On a fait long-tems usage de ce principe, sans en connoître la véritable cause, qui n'a été découverte qu'en 1695, par M. *Varignon*, parce qu'on en étoit détourné par la ressemblance qui se rencontre entre l'expression des vîtesses de l'eau, & celles qui résultent de la chûte des corps graves. On vouloit que la vîtesse de l'eau qui s'échappe vînt de l'impression de la chûte accélérée de la surface, sans faire réflexion que toutes les parties de la colonne qui répond à l'orifice étant contiguës, celles d'en haut ne pouvoient avoir plus de vîtesse que celles d'en bas, pour leur en communiquer, & qu'au contraire les premieres devoient en avoir moins que les autres. (424)

Les vîtesses de l'eau peuvent être exprimées par les racines quarrées des hauteurs des réservoirs.

FIG. 56 & 57.

433. On voit en général qu'ayant deux tuyaux, ou réservoirs, dans chacun desquels l'eau soit toujours remplacée, pour entretenir sa surface au même niveau IL & KP, mais à des hauteurs différentes, *les vitesses de celle qui sortira par les orifices ⊙ o seront comme les racines quarrées des hauteurs IG & KG.*

On pourra donc, quand on le jugera à propos, au lieu des vitesses de l'eau, prendre les racines des hauteurs des tuyaux, ou réservoirs; j'entends ici par la hauteur des réservoirs celle de l'eau au-dessus de leur fond.

Que les tuyaux soient droits ou inclinés, les vîtesses de l'eau doivent toujours s'exprimer par les racines quarrées de la hauteur

434. Le principe précédent est général, que le vaisseau soit *droit* ou *incliné*, parce que la pression de l'eau sur le fond de ce dernier étant la même que s'il étoit droit, (412) les forces seront aussi les mêmes, par conséquent les vîtesses qu'elles causent; d'où il suit que lorsqu'on voudra calculer la quantité d'eau qui s'écoule par le fond d'un tuyau posé sur un plan incliné, de quelque figure que soit ce tuyau, *il faudra n'avoir égard qu'à la per-*

de son niveau au-dessus de l'orifice.

pendiculaire qui exprime la hauteur de la surface de l'eau au-dessus du centre de l'écoulement, & pour le reste, agir comme si le tuyau étoit droit.

435. Si après avoir rempli d'eau le vaisseau ABCD, on la laissoit couler par l'orifice EH, il suit que les vîtesses, à chaque instant, seront comme les racines des hauteurs où sa surface se rencontrera au-dessus du fond. (431)

FIG. 55.
La vîtesse de l'eau à la sortie d'un orifice est la même que celle qu'un corps auroit acquis en tombant de la hauteur du réservoir.

436. Puisque les vîtesses de l'eau qui s'écoule des tuyaux, ou réservoirs, toujours entretenus pleins, peuvent être exprimées par les racines quarrées des hauteurs, comme celles qu'acquierent les corps graves qui tombent librement, (169) on voit que les regles de *Galilée* sur l'accélération peuvent être appliquées au mouvement des eaux en général, en regardant leurs vîtesses à la sortie des orifices comme ayant été acquises par une chûte dont la hauteur seroit égale à celle du niveau de l'eau au-dessus de ces orifices; d'autant mieux que tout le monde sçait que les jets d'eau remontent à-peu-près à la hauteur du niveau de leurs réservoirs, où ils atteindroient précisément sans la résistance de l'air qu'ils sont obligés de fendre; ce qui prouve qu'à la sortie de l'ajutage, ils ont la même vîtesse que celle qu'auroit acquis un corps par une chûte égale à la hauteur du réservoir, qui est celle qu'il lui faudroit pour remonter d'où il étoit tombé. (161)

Quand un vaisseau est toujours entretenu plein, il se dépense par le fond une colonne d'eau double de celle qui auroit pour base l'orifice, & pour hauteur celle de l'eau, dans le tems qu'il faudroit à un corps pour parcourir cette hauteur, en tombant librement.

437. Si la colonne d'eau IEHL étoit renfermée dans un tuyau de même grosseur, & qu'on lui laissât tout-à-coup la liberté de s'échapper par l'ouverture EH, égale à sa base, nous avons vu, (430) que sa vîtesse moyenne seroit la moitié de celle qu'un corps acquéreroit en tombant de la hauteur IE, (ainsi elle peut être exprimée par $\frac{1}{2}\sqrt{IE}$), & que le tems de cette chûte seroit égal à celui qu'il faudroit au tuyau pour se vuider. (429)

Si l'on fait abstraction du tuyau, que l'eau soit toujours remplacée & entretenue au même niveau BC, la vîtesse uniforme de celle qui sortira par la même ouverture EH devant être exprimée par $\sqrt{IE}$ (433) double de $\frac{1}{2}\sqrt{IE}$, on voit que la dépense de l'orifice, dans le tems qu'un corps mettroit à tomber de la hauteur IE, sera double de celle qui sortira dans le même tems du tuyau dont nous venons de parler, (157) par conséquent double de la colonne EILH, parce que les orifices égaux donnent dans le même tems des quantités d'eau, qui sont en même raison que leurs vîtesses.

FIG. 55.

438. On

438. On peut donc dire que *la dépenſe d'un tuyau, ou d'un réſervoir, pendant la durée du tems qu'il faudroit à un corps pour tomber librement de la hauteur du niveau de l'eau au-deſſus du fond, eſt égale à une colonne d'eau qui auroit pour baſe l'orifice, & pour hauteur une ligne égale au chemin que peut parcourir un corps d'un mouvement* (158) *uniforme dans le tems de ſa chûte, avec la viteſſe acquiſe.*

439. Ayant un vaiſſeau rempli d'eau, ſi on lui laiſſe la liberté de ſe vuider par un orifice pratiqué au fond, ſans y rien ajouter, & qu'enſuite on l'entretienne toujours plein, *il en ſortira deux fois autant d'eau qu'il en contient, dans un tems égal à celui qu'il lui faudra pour ſe vuider totalement*, parce que les vîteſſes de l'eau d'un vaiſſeau qui ſe vuide, allant en décroiſſant, comme celle d'un corps qui eſt pouſſé de bas en haut, ſi ce corps peut parcourir d'un mouvement uniforme, en conſervant ſa premiere vîteſſe, un eſpace double de celui où il ſeroit monté pour la perdre, (157) la dépenſe de l'eau doit être double dans le même tems, dès que ſa premiere vîteſſe reſte la même.

Un vaiſſeau toujours entretenu plein, dépenſe deux fois autant d'eau qu'il en contient, dans un tems égal à celui qu'il mettroit à ſe vuider.

440. Comme un corps qui eſt tombé d'une certaine hauteur, peut, avec la vîteſſe acquiſe, remonter d'un mouvement uniforme au point d'où il eſt parti, dans la moitié du tems qu'il a mis à deſcendre, (160, 161) *il arrivera auſſi qu'un vaiſſeau entretenu plein d'eau, en dépenſera autant qu'il en contient, dans la moitié du tems qu'il employeroit à ſe vuider.*

Un vaiſſeau toujours entretenu plein, dépenſe autant d'eau qu'il en contient dans la moitié du tems qu'il mettroit à ſe vuider.

441. Prévenus qu'un corps, en tombant, parcourt dans des tems égaux des eſpaces qui vont en croiſſant ſelon les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9, &c. (161, 164) & qu'en remontant il parcourt les mêmes eſpaces, mais dans un ordre renverſé; il ſuit que les quantités d'eau d'un vaiſſeau priſmatique, ou cylindrique, qui ſe vuide par le fond, *doivent diminuer en tems égaux dans le même ordre que les eſpaces parcourus par un corps pouſſé de bas en haut*, puiſque la proportion des vîteſſes eſt la même. Suppoſant que le vaiſſeau ſe vuide totalement en 5 minutes, ſi la quantité d'eau qui ſe ſera écoulée dans la premiere eſt exprimée par 9, elle le ſera dans la ſeconde par 7; dans la troiſieme, par 5; dans la quatrieme, par 3; & dans la cinquieme, par 1.

442. On pourra déterminer le tems qu'un vaiſſeau priſmatique, ou cylindrique, employera à ſe vuider, en diſant, *comme la ſuperficie de l'orifice eſt à celle de la baſe du vaiſſeau, ainſi le tems qu'un corps employera à tomber de la hauteur de l'eau*, (174) *eſt à celui qu'on cherche*. Car ſi l'on imagine toute l'eau diviſée en autant de colonnes égales à celle qui répond à l'orifice que cet orifice peut être

Maniere de trouver le tems qu'un vaiſſeau emploiera à ſe vuider, & celui qu'un corps mettra à tomber de la hauteur du vaiſſeau.

contenu de fois dans la base du vaisseau, l'on verra que le tems de l'écoulement doit être proportionné au nombre des colonnes. Cependant, comme dans l'expérience, l'écoulement ne sera pas aussi régulier sur la fin qu'au commencement, il faut, pour plus de précision, observer le tems que le vaisseau employera à se vuider seulement jusqu'au quart, ou au tiers de sa hauteur, ensuite soustraire de la premiere hauteur de l'eau, celle où elle se trouvera après l'observation, & dire, *comme la racine de la différence de ces deux hauteurs est à la racine de la plus grande, ainsi le tems qu'on aura trouvé est au tems que l'on cherche.*

On pourra donc connoître le tems qu'il faudroit à un corps pour tomber de la hauteur du vaisseau, par celui que ce vaisseau mettra à se vuider totalement, en disant: *comme sa base est au tems de l'écoulement, ainsi la superficie de l'orifice est au tems que le tuyau mettra à se vuider*, qu'il est le même que celui que le corps employera pour sa chûte.

Quand deux vaisseaux se communiquent, il faut le double du tems au premier pour remplir le second, que si celui-ci étoit au-dessous de l'autre.

443. Ayant deux vaisseaux prismatiques, posés sur un même plan horizontal, unis par un tuyau de communication, si on entretient le premier plein d'eau, en remplaçant celle qu'il dépensera, & qu'on lui laisse tout-à-coup la liberté de s'écouler dans le second, *il faudra à ce dernier, pour se remplir, le double du tems qu'il lui auroit fallu s'il avoit été placé immédiatement au-dessous du premier*, parce que sa vîtesse diminuera à mesure que la surface de l'eau approchera de son niveau, dans le même ordre que diminue celle d'un corps qui remonte vers le point d'où il est descendu; ou comme diminueroit celle de l'eau d'un même vaisseau, si après en avoir été rempli on la laissoit couler par le fond; ce qui montre qu'il faudra autant de tems pour le remplir que pour le vuider. (441) Cet article nous servira dans la suite pour connoître le tems qu'il faut pour remplir les sas des écluses des canaux.

Conclusion pour faire voir la conformité des regles du mouvement des eaux avec la doctrine de Galilée *sur la chûte des corps.*

444. Ces exemples font voir la parfaite conformité qui se rencontre entre le mouvement des eaux & celui des corps graves, ce qui procede de ce principe si simple, *que les effets sont toujours proportionnés à leurs causes.* (11) Car toute la doctrine de *Galilée* roule sur ce que *les espaces parcourus sont entr'eux comme la somme des vitesses acquises depuis le repos*, & toute la théorie du mouvement des eaux, sur ce que *leur dépense par des orifices égaux, est comme les sommes de leurs vitesses.* Ainsi dans le second objet les quantités d'eau écoulées tiennent lieu des espaces parcourus dans le premier, par conséquent les mêmes regles doivent leur être communes en tout point.

445. Lorſqu'à deux réſervoirs de différente hauteur, les orifices ⊙, *o* ſont inégaux en ſuperficie, les petits *priſmes d'eau* qui en ſortent dans *un même inſtant* peuvent être exprimés par ⊙V & *ou*, parce qu'ils ne peuvent avoir pour baſe que celle des colonnes qui les chaſſent, & pour hauteur l'eſpace qu'une lame détachée des mêmes colonnes peut parcourir d'un mouvement uniforme dans cet inſtant. Or comme ces eſpaces ſeront dans la raiſon des vîteſſes exercées dans le même inſtant, (147) les vîteſſes pourront tenir lieu des eſpaces, puiſqu'il ne s'agit ici que du rapport de ces priſmes.

Formule générale d'où l'on peut tirer toutes les regles pour la meſure des eaux.

FIG. 56 & 57.

446. Comme les colonnes, ou maſſes d'eau que les orifices dépenſeront en deux tems différens T, *t*, contiendront autant de fois leurs petits priſmes ⊙V, *ou*, qu'il ſe ſera écoulé d'inſtans dans la durée des tems T, *t*, on aura $\frac{M}{T} = \odot V$, & $\frac{m}{t} = ou$, d'où l'on tire $\frac{M}{T}, \frac{m}{t} :: \odot V, ou$; qui donne $\frac{Mou}{T} = \frac{m \odot V}{t}$, ou $Motu = m \odot TV$, qui eſt une formule générale qui comprend *les maſſes*, ou *quantités d'eau*, leurs *viteſſes*, les *tems* de leur écoulement, & *la grandeur des orifices*, c'eſt-à-dire, toutes les circonſtances qui entrent dans la meſure des eaux, de laquelle on pourra tirer autant d'analogies qu'elle comprend de racines, & autant de conſéquences particulieres qu'on pourra faire de ſuppoſitions différentes: par exemple, les analogies générales ſont,

1°. $M, m :: \odot TV, otu$. 2°. $T, t :: Mou, m \odot V$.
3°. $\odot, o :: Mtu, mTV$. 4°. $V, u :: Mot, m \odot T$.

447. La premiere montre que les *maſſes*, ou *quantités d'eau* ſont entr'elles dans la raiſon compoſée des orifices des tems & des vîteſſes.

Regles générales tirées de la formule précédente, pour la meſure des eaux.

448. La ſeconde, que les *tems* ſont dans la raiſon compoſée des quantités, ou maſſes d'eau priſes directement, des orifices, & des vîteſſes réciproquement.

449. La troiſieme, que les *orifices* ſont dans la raiſon compoſée des quantités d'eau priſes directement, des tems & des vîteſſes réciproquement.

450. La quatrieme, que les *viteſſes* ſont dans la raiſon compoſée des quantités d'eau priſes directement, des orifices, & des tems réciproquement.

451. Quant aux analogies, ou regles particulieres, ſi l'on ſuppoſe $V = u$, & qu'on ſupprime ces lettres de la formule, on en tirera $M, m :: \odot T, ot$, qui montre que lorſque les *viteſſes*, ou *les*

Analogies particulieres ſelon les différentes hypo-

theses qui peuvent se rencontrer dans la mesure des eaux.

hauteurs des réservoirs sont égales, les quantités d'eau qui s'en écoulent sont dans la raison composée des tems & des orifices.

452. De même, supposant $T = t$, on aura $M, m :: \odot V, ou$, c'est-à-dire, que lorsque les *tems* sont égaux, les quantités d'eau sont dans la raison composée des orifices & des vîtesses.

453. Supposant aussi $\odot = o$, il vient $M, m :: TV, tu$, qui montre que lorsque les *orifices* sont égaux, les quantités d'eau qu'ils dépensent sont dans la raison composée des tems & des vîtesses, ou des tems & des racines quarrées des hauteurs des réservoirs.

454. Si l'on suppose encore $M = m$, on aura $V, u :: ot, \odot T$, qui montre que lorsque la *dépense* des réservoirs est égale, les vîtesses de l'eau sont dans la raison réciproque des produits des tems & des orifices.

455. Si $Mt = mT$, on aura $\odot, o :: u, V$, qui montre que lorsque *les quantités d'eau sont égales, ainsi que les tems*, les orifices sont dans la raison réciproque des vîtesses; par conséquent, lorsque les orifices sont dans la raison réciproque des vîtesses, ou des racines quarrées des hauteurs des réservoirs, ils dépensent en tems égaux des quantités d'eau égales.

456. Ayant de même $tu = TV$, il viendra $M, m :: \odot, o$; qui montre que lorsque les *vitesses* sont égales, par conséquent les hauteurs des réservoirs, les quantités d'eau qui s'en écouleront dans *le même tems*, ou dans des tems égaux, seront dans la raison des orifices.

457. Supposant aussi $ou = \odot V$, $oh = \odot H$, on aura $M, m :: T, t$, qui fait voir que lorsque *les vitesses*, ou *les hauteurs des réservoirs* sont égales, les quantités d'eau qui sortiront par des *orifices égaux*, sont dans la raison des tems de leur écoulement.

458. Supposant $\odot T = ot$, on aura $M, m :: V, u :: \sqrt{H}, \sqrt{k}$, c'est-à-dire, que lorsque les *tems* seront égaux, ainsi que les *orifices*, les quantités d'eau qui en sortiront seront dans la raison des vîtesses, ou dans la raison des racines quarrées des hauteurs des réservoirs.

459. De même si $Mo = m\odot$, on aura $u, V :: T, t$, c'est-à-dire, que lorsque les *quantités d'eau* sont égales, ainsi que *les orifices*, les vîtesses sont dans la raison réciproque des tems.

460. Enfin si $Mu = mV$, on aura $o, \odot :: T, t$, qui montre que lorsque *les quantités d'eau* sont égales, ainsi que *les vitesses*, ou *les hauteurs des réservoirs*, les orifices sont dans la raison réciproque des tems.

Tout ce qu'on vient de dire n'en subsistera pas moins, soit que

l'eau coule de haut en bas, ou qu'elle jailliſſe de bas en haut, comme aux jets d'eau, pourvu que *le plan de l'orifice ſoit horizontal*, parce que *les pouſſées, ou les forces qui ſont exprimées par les mêmes hauteurs d'eau, agiſſant également, quelles qu'en ſoient les directions*, les vîteſſes qu'elles cauſent ſeront égales.

Maniere de déterminer la valeur des grandeurs conſtantes de la formule.

461. Les analogies précédentes comprenant toutes les regles d'où dépend la meſure des eaux, il ſera aiſé, *en faiſant abſtraction de tout accident*, de les appliquer à la pratique, dès qu'on connoîtra *la hauteur*, *l'orifice* d'un certain réſervoir toujours entretenu au même niveau, & par l'expérience, ou le raiſonnement, *ſa dépenſe dans un tems déterminé*, alors la valeur des quatre grandeurs T, ⊙, V, M, tirées de la regle générale (446) pourra ſervir dans tous les cas.

462. Comme le tems, la grandeur de l'orifice, la vîteſſe de l'eau, ou la hauteur du réſervoir, ſont arbitraires, nous ſuppoſerons pour la facilité du calcul, que le tems eſt d'une ſeconde, l'orifice d'un pouce de diametre, par conſéquent ſon quarré de 144 lignes, la vîteſſe de l'eau de 26 pieds, qui eſt celle qui répond à un réſervoir de 11 pieds 3 pouces de hauteur, parce que (ſelon l'article 176) on aura $\sqrt{15}$, 30 :: $\sqrt{11\frac{1}{4}}$, x; ou 15, 900 :: $11\frac{1}{4}$, xx, qui donne 675, ou $26 = x$, en négligeant la fraction. Ainſi l'orifice dépenſera par ſeconde une colonne d'eau d'un pouce de diametre, ſur 26 pieds de hauteur, qui étant multipliée par 6 onces 1 gros, (341) donne 10 livres d'eau. On aura donc T = une ſeconde; ⊙ = 144 lignes, V = 26 pieds, M = 10 livres.

463. Il m'a paru qu'il convenoit de prendre le tems d'une ſeconde préférablement à tout autre, pour meſurer la dépenſe, parce que la multipliant par 60, on l'aura pendant une minute. J'ai cru devoir auſſi exprimer cette dépenſe en livres, parce qu'enſuite il ſera aiſé de la réduire à telle meſure que l'on voudra : par exemple, diviſant par 2 le nombre qu'on aura, il viendra des *pintes*, (341) par 70 des *pieds cubes*, & par 28 des *pouces d'eau*, lorſque le tems de l'écoulement ſera d'une minute. (342)

Application de la premiere analogie générale à un exemple.

464. On a un réſervoir de 4 pieds de hauteur, percé par le fond d'un orifice de 9 lignes de diametre, on demande *la quantité d'eau qu'il dépenſera en 45 ſecondes.*

Il faut chercher (176) la vîteſſe uniforme par ſeconde acquiſe par une chûte de 4 pieds, on la trouvera à-peu-près de 15 pieds 6 pouces, ainſi on aura $t = 45$ ſecondes, $o = 81$ lignes, quarré du

diametre de l'orifice ; $u = 15$ pieds 6 pouces, vîtesse de l'eau.

Les dépenses étant comme les produits des orifices, ou des quarrés de leur diametre, par les tems & les vîtesses; (447) nommant x la quantité d'eau qu'on cherche, on aura ⊙TV ($144 \times 1 \times 26$), otu ($81 \times 45 \times 15\frac{1}{2}$) :: M (10), m (x); ou 3744, $56497\frac{1}{2}$ :: 10, $x = 151$ livres, ou $75\frac{1}{2}$ pintes, pour la dépense que l'on demande.

Maniere de faire usage de la formule pour trouver la grandeur de l'orifice, connoissant sa dépense dans un tems déterminé, & la hauteur du réservoir.

465. On peut, si l'on veut, se servir de l'équation, ou regle générale $Motu = m \odot TV$, pour trouver la *dépense*, le *tems*, *l'orifice*, la *vitesse*, ou la *hauteur* de l'eau d'un réservoir quelconque, dès qu'on connoîtra trois de ces termes, qui doivent toujours être représentés par les *petites lettres*, en substituant x dans l'équation à la place du terme que l'on cherche, parce que les autres grandeurs T, ⊙, V, M, étant déterminées, on n'aura qu'à dégager x, sans faire aucune analogie, *observant d'effacer les lettres semblables, lorsque leur valeur se trouvera la même*, afin de rendre le calcul plus simple.

466. Par exemple, ayant un réservoir de 4 pieds de hauteur, on demande *quel doit être l'orifice* pour qu'en 45 secondes il dépense 151 liv. d'eau; je substitue x à la place de o dans l'équation, pour avoir $Mxtu = m \odot TV$, ou $x = \frac{m \odot TV}{Mtu}$, ou $x = \frac{151 \times 144 \times 1 \times 26}{10 \times 45 \times 15\frac{1}{2}} = \frac{565344}{6975} = 81$, pour le quarré du diametre, en négligeant un reste qui n'auroit pas lieu, si la dépense d'un réservoir avoit été de 150 livres, & environ $\frac{9}{10}$ au lieu de 151, comme je l'ai supposé dans la regle précédente; extrayant la racine quarrée du nombre qu'on vient de trouver, on aura 9 lignes pour le diametre de l'orifice.

467. Un réservoir dépense 10 pouces par un orifice de 8 lignes, on demande *la hauteur de l'eau au-dessus de cet orifice.*

Autre application de la formule pour trouver la hauteur du réservoir, connoissant l'orifice, le tems & la dépense.

Comme le tems de l'écoulement est ici d'une minute, ou de 60 secondes, puisqu'il est question de pouces d'eau, on aura $t = 60$, & la quantité d'eau que comprend un pouce pesant 28 livres, on aura $m = 280$, & $o = 64$. Quant à la hauteur que l'on cherche, comme on ne peut la trouver que par la connoissance de la vîtesse qu'aura l'eau à la sortie de l'orifice, nous la nommerons x; ainsi on aura $Motx = m \odot TV$, ou $x = \frac{m \odot TV}{Mot}$; qui donne x

$= \frac{280 \times 144 \times 1 \times 26}{10 \times 64 \times 60} =$ 27 pieds 3 pouces 7 lignes, pour la vîtesse qui répond à une chûte de 12 pieds 5 pouces, comme on la trouvera en faisant le calcul indiqué dans l'article 177.

468. Un réservoir de 6 pieds de hauteur a dépensé 400 pintes, ou 800 liv. d'eau, par un orifice de 6 lignes de diametre; on demande *en combien de tems.*

Autre explication de la formule pour trouver le tems, connoissant la dépense, la grandeur de l'orifice, & la hauteur de l'eau.

Nommant x le tems que l'on cherche, on aura $Moxu = m \odot TV$, ou $x = \frac{m \odot TV}{Mou}$, $m = 800$ liv. $o = 36$, & $u = 19$ pieds, pour la vîtesse, comme on le trouvera par l'article 176; faisant le calcul indiqué par les lettres, il viendra 7 minutes 17 secondes & 53 tierces pour le tems de l'écoulement.

469. Pour faciliter le calcul de la dépense des eaux, j'ai dressé plusieurs Tables fort utiles, dont la premiere comprend *les chûtes* & *les vitesses uniformes* qui leur sont relatives, pendant la durée *d'une seconde;* les chûtes sont en progression arithmétique, & commencent par celle qui n'auroit qu'une ligne de hauteur, & vont en croissant jusqu'à un pied selon l'ordre des nombres naturels, pour mesurer avec plus de précision la vîtesse des eaux coulantes, comme on le verra par la suite; mais comme cette Table eût été d'un calcul trop ennuyeux, si je l'avois continué de même jusqu'à une chûte de 15 pieds de hauteur, qui est la plus grande qui se rencontre ici, j'ai cru qu'il suffiroit que toutes les autres qui suivoient celles d'un pied se surpassassent seulement de deux lignes, parce que dans l'usage que nous en ferons l'exactitude sera poussée aussi loin qu'on le peut souhaiter.

Usage d'une Table où l'on trouve la vîtesse uniforme d'un corps par secondes, acquise par toutes les chûtes, depuis celle d'une ligne jusqu'à celle de 15 pieds.

Comme toutes ces chûtes sont accompagnées des vîtesses uniformes qui leur répondent, on trouvera tout d'un coup celle d'un corps par seconde, après être tombé de telle hauteur que l'on voudra. Par exemple, voulant sçavoir quelle vîtesse il aura acquise par une chûte de 6 pouces 9 lignes, on verra dans la premiere page qu'elle répond à 5 pieds 9 pouces 4 lignes 5 points; de même voulant connoître celle qu'il acquérera par une chûte de 6 pieds 4 pouces 8 lignes, on la trouvera dans la sixieme page de 19 pieds 6 pouces 11 lignes 2 points; ainsi des autres.

470. Si l'on avoit une *parabole* ADC, dont l'*axe* AB soit supposé de 15 pieds, & sa plus grande *ordonnée* BC, de 30, cette parabole auroit les mêmes propriétés que la Table dont nous parlons; car cette courbe donnant AE, AG :: $\overline{EF}^2$, $\overline{GH}^2$, par conséquent $\sqrt{AE}$, $\sqrt{AG}$ :: EF, GH, on voit que puisque d'une part les ra-

Cette Table a les mêmes propriétés que la parabole, eu égard aux ordonnées menées à l'axe.

PLAN. 6. FIG. 58.

cines des *chûtes* ſont comme les *viteſſes* correſpondantes, (169) & que de l'autre les racines des *abſciſſes* ſont comme les *ordonnées* qui leur répondent, ces abſciſſes pourront être priſes pour les chûtes, & les ordonnées pour les vîteſſes acquiſes. On peut donc regarder la colonne des chûtes comme exprimant l'axe AB, diviſé en autant de parties que cette colonne comprend de termes, & la colonne des vîteſſes comme exprimant la valeur en pieds, pouces & lignes des ordonnées qui répondent aux abſciſſes formées par la progreſſion des parties de l'axe, alors le *parametre* AI ſera de 60 pieds, puiſqu'on aura ∺ AB, (15) BC (30), AI (60).

Maniere de trouver, à l'aide de la Table ſuivante, les vîteſſes acquiſes pour telles chûtes que l'on voudra au-deſſus de 15 pieds.

471. Quoique nous ayons terminé cette Table à une chûte de 15 pieds, c'eſt-à-dire, à celle qu'un corps parcourt depuis ſon repos pendant une ſeconde, (172) qu'on peut regarder comme la plus grande hauteur de l'eau des réſervoirs, ou comme la plus grande élévation où elle puiſſe être ſoutenue pour faire tourner la roue d'une machine; nous ne laiſſerons pas de montrer qu'on peut en deux traits de plume, avec la même Table, trouver la vîteſſe qui doit répondre à une chûte beaucoup plus grande. Pour cela, il faut diviſer la chûte donnée par le quarré d'un des nombres 2, 3, 4, 5, &c. enſorte que le diviſeur ſoit aſſez grand pour qu'il donne moins de 15 pieds, après quoi on cherchera dans la Table une chûte pareille au quotient, on prendra la vîteſſe qui lui répond, & on la multipliera par la racine quarrée du diviſeur pour avoir celle qui appartient à la chûte propoſée.

Par exemple, pour connoître la vîteſſe uniforme dont un corps peut être capable, après être tombé de la hauteur de 130 pieds, il faut diviſer ce nombre par 9, quarré de 3; on trouvera 14 pieds 5 pouces 4 lignes pour le quotient qui répond dans la Table à une vîteſſe de 29 pieds 5 pouces 3 lignes 2 points, qui étant multiplié par 3, (racine du diviſeur 9) donne 88 pieds 3 pouces 9 lignes 6 points pour celle que l'on cherche.

Si au lieu de diviſer la chûte de 130 pieds par 9, on la diviſoit par 16, (quarré de 4) le quotient donneroit 8 pieds 1 pouce 6 lignes, qui eſt une chûte qui répond à une vîteſſe de 22 pieds 11 lignes 4 points, laquelle étant multipliée par 4, racine du diviſeur, donne 88 pieds 3 pouces 9 lignes 4 points, qui ne differe que de deux points du nombre précédent. On voit que l'on peut toujours diviſer la chûte propoſée par le quarré de tel nombre que l'on voudra, pourvu qu'il vienne moins de 15 pieds au quotient, parce que s'il étoit plus grand, on ne le trouveroit pas dans la Table.

La

La raiſon des opérations précédentes, eſt tirée de ce que les vîteſſes ſont entr'elles comme les racines quarrées des chûtes; (169) or, comme dans le premier cas la chûte de 14 pieds 5 pouces 4 lignes, eſt à celle de 130 pieds, comme 1 eſt à 9, & que les racines quarrées des deux termes de ce rapport, ſont comme 1 eſt à 3, la vîteſſe qui doit répondre à la chûte de 130 pieds, doit donc être triple de celle qui répond à la chûte de 14 pieds 5 pouces 4 lignes; par la même raiſon, le rapport de la chûte de 8 pieds 1 pouce 6 lignes, à celle de 130 pieds, étant comme 1 eſt à 16, celui des vîteſſes qui répondent à ces deux chûtes doit être comme 1 eſt à 4.

On peut, avec le ſecours de la même Table, connoître les chûtes qui doivent répondre à une vîteſſe uniforme quelconque.

472. Quoiqu'on trouvera dans la ſuite une autre Table qui donne les *chûtes* qui doivent répondre à de telles vîteſſes uniformes que l'on peut propoſer, je ne laiſſerai pas de faire remarquer en paſſant, que celle-ci peut ſervir au même uſage, mais non pas d'une maniere auſſi commode ni auſſi exacte. Par exemple, voulant connoître la chûte d'un corps pour acquérir une vîteſſe uniforme de 20 pieds 6 pouces par ſeconde, il faudra chercher dans la colonne des vîteſſes celle qui en approche le plus: on trouvera à la page 195, ſeconde colonne, ligne 10, qu'elle répond à une chûte de 7 pieds 2 lignes; ainſi des autres.

Si la vîteſſe dont on veut avoir la chûte ſurpaſſoit 30 pieds, qu'elle fût, par exemple, de 400, il faudroit la diviſer par un nombre aſſez grand pour que le quotient ſoit moins de 30, comme par 20, il viendra 20 pieds, qui répondent dans les colonnes des vîteſſes à une chûte de 6 pieds 8 pouces, qu'il faut multiplier par le quarré du diviſeur, c'eſt-à-dire par 400, on aura 2666 pieds 8 pouces pour la hauteur de la chûte que l'on demande; car les vîteſſes étant entr'elles comme les racines quarrées des chûtes, (169) il y aura même raiſon de la vîteſſe de 20 pieds à celle de 400, que de la racine quarrée de 1 à la racine 20; par conſéquent les chûtes ſeront comme le quarré de ces racines, c'eſt-à-dire, comme 1 eſt à 400, ou comme 6 pieds 8 pouces eſt à 2666 pieds 8 pouces.

Uſage de la Table des chûtes & des vîteſſes qui leur répondent, pour eſtimer la quantité d'eau que doit dépenſer un réſervoir dont on connoît la hauteur & l'orifice.

473. Il ſuit que lorſqu'on connoîtra la hauteur de l'eau d'un réſervoir, & la ſuperficie de l'orifice pratiqué au fond; ſi le niveau de l'eau eſt toujours entretenu à la même hauteur, on trouvera ſur le champ la quantité qui s'en écoulera par ſeconde, puiſque moyennant la hauteur du réſervoir, qui tient lieu de chûte, on aura la vîteſſe de l'eau, ou la hauteur de la colonne qui auroit pour baſe l'orifice; il ne s'agira plus que de connoître le poids de cette colonne, pour la réduire à telle meſure que l'on voudra. (463)

Usage d'une seconde Table pour connoître la quantité d'eau que comprend une colonne dont la hauteur & le diametre sont donnés.

474. J'ai cru devoir accompagner cette premiere Table d'une autre qui comprend la pesanteur d'une colonne d'eau, qui auroit pour base *un pouce de diametre*, & pour hauteur depuis un pied jusqu'à 400. Voulant sçavoir, par le moyen de cette Table, quel est le poids d'une colonne d'eau de même base qui auroit 240 pieds de hauteur, il faut chercher cette hauteur au rang des pieds, on trouvera pour son poids 91 livres 14 onces.

475. Comme cette Table ne comprend point de pouces, & qu'il s'en rencontre presque toujours, aussi-bien que des lignes, dans la hauteur des colonnes dont on cherche le poids, on fera attention que son premier terme étant une colonne d'un pied de hauteur, dont le poids se trouve de 6 onces 1 gros, (341) chaque pouce d'eau cylindrique peut être regardé comme d'une demi-once; ainsi lorsqu'on aura pris dans la Table le poids d'une colonne dont la hauteur est exprimée en pieds, il faudra ajouter au poids autant de demi-onces qu'on aura de pouces, c'est-à-dire, que si la colonne précédente étoit de 240 pieds 8 pouces, il faudroit ajouter à 91 liv. 14 onces, le produit de 8 pouces par une demi-once, pour avoir le poids total de 92 liv. 2 onces. De même, lorsqu'on aura des lignes, il faudra, si l'on veut en tenir compte, chercher le poids qu'elles doivent donner par rapport à celui d'un pouce.

Méthode pour connoître, à l'aide de la seconde Table, le poids des colonnes d'eau qui ont plus ou moins d'un pouce de diametre.

476. Si l'orifice, ou la base de la colonne, que je suppose toujours circulaire, avoit plus d'un pouce de diametre, on n'en aura pas moins le poids de l'eau par le moyen de la seconde Table. Par exemple, s'il s'agissoit d'une colonne de 120 pieds 9 pouces 6 lignes de hauteur, ayant pour base un cercle de 6 pouces de diametre, on supposera pour un instant qu'il n'est que d'un pouce, alors la colonne sera de 46 livres 3 onces 6 gros; comme les cercles sont dans la raison des quarrés de leurs diametres, multipliant le quarré de 6 pouces, qui est 36, par le poids précédent, le produit donnera celui de la colonne que l'on cherche.

477. Si au contraire le diametre de l'orifice avoit moins d'un pouce, il faudra en faire le *numérateur* d'une fraction dont le *dénominateur* doit être 12 lignes, réduire cette fraction, s'il est possible, ensuite en quarrer les deux termes, & multiplier ce quarré par le poids de la colonne qui auroit un pouce de diametre. Par exemple, si celui de la précédente n'étoit que de 9 lignes, on aura $\frac{9}{12}$, ou $\frac{3}{4}$, dont le quarré est $\frac{9}{16}$, qui étant multiplié par 46 livres 3 onces 6 gros, donnera ce que l'on demande. On peut aussi se ser-

vir de cette méthode, lorſque le diametre de l'orifice a plus de 12 lignes.

478. Voulant connoître *la dépenſe par ſecondes* d'un réſervoir toujours entretenu à une hauteur de 7 pieds 6 pouces, par un orifice de 2 pouces de diametre, il faut chercher dans la premiere Table la vîteſſe qui répond à une chûte de 7 pieds 6 pouces, qu'on trouvera de 21 pieds 2 pouces 6 lignes 8 points; prendre dans la ſeconde le poids d'une colonne de 21 pieds de hauteur, qui ſe trouve de 8 livres 5 gros, à quoi ajoutant ce qu'il faut pour les 2 pouces 6 lignes 8 points; (475) on aura 8 livres 2 onces & un gros, qui étant multiplié par 4 (quarré du diametre) donne 33 livres 4 gros pour la dépenſe qu'on cherche.

Uſage de la premiere & ſeconde Table pour connoître la dépenſe d'un réſervoir dont on a la hauteur, le diametre de l'orifice, & le tems de l'écoulement.

479. De même, ayant un réſervoir dont la dépenſe ſoit de 10 pintes, ou de 20 liv. d'eau en une ſeconde, par un orifice de 18 lignes de diametre, *voulant connoître la hauteur de l'eau*, il faudra ſuppoſer, pour un moment, que le diametre de l'orifice n'eſt que d'un pouce, & chercher dans la ſeconde Table la hauteur d'une colonne du poids d'environ 20 livres, on la trouvera de 52 pieds qu'il faut diviſer par le quarré de $\frac{18}{12}$, ou de $\frac{3}{2}$, qui eſt $\frac{9}{4}$, (477) le quotient donnera 23 pieds 1 pouce 4 lignes pour la vîteſſe de l'eau qui répond, dans la premiere Table, à une chûte de 8 pieds 10 pouces 10 lignes.

Maniere de ſe ſervir de ces deux Tables pour trouver la hauteur des réſervoirs dont on connoît la dépenſe & le diametre de l'orifice.

480. Si la hauteur d'un réſervoir étoit de 5 pieds, *& qu'on voulût ſçavoir quel devroit être le diametre de l'orifice, pour qu'il dépenſât 30 pintes, ou 60 liv. d'eau par ſeconde;* il faut chercher cette hauteur dans la premiere Table, on trouvera qu'elle répond à une vîteſſe d'environ 17 pieds 4 pouces; prendre dans la ſeconde le poids d'une colonne qui auroit cette hauteur ſur un pouce de diametre, on trouvera qu'il doit être de 6 livres 10 onces, enſuite on dira: Comme 6 liv. 10 onces, ou $\frac{58}{8}$ eſt à 144, (quarré du diametre d'un pouce) ainſi 60 liv. (dépenſe du réſervoir) eſt au quarré du diametre de l'orifice, qu'on trouvera de 1191 $\frac{21}{29}$, dont la racine quarrée eſt de 2 pouces 10 lignes 6 points $\frac{1}{4}$, pour le diametre que l'on cherche.

Autre uſage des mêmes Tables pour trouver quel doit être le diametre d'un orifice, pour qu'il dépenſe une certaine quantité d'eau déterminée, moyennant la hauteur du réſervoir, & le tems de l'écoulement.

481. Un réſervoir étant toujours entretenu à 3 pieds de hauteur, a dépenſé, ſans interruption, 40 pintes, ou 80 liv. d'eau par un orifice de 6 lignes de diametre, *on demande en combien de tems?* Il faut chercher, dans la premiere Table, la vîteſſe qui répond à une chûte de 3 pieds, on la trouvera de 13 pieds 5 pouces, & l'on verra, dans la ſeconde, que le poids d'une colonne qui auroit cette hauteur eſt de 5 liv. 2 onces 1 gros. Diviſant la dépenſe de l'ori-

Uſage des mêmes Tables pour connoître le tems qu'il faudra à un réſervoir dont on connoît la hauteur & l'orifice, pour

dépenser une quantité d'eau déterminée.

fice par le poids de cette colonne, le quotient donnera 15 secondes, & $\frac{21}{41}$ de secondes pour le tems de l'écoulement par un orifice d'un pouce ; mais comme celui dont il s'agit n'a que 6 lignes, il faudra quadrupler le quotient, parce que les orifices doivent être dans la raison réciproque des tems, (460) il viendra 62 secondes, & $\frac{18}{41}$ pour la durée de l'écoulement,

Usage des mêmes Tables pour sçavoir le tems qu'un vaisseau prismatique mettra à se vuider.

482. Un réservoir prismatique de 4 pieds de hauteur, contient 190 pintes $\frac{1}{2}$, ou 381 livres d'eau, ayant au fond un orifice d'un pouce de diametre ; *on demande quel est le tems qu'il mettra à se vuider, en laissant couler l'eau sans interruption ;* on cherchera dans la premiere Table la vîtesse qui répond à une chûte de 4 pieds, qui se trouve de 15 pieds 6 pouces, laquelle servant de hauteur à une colonne d'un pouce de diametre, donnera dans la seconde Table environ 5 liv. 15 onces pour la dépense de l'orifice par seconde, si l'eau étoit toujours entretenue à la hauteur de 4 pieds ; divisant par cette quantité le poids de celle du réservoir, il viendra 64 $\frac{1}{16}$ secondes pour le tems qu'il faudra à l'orifice, afin de fournir autant d'eau que le réservoir en contient; & comme le tems qu'il mettra à se vuider sera double de celui-ci, (442) il sera donc de 2 minutes, 8 $\frac{1}{8}$ secondes.

483. Un vaisseau prismatique contenant 540 pintes d'eau s'est vuidé totalement par le fond en 30 minutes ; *on demande combien il s'en est écoulé dans les 5 premieres, combien dans les 5 suivantes, & toujours de 5 en 5 jusqu'aux 5 dernieres.*

Connoissant le tems qu'un vaisseau mettra à se vuider, ainsi que la quantité d'eau qu'il contient, trouver ce qu'il doit en sortir dans chaque partie égale du tems total.

Le tems de l'écoulement pouvant être divisé en 6 parties égales, si on les considere selon leur ordre naturel, on aura 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; comme le nombre des pintes qui se seront dépensées pendant chacun de ces tems, sera dans le rapport de la différence des quarrés des mêmes tems, mais dans un ordre renversé, (441) c'est-à-dire, comme 11, 9, 7, 5, 3, 1 ; il y aura même raison de la somme de tous les termes à la quantité d'eau que contient le vaisseau, que de son plus grand terme, au nombre de pintes qui se seront écoulées dans le premier tems : faisant la regle, on en trouvera 165. Comme il y aura encore même rapport de 36 à 540, que du second terme 9 de cette progression, au nombre de pintes qui se seront écoulées dans le second tems, qu'on trouvera de 135, l'on voit qu'il s'en sera écoulé dans le second tems 30 moins que dans le premier, qui est la différence des termes de la progression : on aura donc 165, 135, 105, 75, 45, 15 pintes pour la quantité qui répond à chaque tems pris immédiatement de suite.

Voici un problême d'Hydraulique qui m'est venu en pensée, & que je n'aurai peut-être pas occasion de placer ailleurs ; il est vrai qu'il paroît n'avoir pas grand rapport au sujet que je traite ici, mais je compte que l'on me passera ce petit écart, en faveur de la méthode dont je me sers pour le résoudre, qui peut avoir son application dans bien des cas, comme on en jugera par quelques exemples rapportés dans le quatrieme Chapitre.

Problême d'Hydraulique sur le mélange des liqueurs.

484. On a un tonneau contenant 100 pintes de vin, on en tire d'abord une par la fontaine, qu'on remplace d'une autre d'eau par le bondon, & supposant que l'eau se mêle parfaitement avec le vin ; on tire ensuite une pinte de ce mêlange, que l'on remplace par une seconde pinte d'eau ; on tire encore une autre pinte de nouveau mêlange, que l'on remplace par une troisieme partie d'eau ; continuant de même, on demande combien il faudra mettre de pintes d'eau dans le tonneau, pour qu'il y en ait autant que de vin.

On peut dire en général que quand le vin est mêlé avec l'eau, il est plus *rare*, ou plus *dilaté* qu'il n'étoit auparavant, de toute la quantité d'eau qui en a augmenté le volume ; par exemple, si l'on a un verre à demi-plein de vin, & qu'on acheve de le remplir d'eau, faisant abstraction de cette eau, le vin occupera un volume double de celui qu'il occupoit auparavant ; ainsi *ce problême se réduit à faire ensorte que le vin soit dilaté dans le tonneau au double de ce qu'il l'est naturellement.*

Après qu'on aura tiré du tonneau une pinte de vin, il en restera 99, & quand on y aura remis une pinte d'eau, on pourra dire que la dilatation naturelle du vin est à celle où il se trouve après la premiere opération, comme 99 est à 100. Voilà une progression géométrique, dont les termes qui expriment la dilatation du vin, iront toujours en augmentant dans le rapport de 99 à 100, à mesure que l'on mettra une nouvelle pinte d'eau dans le tonneau ; il est donc question de connoître quel sera le terme double du premier 99, & l'exposant de ce terme donnera la quantité de pintes d'eau qu'il faudra mettre dans le tonneau pour que le vin y soit dilaté au double, ou, ce qui revient au même, pour qu'il y en ait autant que d'eau.

485. Supposant $a = 99$, $b = 100$, les deux premiers termes de cette proportion seront a & b ; mais par la propriété de la progression géométrique, *le premier terme élevé à une certaine puissance est toujours au second élevé à la même puissance, comme le premier terme est à un autre terme, autant éloigné du premier que l'exposant de la*

puiſſance où l'on a élevé le premier a d'unités. Ainſi le terme que nous cherchons dépend de l'expoſant de la puiſſance où il faudra élever le premier & le ſecond terme; cet expoſant n'étant point connu, nous le nommerons x, alors nous aurons a^x, b^x :: $1a$, $2a$, qui donne $\frac{abx}{ax} = 2a$, ou bien $\frac{b^x}{a^x} = 2$; nommant m le logarithme de b; n, celui de a; & p, celui du nombre 2, l'expoſant x deviendra le coefficient des logarithmes de a & de b; ainſi au lieu de $\frac{b^x}{a^x} = 2$, on aura $xm - xn = p$, ou $x = \frac{p}{m - n}$. Prenant, dans les Tables ordinaires, les logarithmes exprimés ici par les lettres m, n, p, c'eſt-à-dire, ceux des nombres 100, 99, 2, on aura $x = \frac{3010300}{20000000 - 19956352}$, ou $x = \frac{3010300}{43648}$, qui donne $x = 68$, *c'eſt-à-dire, que quand on aura mis dans le tonneau environ 68 pintes d'eau, elle ſera mêlée par moitié avec le vin.*

Nous n'avons conſidéré juſqu'ici que l'action de l'eau, ſans parler de celle des autres liqueurs, parce qu'elle fait l'unique objet de ce Chapitre; cependant je ne laiſſerai pas de montrer ce qui doit leur arriver lorſque leur peſanteur *ſpécifique* eſt différente, *c'eſt-à-dire, lorſqu'une certaine meſure de liqueur peſe plus ou moins que la même meſure d'une autre.*

Les peſanteurs abſolues de deux liqueurs différentes, ſont dans la raiſon compoſée de leurs volumes & de leurs peſanteurs ſpécifiques.

486. Pour peu qu'on y faſſe attention, on concevra que *les peſanteurs abſolues de deux liqueurs ſont dans la raiſon compoſée de leur volume, & de leur peſanteur ſpécifique;* par exemple, ſi le volume de la premiere étoit à celui de la ſeconde, comme 1 eſt à 2, & leur peſanteur ſpécifique, comme 1 à 3, la peſanteur abſolue de la premiere ſera à la peſanteur abſolue de la ſeconde, comme 1 eſt à 6; ainſi il faudroit que le volume de la premiere fût triple de celui de la ſeconde, pour que les peſanteurs abſolues de ces liqueurs fuſſent égales, *parce qu'alors leur volume & leur peſanteur ſpécifiques ſeront en raiſon réciproque.*

Les viteſſes de deux liqueurs différentes, ſont comme les racines quarrées des produits de leur peſanteur ſpécifique par leur hauteur.
FIG. 56 & 57.

487. Ayant deux colonnes de liqueurs différentes BA & DC, répondantes à des orifices égaux, les volumes de ces colonnes ſeront dans la raiſon de leur hauteur EB (H) & FD (h), puiſqu'elles ont la même baſe; ſi la peſanteur ſpécifique de la premiere eſt à la peſanteur ſpécifique de la ſeconde comme p eſt à q, celui des peſanteurs abſolues de ces colonnes, ou des forces dont elles ſont capables, ſera comme Hp eſt à hq, d'où l'on tire F, f :: Hp, hq. Mais comme d'autre part on a F, f :: VV, uu (431), on aura

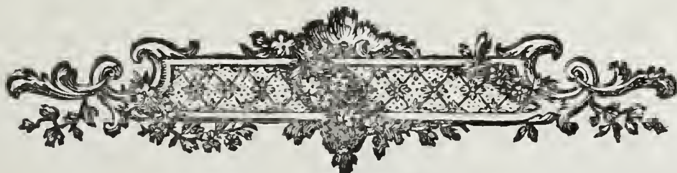
donc VV, *uu* :: H*p*, *hq*; par conféquent V, *u* :: $\sqrt{Hp}$, $\sqrt{hq}$, qui montre que *quelles que foient les liqueurs qui coulent du fond des tuyaux, ou réfervoirs, leurs viteffes font comme les racines quarrées des produits des pefanteurs fpécifiques de ces liqueurs, multipliées par leur hauteur.*

488. Il fuit, 1°. Que lorfque les hauteurs & les pefanteurs fpécifiques des liqueurs font égales, les vîteffes, à la fortie des orifices, le font auffi. *Conféquences tirées du principe précédent.*

489. 2°. Que lorfque les hauteurs font égales, les vîteffes feront comme les racines des pefanteurs fpécifiques.

490. 3°. Lorfque les pefanteurs fpécifiques feront égales, les vîteffes feront comme les racines des hauteurs, ce qui retombe dans le principe général. (431)

Si la liqueur GL étoit de l'eau, & l'autre GP du mercure, que la hauteur EB fût à la hauteur FD comme 7 eft à 4, le rapport de la pefanteur fpécifique de ces deux liqueurs étant comme 2 eft à 27, (343) celui de leur vîteffe fera comme $\sqrt{7}$ eft à $\sqrt{54}$. Si ces deux colonnes avoient la même hauteur, (489) la vîteffe de l'eau fera à celle du mercure, comme $\sqrt{2}$ eft à $\sqrt{27}$, ou comme 7 eft à 26; par conféquent, fi les orifices font égaux, & que celui par où coule l'eau en dépenfe 7 pintes dans une feconde, celui par où coule le mercure en dépenfera 26 dans le même tems. Au refte je ne m'arrêterai point à rapporter d'autres exemples, ce principe étant plus curieux qu'utile, puifque dans l'ufage il n'eft queftion que de la connoiffance du mouvement des eaux.



TABLE

TABLE PREMIERE.

Qui comprend les Vîtesses uniformes par secondes, qu'un corps peut acquérir pour une Chûte donnée.

Chûte.			Vîtesse.				Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
0	0	1	0	7	8	10	0	3	1	3	11	1	4
0	0	2	0	10	11	3	0	3	2	3	11	8	11
0	0	3	1	1	4	11	0	3	3	4	0	4	5
0	0	4	1	3	5	9	0	3	4	4	0	11	9
0	0	5	1	5	3	9	0	3	5	4	1	7	1
0	0	6	1	6	11	7	0	3	6	4	2	2	4
0	0	7	1	8	5	9	0	3	7	4	2	9	4
0	0	8	1	9	10	9	0	3	8	4	3	2	10
0	0	9	1	11	2	9	0	3	9	4	3	11	6
0	0	10	2	0	5	10	0	3	10	4	4	6	5
0	0	11	2	1	8	1	0	3	11	4	5	1	2
0	1	0	2	2	9	11	0	4	0	4	5	7	11
0	1	1	2	3	11	1	0	4	1	4	6	2	6
0	1	2	2	4	11	9	0	4	2	4	6	9	2
0	1	3	2	6	0	0	0	4	3	4	7	3	8
0	1	4	2	6	11	7	0	4	4	4	7	10	2
0	1	5	2	7	11	2	0	4	5	4	8	4	7
0	1	6	2	8	10	3	0	4	6	4	8	10	11
0	1	7	2	9	9	0	0	4	7	4	9	5	3
0	1	8	2	10	10	2	0	4	8	4	9	11	7
0	1	9	2	11	4	11	0	4	9	4	10	5	7
0	1	10	3	0	3	10	0	4	10	4	10	11	9
0	1	11	3	1	1	6	0	4	11	4	11	5	11
0	2	0	3	1	11	3	0	5	0	5	0	0	0
0	2	1	3	2	8	8	0	5	1	5	0	5	10
0	2	2	3	3	5	10	0	5	2	5	0	11	10
0	2	3	3	4	2	11	0	5	3	5	1	5	11
0	2	4	3	4	11	9	0	5	4	5	1	11	7
0	2	5	3	5	8	6	0	5	5	5	2	5	4
0	2	6	3	6	5	0	0	5	6	5	2	11	1
0	2	7	3	7	1	5	0	5	7	5	3	4	9
0	2	8	3	7	9	8	0	5	8	5	3	10	4
0	2	9	3	8	6	0	0	5	9	5	4	3	11
0	2	10	3	9	3	10	0	5	10	5	4	9	7
0	2	11	3	9	9	9	0	5	11	5	5	3	2
0	3	0	3	10	5	8	0	6	0	5	6	0	0

Chûte.			Vîtesse.				Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces	lignes.	pieds.	pouces.	lignes	points.
0	6	1	5	6	2	1	0	9	10	7	0	1	7
0	6	2	5	6	7	5	0	9	11	7	0	5	10
0	6	3	5	7	0	11	0	10	0	7	0	10	2
0	6	4	5	7	6	3	0	10	1	7	1	2	4
0	6	5	5	7	11	5	0	10	2	7	1	6	6
0	6	6	5	8	4	9	0	10	3	7	1	10	9
0	6	7	5	8	10	1	0	10	4	7	2	2	11
0	6	8	5	9	3	3	0	10	5	7	2	8	1
0	6	9	5	9	4	5	0	10	6	7	2	11	3
0	6	10	5	10	1	7	0	10	7	7	3	3	5
0	6	11	5	10	6	6	0	10	8	7	3	7	5
0	7	0	5	10	11	10	0	10	9	7	3	11	7
0	7	1	5	11	4	11	0	10	10	7	4	3	8
0	7	2	5	11	9	11	0	10	11	7	4	7	10
0	7	3	6	0	2	10	9	11	0	7	4	11	10
0	7	4	6	0	7	11	0	11	1	7	5	4	0
0	7	5	6	1	0	9	0	11	2	7	5	7	11
0	7	6	6	1	6	10	0	11	3	7	6	0	0
0	7	7	6	1	10	9	0	11	4	7	6	3	10
0	7	8	6	2	3	3	0	11	5	7	6	7	11
0	7	9	6	2	8	4	0	11	6	7	6	11	9
0	7	10	6	3	1	1	0	11	7	7	7	3	10
0	7	11	6	3	5	10	0	11	8	7	7	7	8
0	8	0	6	3	10	7	0	11	9	7	7	11	7
0	8	1	6	4	3	5	0	11	10	7	8	3	6
0	8	2	6	4	8	1	0	11	11	7	8	7	6
0	8	3	6	5	0	9	1	0	0	7	8	11	5
0	8	4	6	5	5	2	1	0	2	7	9	7	0
0	8	5	6	5	10	1	1	0	4	7	10	2	8
0	8	6	6	6	2	8	1	0	6	7	10	10	6
0	8	7	6	6	7	4	1	0	8	7	11	4	11
0	8	8	6	6	11	9	1	0	10	8	0	2	0
0	8	9	6	7	4	4	1	1	0	8	0	8	11
0	8	10	6	7	8	10	1	1	2	8	1	4	3
0	8	11	6	8	1	5	1	1	4	8	1	11	7
0	9	0	6	8	5	11	1	1	6	8	2	6	11
0	9	1	6	8	10	4	1	1	8	8	3	2	3
0	9	2	6	9	2	8	1	1	10	8	3	9	2
0	9	3	6	9	7	2	1	2	0	8	4	4	8
0	9	4	6	9	11	7	1	2	2	8	5	0	2
0	9	5	6	10	4	0	1	2	4	8	5	6	11
0	9	6	6	10	8	5	1	2	6	8	6	2	0
0	9	7	6	11	0	9	1	2	8	8	6	9	0
0	9	8	6	11	5	1	1	2	10	8	7	4	0
0	9	9	6	11	9	4	1	3	0	8	7	11	0

Chûte.			Vîteſſe.				Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
1	3	2	8	8	5	11	1	10	8	10	7	9	0
1	3	4	8	9	0	8	1	10	10	10	8	2	0
1	3	6	8	9	7	7	1	11	0	10	8	8	1
1	3	8	8	10	2	9	1	11	2	10	9	1	10
1	3	10	8	10	9	2	1	11	4	10	9	7	4
1	4	0	8	11	4	0	1	11	6	10	10	0	9
1	4	2	8	11	10	6	1	11	8	10	10	8	9
1	4	4	9	0	5	2	1	11	10	10	10	11	10
1	4	6	9	0	11	9	2	0	0	10	11	5	4
1	4	8	9	1	6	4	2	0	2	10	11	10	10
1	4	10	9	2	1	0	2	0	4	11	0	4	3
1	5	0	9	2	6	4	2	0	6	11	0	9	7
1	5	2	9	3	2	0	2	0	8	11	1	3	1
1	5	4	9	3	8	5	2	0	10	11	1	8	7
1	5	6	9	4	3	0	2	1	0	11	2	1	11
1	5	8	9	4	9	5	2	1	2	11	2	7	2
1	5	10	9	5	3	7	2	1	4	11	3	0	6
1	6	0	9	5	9	11	2	1	6	11	3	5	10
1	6	2	9	6	4	3	2	1	8	11	3	11	2
1	6	4	9	6	10	7	2	1	10	11	4	4	6
1	6	6	9	7	4	10	2	2	0	11	4	9	8
1	6	8	9	7	11	0	2	2	2	11	5	3	0
1	6	10	9	8	5	2	2	2	4	11	5	8	3
1	7	0	9	9	0	1	2	2	6	11	6	1	4
1	7	2	9	9	5	7	2	2	8	11	6	6	9
1	7	4	9	9	11	7	2	2	10	11	6	11	11
1	7	6	9	10	5	10	2	3	0	11	7	4	11
1	7	8	9	10	11	10	2	3	2	11	7	10	2
1	7	10	9	11	5	11	2	3	4	11	8	3	4
1	8	0	10	0	0	0	2	3	6	11	8	8	6
1	8	2	10	0	5	10	2	3	8	11	9	1	7
1	8	4	10	0	11	9	2	3	10	11	9	7	0
1	8	6	10	1	5	10	2	4	0	11	9	11	9
1	8	8	10	1	11	9	2	4	2	11	10	4	10
1	8	10	10	2	5	7	2	4	4	11	10	9	10
1	9	0	10	2	11	5	2	4	6	11	11	2	2
1	9	2	10	3	5	3	2	4	8	11	11	7	11
1	9	4	10	3	11	1	2	4	10	12	0	0	10
1	9	6	10	4	4	11	2	5	0	12	0	5	10
1	9	8	10	4	10	9	2	5	2	12	0	10	11
1	9	10	10	5	4	6	2	5	4	12	1	3	10
1	10	0	10	5	10	3	2	5	6	12	1	8	8
1	10	2	10	6	3	9	2	5	8	12	2	1	9
1	10	4	10	6	9	7	2	5	10	12	2	6	8
1	10	6	10	[illegible]	3	3	2	6	0	12	2	11	6

Chûte.			Vîteſſe.				Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
2	6	2	12	3	4	5	3	1	8	13	8	8	1
2	6	4	12	3	9	4	3	1	10	13	9	0	5
2	6	6	12	4	3	5	3	2	0	13	9	4	10
2	6	8	12	4	7	0	3	2	2	13	9	9	2
2	6	10	12	4	11	10	3	2	4	13	10	1	6
2	7	0	12	5	4	7	3	2	6	13	10	5	10
2	7	2	12	5	9	6	3	2	8	13	10	10	2
2	7	4	12	6	2	3	3	2	10	13	11	2	5
2	7	6	12	6	7	0	3	3	0	13	11	6	9
2	7	8	12	6	11	11	3	3	2	13	11	11	1
2	7	10	12	7	4	8	3	3	4	14	0	3	3
2	8	0	12	7	9	5	3	3	6	14	0	7	7
2	8	2	12	8	2	2	3	3	8	14	0	11	11
2	8	4	12	8	6	9	3	3	10	14	1	4	1
2	8	6	12	8	11	6	3	4	0	14	1	8	5
2	8	8	12	9	4	3	3	4	2	14	2	0	7
2	8	10	12	9	8	11	3	4	4	14	2	4	10
2	9	0	12	10	6	2	3	4	6	14	2	9	3
2	9	2	12	10	8	1	3	4	8	14	3	1	3
2	9	4	12	10	10	10	3	4	10	14	3	4	5
2	9	6	12	11	3	2	3	5	0	14	3	9	7
2	9	8	12	11	8	4	3	5	2	14	4	1	9
2	9	10	13	0	0	10	3	5	4	14	4	6	0
2	10	0	13	0	5	5	3	5	6	14	4	10	2
2	10	2	13	0	10	0	3	5	8	14	5	2	4
2	10	4	13	1	2	8	3	5	10	14	5	6	6
2	10	6	13	1	7	1	3	6	0	14	5	10	8
2	10	8	13	1	11	9	3	6	2	14	6	2	10
2	10	10	13	2	3	9	3	6	4	14	6	6	11
2	11	0	13	2	8	9	3	6	6	14	6	11	1
2	11	2	13	3	1	3	3	6	8	14	7	3	1
2	11	4	13	3	4	8	3	6	10	14	7	7	3
2	11	6	13	3	10	3	3	7	0	14	7	11	4
2	11	8	13	4	2	11	3	7	2	14	8	3	5
2	11	10	13	4	7	5	3	7	4	14	8	7	6
3	0	0	13	4	11	10	3	7	6	14	8	11	7
3	0	2	13	5	4	4	3	7	8	14	9	3	8
3	0	4	13	5	8	9	3	7	10	14	9	7	9
3	0	6	13	6	1	3	3	8	0	14	9	11	9
3	0	8	13	6	5	9	3	8	2	14	10	3	10
3	0	10	13	6	10	0	3	8	4	14	10	7	10
3	1	0	13	7	2	6	3	8	6	14	10	11	10
3	1	2	13	7	7	0	3	8	8	14	11	3	11
3	1	4	13	7	11	3	3	8	10	14	11	7	11
3	1	6	13	8	3	9	3	9	0	15	0	0	0

Chûte.			Vîteſſe.				Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
3	9	2	15	0	3	10	4	4	8	16	2	8	8
3	9	4	15	0	7	11	4	4	10	16	3	0	5
3	9	6	15	1	0	0	4	5	0	16	3	4	0
3	9	8	15	1	3	10	4	5	2	16	3	7	9
3	9	10	15	1	7	10	4	5	4	16	3	11	4
3	10	0	15	1	11	9	4	5	6	16	4	3	1
3	10	2	15	2	3	9	4	5	8	16	4	6	8
3	10	4	15	2	7	8	4	5	10	16	4	10	5
3	10	6	15	2	11	6	4	6	0	16	5	2	0
3	10	8	15	3	3	6	4	6	2	16	5	5	9
3	10	10	15	3	7	5	4	6	4	16	5	9	4
3	11	0	15	3	11	4	4	6	6	16	6	1	0
3	11	2	15	4	3	3	4	6	8	16	6	4	7
3	11	4	15	4	7	3	4	6	10	16	6	8	2
3	11	6	15	4	11	2	4	7	0	16	7	0	0
3	11	8	15	5	3	0	4	7	2	16	7	3	6
3	11	10	15	5	6	8	4	7	4	16	7	7	1
4	0	0	15	5	10	8	4	7	6	16	7	10	9
4	0	2	15	6	2	7	4	7	8	16	8	2	4
4	0	4	15	6	6	5	4	7	10	16	8	5	11
4	0	6	15	6	10	4	4	8	0	16	8	9	6
4	0	8	15	7	2	3	4	8	2	16	9	1	1
4	0	10	15	7	6	1	4	8	4	16	9	4	7
4	1	0	15	7	9	10	4	8	6	16	9	8	2
4	1	2	15	8	1	9	4	8	8	16	9	11	9
4	1	4	15	8	5	6	4	8	10	16	10	3	4
4	1	6	15	8	9	10	4	9	0	16	10	6	10
4	1	8	15	9	1	1	4	9	2	16	10	10	5
4	1	10	15	9	5	0	4	9	4	16	11	1	7
4	2	0	15	9	8	9	4	9	6	16	11	5	6
4	2	2	15	10	0	6	4	9	8	16	11	9	1
4	2	4	15	10	4	4	4	9	10	17	0	0	6
4	2	6	15	10	8	1	4	10	0	17	0	4	2
4	2	8	15	10	11	10	4	10	2	17	0	7	7
4	2	10	15	11	3	7	4	10	4	17	0	11	2
4	3	0	15	11	7	4	4	10	6	17	1	2	8
4	3	2	15	11	11	1	4	10	8	17	1	6	1
4	3	4	16	0	2	10	4	10	10	17	1	9	8
4	3	6	16	0	6	7	4	11	0	17	2	1	2
4	3	8	16	0	10	4	4	11	2	17	2	4	7
4	3	10	16	1	2	1	4	11	4	17	2	8	3
4	4	0	16	1	5	10	4	11	6	17	2	11	8
4	4	2	16	1	9	7	4	11	8	17	3	3	2
4	4	4	16	2	1	4	4	11	10	17	3	6	7
4	4	6	16	2	5	0	5	0	0	17	3	10	0

Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
5	0	2	17	4	1	6
5	0	4	17	4	4	11
5	0	6	17	4	8	5
5	0	8	17	4	11	10
5	0	10	17	5	3	4
5	1	0	17	5	6	9
5	1	2	17	5	10	3
5	1	4	17	6	1	7
5	1	6	17	6	5	0
5	1	8	17	6	8	5
5	1	10	17	6	11	11
5	2	0	17	7	3	3
5	2	2	17	7	6	8
5	2	4	17	7	10	2
5	2	6	17	8	1	5
5	2	8	17	8	4	11
5	2	10	17	8	8	3
5	3	0	17	8	11	8
5	3	2	17	9	3	0
5	3	4	17	9	6	5
5	3	6	17	9	9	9
5	3	8	17	10	1	1
5	3	10	17	10	4	6
5	4	0	17	10	7	10
5	4	2	17	10	11	2
5	4	4	17	11	2	7
5	4	6	17	11	5	11
5	4	8	17	11	9	3
5	4	10	18	0	0	6
5	5	0	18	0	3	10
5	5	2	18	0	7	2
5	5	4	18	0	10	6
5	5	6	18	1	1	9
5	5	8	18	1	5	1
5	5	10	18	1	8	5
5	6	0	18	1	11	9
5	6	2	18	2	3	0
5	6	4	18	2	6	4
5	6	6	18	2	9	8
5	6	8	18	3	1	0
5	6	10	18	3	4	3
5	7	0	18	3	7	7
5	7	2	18	3	10	9
5	7	4	18	4	2	1
5	7	6	18	4	5	5
5	7	8	18	4	8	7
5	7	10	18	4	11	10
5	8	0	18	5	3	2
5	8	2	18	5	6	4
5	8	4	18	5	9	8
5	8	6	18	6	0	10
5	8	8	18	6	4	2
5	8	10	18	6	7	4
5	9	0	18	6	10	7
5	9	2	18	7	1	9
5	9	4	18	7	5	0
5	9	6	18	7	8	3
5	9	8	18	7	11	5
5	9	10	18	8	2	9
5	10	0	18	8	5	11
5	10	2	18	8	9	1
5	10	4	18	9	0	2
5	10	6	18	9	3	5
5	10	8	18	9	6	7
5	10	10	18	9	9	11
5	11	0	18	10	1	1
5	11	2	18	10	4	3
5	11	4	18	10	7	5
5	11	6	18	10	10	7
5	11	8	18	11	1	9
5	11	10	18	11	5	0
6	0	0	18	11	8	1
6	0	2	18	11	11	3
6	0	4	19	0	2	5
6	0	6	19	0	5	7
6	0	8	19	0	8	9
6	0	10	19	0	11	11
6	1	0	19	1	2	11
6	1	2	19	1	6	1
6	1	4	19	1	9	3
6	1	6	19	2	0	5
6	1	8	19	2	3	7
6	1	10	19	2	6	8
6	2	0	19	2	9	10
6	2	2	19	3	1	0
6	2	4	19	3	4	0
6	2	6	19	3	7	2
6	2	8	19	3	10	2
6	2	10	19	4	1	4
6	3	0	19	4	4	4

Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
6	3	2	19	4	7	7
6	3	4	19	4	10	7
6	3	6	19	5	1	9
6	3	8	19	5	4	9
6	3	10	19	5	7	11
6	4	0	19	5	10	11
6	4	2	19	6	2	0
6	4	4	19	6	5	2
6	4	6	19	6	8	2
6	4	8	19	6	11	2
6	4	10	19	7	2	4
6	5	0	19	7	5	5
6	5	2	19	7	8	5
6	5	4	19	7	11	5
6	5	6	19	8	2	7
6	5	8	19	8	5	7
6	5	10	19	8	8	8
6	6	0	19	8	11	8
6	6	2	19	9	2	8
6	6	4	19	9	5	9
6	6	6	19	9	8	9
6	6	8	19	9	11	9
6	6	10	19	10	2	9
6	7	0	19	10	5	10
6	7	2	19	10	8	10
6	7	4	19	10	11	10
6	7	6	19	11	2	11
6	7	8	19	11	5	11
6	7	10	19	11	8	11
6	8	0	20	0	0	0
6	8	2	20	0	2	10
6	8	4	20	0	5	10
6	8	6	20	0	8	11
6	8	8	20	0	11	11
6	8	10	20	1	2	9
6	9	0	20	1	5	10
6	9	2	20	1	8	10
6	9	4	20	1	11	9
6	9	6	20	2	2	9
6	9	8	20	2	5	9
6	9	10	20	2	8	8
6	10	0	20	2	11	8
6	10	2	20	3	2	8
6	10	4	20	3	5	7
6	10	6	20	3	8	7
6	10	8	20	3	11	6
6	10	10	20	4	2	6
6	11	0	20	4	5	5
6	11	2	20	4	8	3
6	11	4	20	4	11	3
6	11	6	20	5	2	2
6	11	8	20	5	5	2
6	11	10	20	5	8	2
7	0	0	20	5	10	11
7	0	2	20	6	2	0
7	0	4	20	6	4	10
7	0	6	20	6	7	9
7	0	8	20	6	10	9
7	0	10	20	7	1	8
7	1	0	20	7	4	6
7	1	2	20	7	7	5
7	1	4	20	7	10	3
7	1	6	20	8	1	4
7	1	8	20	8	4	2
7	1	10	20	8	7	1
7	2	0	20	8	9	11
7	2	2	20	9	0	10
7	2	4	20	9	3	8
7	2	6	20	9	6	7
7	2	8	20	9	9	4
7	2	10	20	10	0	4
7	3	0	20	10	3	3
7	3	2	20	10	6	1
7	3	4	20	10	9	0
7	3	6	20	10	11	10
7	3	8	20	11	2	9
7	3	10	20	11	5	7
7	4	0	20	11	8	6
7	4	2	20	11	11	5
7	4	4	21	0	2	1
7	4	6	21	0	5	0
7	4	8	21	0	7	11
7	4	10	21	0	10	9
7	5	0	21	1	1	8
7	5	2	21	1	4	4
7	5	4	21	1	7	3
7	5	6	21	1	10	2
7	5	8	21	2	0	10
7	5	10	21	2	3	9
7	6	0	21	2	6	8

Chûte.			Vîtesse.				Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
7	6	2	21	2	9	4	8	1	8	22	1	2	1
7	6	4	21	3	0	3	8	1	10	22	1	4	10
7	6	6	21	3	3	2	8	2	0	22	1	7	5
7	6	8	21	3	5	10	8	2	2	22	1	10	2
7	6	10	21	3	8	9	8	2	4	22	2	0	10
7	7	0	21	3	11	6	8	2	6	22	2	3	7
7	7	2	21	4	2	4	8	2	8	22	2	6	4
7	7	4	21	4	5	1	8	2	10	22	2	8	11
7	7	6	21	4	8	0	8	3	0	22	2	11	8
7	7	8	21	4	10	9	8	3	2	22	3	2	5
7	7	10	21	5	1	5	8	3	4	22	3	5	2
7	8	0	21	5	4	4	8	3	6	22	3	7	9
7	8	2	21	5	7	2	8	3	8	22	3	10	6
7	8	4	21	5	9	11	8	3	10	22	4	1	2
7	8	6	21	6	0	8	8	4	0	22	4	3	10
7	8	8	21	6	3	7	8	4	2	22	4	6	6
7	8	10	21	6	6	4	8	4	4	22	4	9	2
7	9	0	21	6	9	0	8	4	6	22	4	11	10
7	9	2	21	6	11	11	8	4	8	22	5	2	7
7	9	4	21	7	2	8	8	4	10	22	5	5	2
7	9	6	21	7	5	5	8	5	0	22	5	7	11
7	9	8	21	7	8	3	8	5	2	22	5	10	6
7	9	10	21	7	11	0	8	5	4	22	6	1	3
7	10	0	21	8	1	9	8	5	6	22	6	3	10
7	10	2	21	8	4	6	8	5	8	22	6	6	7
7	10	4	21	8	7	2	8	5	10	22	6	9	2
7	10	6	21	8	10	1	8	6	0	22	6	11	11
7	10	8	21	9	0	10	8	6	2	22	7	2	6
7	10	10	21	9	3	7	8	6	4	22	7	5	3
7	11	0	21	9	6	4	8	6	6	22	7	7	10
7	11	2	21	9	9	0	8	6	8	22	7	10	5
7	11	4	21	9	11	9	8	6	10	22	8	1	2
7	11	6	21	10	2	6	8	7	0	22	8	3	9
7	11	8	21	10	5	3	8	7	2	22	8	6	4
7	11	10	21	10	8	0	8	7	4	22	8	9	1
8	0	0	21	10	10	9	8	7	6	22	8	11	8
8	0	2	21	11	1	5	8	7	8	22	9	2	3
8	0	4	21	11	4	2	8	7	10	22	9	5	0
8	0	6	21	11	6	11	8	8	0	22	9	7	7
8	0	8	21	11	9	8	8	8	2	22	9	10	2
8	0	10	22	0	0	5	8	8	4	22	10	0	11
8	1	0	22	0	3	2	8	8	6	22	10	3	6
8	1	2	22	0	5	10	8	8	8	22	10	6	1
8	1	4	22	0	8	7	8	8	10	22	10	8	8
8	1	6	22	0	11	4	8	9	0	22	10	11	3

Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
8	9	2	22	11	2	0
8	9	4	22	11	4	7
8	9	6	22	11	7	2
8	9	8	22	11	9	10
8	9	10	23	0	0	5
8	10	0	23	0	3	0
8	10	2	23	0	5	7
8	10	4	23	0	8	2
8	10	6	23	0	10	9
8	10	8	23	1	1	6
8	10	10	23	1	4	1
8	11	0	23	1	6	8
8	11	2	23	1	9	3
8	11	4	23	1	11	10
8	11	6	23	2	2	5
8	11	8	23	2	5	1
8	11	10	23	2	7	6
9	0	0	23	2	10	1
9	0	2	23	3	0	8
9	0	4	23	3	3	3
9	0	6	23	3	5	10
9	0	8	23	3	8	5
9	0	10	23	3	11	1
9	1	0	23	4	1	8
9	1	2	23	4	4	1
9	1	4	23	4	6	8
9	1	6	23	4	9	3
9	1	8	23	4	11	10
9	1	10	23	5	2	5
9	2	0	23	5	5	1
9	2	2	23	5	7	6
9	2	4	23	5	10	1
9	2	6	23	6	0	8
9	2	8	23	6	3	3
9	2	10	23	6	5	9
9	3	0	23	6	8	4
9	3	2	23	6	10	11
9	3	4	23	7	1	4
9	3	6	23	7	3	11
9	3	8	23	7	6	6
9	3	10	23	7	9	0
9	4	0	23	7	11	7
9	4	2	23	8	2	0
9	4	4	23	8	4	7
9	4	6	23	8	7	2
9	4	8	23	8	9	8
9	4	10	23	9	0	3
9	5	0	23	9	2	8
9	5	2	23	9	5	3
9	5	4	23	9	7	9
9	5	6	23	9	10	4
9	5	8	23	10	0	9
9	5	10	23	10	3	4
9	6	0	23	10	5	10
9	6	2	23	10	8	5
9	6	4	23	10	10	10
9	6	6	23	11	1	4
9	6	8	23	11	3	11
9	6	10	23	11	6	4
9	7	0	23	11	8	11
9	7	2	23	11	11	5
9	7	4	24	0	1	10
9	7	6	24	0	4	5
9	7	8	24	0	6	10
9	7	10	24	0	9	4
9	8	0	24	0	11	11
9	8	2	24	1	2	4
9	8	4	24	1	4	10
9	8	6	24	1	7	5
9	8	8	24	1	9	10
9	8	10	24	2	0	4
9	9	0	24	2	2	9
9	9	2	24	2	5	2
9	9	4	24	2	7	9
9	9	6	24	2	10	3
9	9	8	24	3	0	8
9	9	10	24	3	3	2
9	10	0	24	3	5	7
9	10	2	24	3	8	2
9	10	4	24	3	10	7
9	10	6	24	4	1	1
9	10	8	24	4	3	6
9	10	10	24	4	6	0
9	11	0	24	4	8	5
9	11	2	24	4	10	10
9	11	4	24	5	1	4
9	11	6	24	5	3	9
9	11	8	24	5	6	2
9	11	10	24	5	8	8
10	0	0	24	5	11	1

Chûte.			Vîtesse.				Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces	lignes.	pieds.	pouces.	lignes	points.
10	0	2	24	6	1	7	10	7	8	25	3	2	1
10	0	4	24	6	4	0	10	7	10	25	3	4	5
10	0	6	24	6	6	5	10	8	0	25	3	6	10
10	0	8	24	6	8	11	10	8	2	25	3	9	2
10	0	10	24	6	11	4	10	8	4	25	3	11	7
10	1	0	24	7	1	9	10	8	6	25	4	1	11
10	1	2	24	7	4	3	10	8	8	25	4	4	4
10	1	4	24	7	6	8	10	8	10	25	4	6	8
10	1	6	24	7	9	2	10	9	0	25	4	9	0
10	1	8	24	7	11	7	10	9	2	25	4	11	5
10	1	10	24	8	2	0	10	9	4	25	5	1	9
10	2	0	24	8	4	6	10	9	6	25	5	4	2
10	2	2	24	8	6	11	10	9	8	25	5	6	6
10	2	4	24	8	9	3	10	9	10	25	5	8	9
10	2	6	24	8	11	8	10	10	0	25	5	11	3
10	2	8	24	9	2	1	10	10	2	25	6	1	7
10	2	10	24	9	4	7	10	10	4	25	6	3	10
10	3	0	24	9	7	0	10	10	6	25	6	6	4
10	3	2	24	9	9	4	10	10	8	25	6	8	7
10	3	4	24	9	11	9	10	10	10	25	6	10	11
10	3	6	24	10	2	3	10	11	0	25	7	1	2
10	3	8	24	10	4	8	10	11	2	25	7	3	8
10	3	10	24	10	7	1	10	11	4	25	7	6	0
10	4	0	24	10	9	5	10	11	6	25	7	8	3
10	4	2	24	10	11	10	10	11	8	25	7	10	9
10	4	4	24	11	2	3	10	11	10	25	8	1	0
10	4	6	24	11	4	7	11	0	0	25	8	3	4
10	4	8	24	11	7	1	11	0	2	25	8	5	7
10	4	10	24	11	9	6	11	0	4	25	8	7	11
10	5	0	25	0	0	0	11	0	6	25	8	10	4
10	5	2	25	0	2	3	11	0	8	25	9	0	8
10	5	4	25	0	4	9	11	0	10	25	9	3	0
10	5	6	25	0	7	0	11	1	0	25	9	5	3
10	5	8	25	0	9	6	11	1	2	25	9	7	7
10	5	10	25	0	11	11	11	1	4	25	9	9	11
10	6	0	25	1	2	3	11	1	6	25	10	0	4
10	6	2	25	1	4	8	11	1	8	25	10	2	8
10	6	4	25	1	7	0	11	1	10	25	10	4	11
10	6	6	25	1	9	5	11	2	0	25	10	7	3
10	6	8	25	1	11	10	11	2	2	25	10	9	7
10	6	10	25	2	2	2	11	2	4	25	10	11	10
10	7	0	25	2	4	7	11	2	6	25	11	2	2
10	7	2	25	2	6	11	11	2	8	25	11	4	6
10	7	4	25	2	9	4	11	2	10	25	11	6	9
10	7	6	25	2	11	8	11	3	0	25	11	9	1

Chûte.			Viteſſe.				Chûte.			Viteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
11	3	2	25	11	11	5	11	10	8	26	8	5	11
11	3	4	26	0	1	8	11	10	10	26	8	8	1
11	3	6	26	0	4	0	11	11	0	26	8	10	4
11	3	8	26	0	6	4	11	11	2	26	9	0	8
11	3	10	26	0	8	7	11	11	4	26	9	2	10
11	4	0	26	0	10	11	11	11	6	26	9	5	2
11	4	2	26	1	1	2	11	11	8	26	9	7	4
11	4	4	26	1	3	6	11	11	10	26	9	9	7
11	4	6	26	1	5	10	12	0	0	26	9	11	9
11	4	8	26	1	8	1	12	0	2	26	10	2	1
11	4	10	26	1	10	5	12	0	4	26	10	4	3
11	5	0	26	2	0	9	12	0	6	26	10	6	6
11	5	2	26	2	3	0	12	0	8	26	10	8	8
11	5	4	26	2	5	4	12	0	10	26	10	11	0
11	5	6	26	2	7	8	12	1	0	26	11	1	2
11	5	8	26	2	9	11	12	1	2	26	11	3	6
11	5	10	26	3	0	1	12	1	4	26	11	5	7
11	6	0	26	3	2	5	12	1	6	26	11	7	11
11	6	2	26	3	4	9	12	1	8	26	11	10	1
11	6	4	26	3	7	0	12	1	10	27	0	0	5
11	6	6	26	3	9	4	12	2	0	27	0	2	7
11	6	8	26	3	11	7	12	2	2	27	0	4	9
11	6	10	26	4	1	11	12	2	4	27	0	7	0
11	7	0	26	4	4	1	12	2	6	27	0	9	2
11	7	2	26	4	6	5	12	2	8	27	0	11	6
11	7	4	26	4	8	8	12	2	10	27	1	1	8
11	7	6	26	4	11	0	12	3	0	27	1	3	10
11	7	8	26	5	1	2	12	3	2	27	1	6	1
11	7	10	26	5	3	6	12	3	4	27	1	8	3
11	8	0	26	5	5	9	12	3	6	27	1	10	5
11	8	2	26	5	8	1	12	3	8	27	2	0	9
11	8	4	26	5	10	3	12	3	10	27	2	2	11
11	8	6	26	6	0	6	12	4	0	27	2	5	1
11	8	8	26	6	2	10	12	4	2	27	2	7	4
11	8	10	26	6	5	2	12	4	4	27	2	9	6
11	9	0	26	6	7	4	12	4	6	27	2	11	8
11	9	2	26	6	9	7	12	4	8	27	3	2	0
11	9	4	26	6	11	11	12	4	10	27	3	4	2
11	9	6	26	7	2	1	12	5	0	27	3	6	4
11	9	8	26	7	4	4	12	5	2	27	3	8	5
11	9	10	26	7	6	8	12	5	4	27	3	10	9
11	10	0	26	7	8	10	12	5	6	27	4	0	11
11	10	2	26	7	11	2	12	5	8	27	4	3	1
11	10	4	26	8	1	5	12	5	10	27	4	5	3
11	10	6	26	8	3	7	12	6	0	27	4	7	7

Chûte.			Vîteſſe.				Chûte.			Vîteſſe.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
12	6	2	27	4	9	8	13	1	8	28	0	11	1
12	6	4	27	4	11	10	13	1	10	28	1	1	2
12	6	6	27	5	2	0	13	2	0	28	1	3	3
12	6	8	27	5	4	2	13	2	2	28	1	5	5
12	6	10	27	5	6	6	13	2	4	28	1	7	7
12	7	0	27	5	8	8	13	2	6	28	1	9	8
12	7	2	27	5	10	10	13	2	8	28	1	11	10
12	7	4	27	6	1	0	13	2	10	28	2	1	11
12	7	6	27	6	3	2	13	3	0	28	2	4	0
12	7	8	27	6	5	3	13	3	2	28	2	6	2
12	7	10	27	6	7	5	13	3	4	28	2	8	4
12	8	0	27	6	9	9	13	3	6	28	2	10	6
12	8	2	27	6	11	11	13	3	8	28	3	0	6
12	8	4	27	7	2	1	13	3	10	28	3	2	8
12	8	6	27	7	4	3	13	4	0	28	3	4	10
12	8	8	27	7	6	5	13	4	2	28	3	6	10
12	8	10	27	7	8	7	13	4	4	28	3	9	0
12	9	0	27	7	10	9	13	4	6	28	3	11	2
12	9	2	27	8	0	10	13	4	8	28	4	1	4
12	9	4	27	8	3	0	13	4	10	28	4	3	4
12	9	6	27	8	5	2	13	5	0	28	4	5	6
12	9	8	27	8	7	4	13	5	2	28	4	7	8
12	9	10	27	8	9	6	13	5	4	28	4	9	8
12	10	0	27	8	11	8	13	5	6	28	4	11	10
12	10	2	27	9	1	10	13	5	8	28	5	2	0
12	10	4	27	9	4	0	13	5	10	28	5	4	0
12	10	6	27	9	6	2	13	6	0	28	5	6	2
12	10	8	27	9	8	4	13	6	2	28	5	8	4
12	10	10	27	9	10	6	13	6	4	28	5	10	4
12	11	0	27	10	0	8	13	6	6	28	6	0	6
12	11	2	27	10	2	9	13	6	8	28	6	2	7
12	11	4	27	10	4	11	13	6	10	28	6	4	9
12	11	6	27	10	7	1	13	7	0	28	6	6	10
12	11	8	27	10	9	3	13	7	2	28	6	8	11
12	11	10	27	10	11	5	13	7	4	28	6	11	1
13	0	0	27	11	1	7	13	7	6	28	7	1	1
13	0	2	27	11	3	9	13	7	8	28	7	3	3
13	0	4	27	11	5	11	13	7	10	28	7	5	5
13	0	6	27	11	8	1	13	8	0	28	7	7	5
13	0	8	27	11	10	3	13	8	2	28	7	9	7
13	0	10	28	0	0	3	13	8	4	28	7	11	7
13	1	0	28	0	2	5	13	8	6	28	8	1	9
13	1	2	28	0	4	7	13	8	8	28	8	3	9
13	1	4	28	0	6	9	13	8	10	28	8	5	11
13	1	6	28	0	8	11	13	9	0	28	8	7	11

Chûte.			Vîtesse.				Chûte.			Vîtesse.			
pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.	pieds.	pouces.	lignes.	pieds.	pouces.	lignes.	points.
13	9	2	28	8	10	1	14	4	8	29	4	7	0
13	9	4	28	9	0	1	14	4	10	29	4	9	0
13	9	6	28	9	2	3	14	5	0	29	4	11	0
13	9	8	28	9	4	3	14	5	2	29	5	1	2
13	9	10	28	9	6	5	14	5	4	29	5	3	2
13	10	0	28	9	8	5	14	5	6	29	5	5	2
13	10	2	28	9	10	7	14	5	8	29	5	7	2
13	10	4	28	10	0	8	14	5	10	29	5	9	3
13	10	6	28	10	2	9	14	6	0	29	5	11	3
13	10	8	28	10	4	10	14	6	2	29	6	1	3
13	10	10	28	10	6	10	14	6	4	29	6	3	5
13	11	0	28	10	9	0	14	6	6	29	6	5	5
13	11	2	28	10	11	0	14	6	8	29	6	7	5
13	11	4	28	11	1	2	14	6	10	29	6	9	6
13	11	6	28	11	3	2	14	7	0	29	6	11	6
13	11	8	28	11	5	2	14	7	2	29	7	1	6
13	11	10	28	11	7	4	14	7	4	29	7	3	6
14	0	0	28	11	9	4	14	7	6	29	7	5	6
14	0	2	28	11	11	6	14	7	8	29	7	7	7
14	0	4	29	0	1	7	14	7	10	29	7	9	7
14	0	6	29	0	3	7	14	8	0	29	7	11	7
14	0	8	29	0	5	9	14	8	2	29	8	1	7
14	0	10	29	0	7	9	14	8	4	29	8	3	7
14	1	0	29	0	9	9	14	8	6	29	8	5	7
14	1	2	29	0	11	11	14	8	8	29	8	7	8
14	1	4	29	1	1	11	14	8	10	29	8	9	8
14	1	6	29	1	3	11	14	9	0	29	8	11	8
14	1	8	29	1	6	1	14	9	2	29	9	1	8
14	1	10	29	1	8	1	14	9	4	29	9	3	8
14	2	0	29	1	10	2	14	9	6	29	9	5	9
14	2	2	29	2	0	4	14	9	8	29	9	7	9
14	2	4	29	2	2	4	14	9	10	29	9	9	9
14	2	6	29	2	4	4	14	10	0	29	9	11	9
14	2	8	29	2	6	4	14	10	2	29	10	1	9
14	2	10	29	2	8	6	14	10	4	29	10	3	10
14	3	0	29	2	10	6	14	10	6	29	10	5	10
14	3	2	29	3	0	6	14	10	8	29	10	7	10
14	3	4	29	3	2	7	14	10	10	29	10	9	10
14	3	6	29	3	4	9	14	11	0	29	10	11	10
14	3	8	29	3	6	9	14	11	2	29	11	1	11
14	3	10	29	3	8	9	14	11	4	29	11	3	11
14	4	0	29	3	10	9	14	11	6	29	11	5	11
14	4	2	29	4	0	9	14	11	8	29	11	7	11
14	4	4	29	4	2	11	14	11	10	29	11	9	11
14	4	6	29	4	4	11	15	0	0	30	0	0	0

TABLE SECONDE de la pesanteur d'une colonne d'eau d'un pouce de diametre, qui auroit depuis un pied jusqu'à 400 de hauteur.

Pieds.	Livres.	onces.	gros.	Pieds.	Livres.	onces.	gros.	Pieds.	Livres.	onces.	gros.
1	0	6	1	45	17	3	5	89	34	1	1
2	0	12	2	46	17	9	6	90	34	7	2
3	1	2	3	47	17	15	7	91	34	13	3
4	1	8	4	48	18	6	0	92	35	3	4
5	1	14	5	49	18	12	1	93	35	9	5
6	2	4	6	50	19	2	2	94	35	15	6
7	2	10	7	51	19	8	3	95	36	5	7
8	3	1	0	52	19	14	4	96	36	12	0
9	3	7	1	53	20	4	5	97	37	2	1
10	3	13	2	54	20	10	6	98	37	8	2
11	4	3	3	55	21	0	7	99	37	14	3
12	4	9	4	56	21	7	0	100	38	4	4
13	4	15	5	57	21	13	1	101	38	10	5
14	5	5	6	58	22	3	2	102	39	0	6
15	5	11	7	59	22	9	3	103	39	6	7
16	6	2	0	60	22	15	4	104	39	13	0
17	6	8	1	61	23	5	5	105	40	3	1
18	6	14	2	62	23	11	6	106	40	9	2
19	7	4	3	63	24	1	7	107	40	15	3
20	7	10	4	64	24	8	0	108	41	5	4
21	8	0	5	65	24	14	1	109	41	11	5
22	8	6	6	66	25	4	2	110	42	1	6
23	8	12	7	67	25	10	3	111	42	7	7
24	9	3	0	68	26	0	4	112	42	14	0
25	9	9	1	69	26	6	5	113	43	4	1
26	9	15	2	70	26	12	6	114	43	10	2
27	10	5	3	71	27	2	7	115	44	0	3
28	10	11	4	72	27	9	0	116	44	6	4
29	11	1	5	73	27	15	1	117	44	12	5
30	11	7	6	74	28	5	2	118	45	2	6
31	11	13	7	75	28	11	3	119	45	8	7
32	12	4	0	76	29	1	4	120	45	15	0
33	12	10	1	77	29	7	5	121	46	5	1
34	13	0	2	78	29	13	6	122	46	11	2
35	13	6	3	79	30	3	7	123	47	1	3
36	13	12	4	80	30	10	0	124	47	7	4
37	14	2	5	81	31	0	1	125	47	13	5
38	14	8	6	82	31	6	2	126	48	3	6
39	14	14	7	83	31	12	3	127	48	9	7
40	15	5	0	84	32	2	4	128	49	0	0
41	15	11	1	85	32	8	5	129	49	6	1
42	16	1	2	86	32	14	6	130	49	12	2
43	16	7	3	87	33	4	7	131	50	2	3
44	16	13	4	88	33	11	0	132	50	8	4

Pieds.	Livres.	onces.	gros.	Pieds.	Livres	onces.	gros.	Pieds.	Livres.	onces.	gros.
133	50	14	5	178	68	2	2	223	85	5	7
134	51	4	6	179	68	8	3	224	85	12	0
135	51	10	7	180	68	14	4	225	86	2	1
136	52	1	0	181	69	4	5	226	86	8	2
137	52	7	1	182	69	10	6	227	86	14	3
138	52	13	2	183	70	0	7	228	87	4	4
139	53	3	3	184	70	7	0	229	87	10	5
140	53	9	4	185	70	13	1	230	88	0	6
141	53	15	5	186	71	3	2	231	88	6	7
142	54	5	6	187	71	9	3	232	88	13	0
143	54	11	7	188	71	15	4	233	89	3	1
144	55	2	0	189	72	5	5	234	89	9	2
145	55	8	1	190	72	11	6	235	89	15	3
146	55	14	2	191	73	1	7	236	90	5	4
147	56	4	3	192	73	8	0	237	90	11	5
148	56	10	4	193	73	14	1	238	91	1	6
149	57	0	5	194	74	4	2	239	91	7	7
150	57	6	6	195	74	10	3	240	91	14	0
151	57	12	7	196	75	0	4	241	92	4	1
152	58	3	0	197	75	6	5	242	92	10	2
153	58	9	1	198	75	12	6	243	93	0	3
154	58	15	2	199	76	2	7	244	93	6	4
155	59	5	3	200	76	9	0	245	93	12	5
156	59	11	4	201	76	15	1	246	94	2	6
157	60	1	5	202	77	5	2	247	94	8	7
158	60	7	6	203	77	11	3	248	94	15	0
159	60	13	7	204	78	1	4	249	95	5	1
160	61	4	0	205	78	7	5	250	95	11	2
161	61	10	1	206	78	13	6	251	96	1	3
162	62	0	2	207	79	3	7	252	96	7	4
163	62	6	3	208	79	10	0	253	96	13	5
164	62	12	4	209	80	0	1	254	97	3	6
165	63	2	5	210	80	6	2	255	97	9	7
166	63	8	6	211	80	12	3	256	98	0	0
167	63	14	7	212	81	2	4	257	98	6	1
168	64	5	0	213	81	8	5	258	98	12	2
169	64	11	1	214	81	14	6	259	99	2	3
170	65	1	2	215	82	4	7	260	99	8	4
171	65	7	3	216	82	11	0	261	99	14	5
172	65	13	4	217	83	1	1	262	100	4	6
173	66	3	5	218	83	7	2	263	100	10	7
174	66	9	6	219	83	13	3	264	101	1	0
175	66	15	7	220	84	3	4	265	101	7	1
176	67	6	0	221	84	9	5	266	101	13	2
177	67	12	1	222	84	15	6	267	102	3	3

Pieds.	Livres.	onces.	gros.	Pieds.	Livres.	onces.	gros.	Pieds.	Livres	onces.	gros.
268	102	9	4	313	119	13	1	358	137	0	6
269	102	15	5	314	120	3	2	359	137	6	7
270	103	5	6	315	120	9	3	360	137	13	0
271	103	11	7	316	120	15	4	361	138	3	1
272	104	2	0	317	121	5	5	362	138	9	2
273	104	8	1	318	121	11	6	363	138	15	3
274	104	14	2	319	122	1	7	364	139	5	4
275	105	4	3	320	122	8	0	365	139	11	5
276	105	10	4	321	122	14	1	366	140	1	6
277	106	0	5	322	123	4	2	367	140	7	7
278	106	6	6	323	123	10	3	368	140	14	0
279	106	12	7	324	124	0	4	369	141	4	1
280	107	3	0	325	124	6	5	370	141	10	2
281	107	9	1	326	124	12	6	371	142	0	3
282	107	15	2	327	125	2	7	372	142	6	4
283	108	5	3	328	125	9	0	373	142	12	5
284	108	11	4	329	125	15	1	374	143	2	6
285	109	1	5	330	126	5	2	375	143	8	7
286	109	7	6	331	126	11	3	376	143	15	0
287	109	13	7	332	127	1	4	377	144	5	1
288	110	4	0	333	127	7	5	378	144	11	2
289	110	10	1	334	127	13	6	379	145	1	3
290	111	0	2	335	128	3	7	380	145	7	4
291	111	6	3	336	128	10	0	381	145	13	5
292	111	12	4	337	129	0	1	382	146	3	6
293	112	2	5	338	129	6	2	383	146	9	7
294	112	8	6	339	129	12	3	384	147	0	0
295	112	14	7	340	130	2	4	385	147	6	1
296	113	5	0	341	130	8	5	386	147	12	2
297	113	11	1	342	130	14	6	387	148	2	3
298	114	1	2	343	131	4	7	388	148	8	4
299	114	7	3	344	131	11	0	389	148	14	5
300	114	13	4	345	132	1	1	390	149	4	6
301	115	3	5	346	132	7	2	391	149	10	7
302	115	9	6	347	132	13	3	392	150	1	0
303	115	15	7	348	133	3	4	393	150	7	1
304	116	6	0	349	133	9	5	394	150	13	2
305	116	12	1	350	133	15	6	395	151	3	3
306	117	2	2	351	134	5	7	396	151	9	4
307	117	8	3	352	134	12	0	397	151	15	5
308	117	14	4	353	135	2	1	398	152	5	6
309	118	4	5	354	135	8	2	399	152	11	7
310	118	10	6	355	135	14	3	400	153	2	0
311	119	0	7	356	136	4	4		Fin de la Table.		
312	119	7	0	357	136	10	5				

SECTION VIII.

De la maniere d'eſtimer le déchet cauſé par le bord des orifices.

491. Comme l'eau doit couler plus vîte vers le *milieu* des orifices que vers les *bords*, à cauſe qu'elle eſt retardée par la friction, c'eſt-à-dire, par le frottement que ces mêmes bords occaſionnent, il en doit moins ſortir d'un orifice quelconque pendant un tems déterminé qu'il en ſortiroit ſi tous ces filets avoient une vîteſſe uniforme, comme nous l'avons ſuppoſé juſqu'ici (428). Les dépenſes que donnent les calculs précédens ſont donc plus grandes que celles qu'on trouvera par l'expérience, & d'autant plus que les orifices ſeront petits, parce que les circonférences des cercles étant entr'elles comme les diametres, tandis que les ſuperficies ſont comme les quarrés des mêmes diametres, *les petits orifices ayant plus de circonférence à proportion que les grands, retarderont plus la viteſſe de l'eau par rapport à la quantité qui en devroit ſortir.*

Le bord de orifices retarde la viteſſe de l'eau, ainſi tous les calculs qu'on a rapportés ci-devant ſur leur meſure, ne ſont point exacts.

492. Pour ſçavoir quel eſt ce rapport, nous prendrons les quarrés des diametres pour les ſuperficies des orifices, & les côtés de ces quarrés pour leurs circonférences : ainſi nommant a le diametre du petit, & b celui du grand, on aura $\frac{a}{aa}$ pour le rapport du circuit du premier à ſa ſuperficie, & $\frac{b}{bb}$ pour le rapport du circuit du ſecond à ſa ſuperficie, qui ſe réduit à $\frac{1}{a}$ & $\frac{1}{b}$, d'où l'on tire $\frac{1}{a}, \frac{1}{b} :: b, a$, puiſque $\frac{a}{a} = \frac{b}{b}$, ou que $ab = ab$, qui montre *que le rapport du circuit du premier à ſa ſuperficie, eſt au rapport du circuit du ſecond à la ſienne réciproquement, comme le diametre du ſecond eſt au diametre du premier.*

Le rapport du déchet d'un orifice à ſa dépenſe naturelle, eſt au rapport du déchet d'un autre orifice à ſa dépenſe naturelle, dans la raiſon réciproque de leur diametre.

493. Il ſuit que *le rapport du déchet du premier orifice à ſa dépenſe naturelle, ſera au rapport du déchet du ſecond orifice à ſa dépenſe naturelle réciproquement, comme le diametre du ſecond eſt au diametre du premier.*

J'entends par *dépenſe naturelle*, celle qu'on trouvera par nos regles, en faiſant abſtraction de tout accident, & par *déchet* l'excès de la dépenſe naturelle au-deſſus de la dépenſe *effective* qu'on doit trouver par l'expérience.

Lorſque par une expérience on aura trouvé le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un certain orifice, on aura ce rapport pour un orifice quelconque, en diſant : *Comme le diametre de l'orifice propoſé eſt au diametre de celui de l'expérience, ainſi le rapport du déchet à la dépenſe naturelle qu'on a trouvé par cette expérience, eſt à un quatrieme terme, qui donnera ce que l'on demande.*

Expérience de M. Mariotte, *par laquelle il a trouvé qu'un tuyau de 13 pieds de hauteur dépenſoit par un orifice horizontal de 3 lignes de diametre 14 pintes d'eau en une minute.*

494. M. *Mariotte*, dans le ſecond diſcours de la troiſieme Partie de ſon *Traité du mouvement des eaux*, rapporte, page 145, qu'il a trouvé par un nombre d'expériences très-exactes, *qu'un orifice horizontal de 3 lignes de diametre étant de* 13 *pieds au-deſſus de la ſurface ſupérieure de l'eau d'un large tuyau, donnoit un pouce, c'eſt-à-dire, qu'il en ſortoit pendant le tems d'une minute* 14 *pintes, meſure de Paris, ou* 28 *liv.* (342). Comme c'eſt ſur cette expérience qu'il appuie tout le reſte de ſon Traité, je crois pouvoir m'en ſervir comme d'un principe certain; il ſeroit à ſouhaiter que cet Auteur, qui avoit une adreſſe merveilleuſe pour les expériences, nous en eût laiſſé d'autres ſur de plus grands orifices. Cependant on ne doit pas regarder comme un défaut, que celui dont nous allons nous ſervir n'ait eu que 3 lignes, parce que ſa circonférence étant fort grande par rapport à ſa ſuperficie, le déchet en ſera plus ſenſible, eu égard à la dépenſe naturelle. (491)

Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice de 3 linges, eſt comme 3 eſt à 10.

495. Pour comparer la dépenſe de cette expérience avec celle qu'on trouvera par nos regles, il faut chercher dans la premiere Table la vîteſſe acquiſe par une chûte de 13 pieds de hauteur, qui eſt de 27 pieds 11 pouces par ſeconde, ou de 1675 pieds par minute; diviſer ce nombre par 16, pour réduire la colonne d'eau à un pouce de diametre, ſa hauteur ſera de 104 pieds & environ 8 pouces, qui répond, dans la ſeconde Table, à 40 liv. 1 once, au lieu que M. *Mariotte* n'en a trouvé que 28 livres; *ce qui montre que dans ce cas la dépenſe naturelle eſt à la dépenſe effective, à-peu-près comme* 10 *eſt à* 7, *& que le déchet eſt à la dépenſe naturelle, comme* 3 *eſt à* 10, *par conſéquent il peut être exprimé par* $\frac{3}{10}$.

Formule générale pour trouver le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice quelconque.

496. Voulant connoître le rapport du déchet d'un orifice quelconque à ſa dépenſe naturelle, on dira : *Comme le diametre de l'orifice propoſé eſt à* 3 *lignes, diametre de l'orifice de l'expérience, ainſi* $\frac{3}{10}$, *rapport du déchet à la dépenſe naturelle trouvée par l'expérience, eſt à celui du déchet à la dépenſe naturelle pour l'orifice dont il s'agit,* (493) qui ſera exprimé par $\frac{9}{10 \times a}$, qui montre qu'*en général on*

aura toujours ce rapport pour un orifice quelconque, en multipliant le dénominateur de $\frac{9}{10}$ *par ſon diametre exprimé en lignes;* par exemple, s'il étoit de 2 pouces, ou de 24 lignes, la formule deviendra $\frac{9}{10 \times 24}$, qui ſe réduit à $\frac{3}{80}$.

497. On remarquera que lorſqu'*on a une fois trouvé le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un certain orifice, ce rapport demeure toujours le même, ſoit qu'on augmente, ou que l'on diminue la hauteur de l'eau,* parce qu'il eſt certain que le déchet augmente ou diminue dans la raiſon de la dépenſe naturelle, ou, ſi l'on veut, dans la raiſon de la racine des différentes hauteurs de l'eau. J'entends, par exemple, que ſi le tuyau dont M. *Mariotte* s'eſt ſervi avoit eu 26 pieds de hauteur, ou qu'il n'en eût eu que 6, au lieu de 13, le rapport du déchet à la dépenſe naturelle ſe ſeroit toujours trouvé pour un orifice de 3 lignes, celui de 3 à 10; ce qui montre qu'on peut avoir le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, ſans ſe mettre en peine de la hauteur de l'eau.

Le rapport du déchet à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, reſte toujours le même ſoit qu'on augmente ou qu'on diminue la hauteur de l'eau.

498. Quand on aura trouvé les deux termes qui marquent le rapport du déchet à la dépenſe naturelle, *on n'aura qu'à ſouſtraire le plus petit du plus grand, la différence donnera l'expreſſion de la dépenſe effective;* par conſéquent ſon rapport avec la dépenſe naturelle ſera de $\frac{77}{80}$ pour l'exemple de l'article 496.

Maniere de connoître la dépenſe effective, moyennant le rapport du déchet à la dépenſe naturelle.

Après avoir trouvé le rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle pour un orifice quelconque, il faut enſuite, avec le ſecours de nos deux Tables, chercher la dépenſe naturelle de cet orifice, relativement à la hauteur de l'eau, ſoit par ſeconde, ou par minute; ayant ces trois termes il ſera aiſé d'avoir la dépenſe effective. Par exemple, un réſervoir de 7 pieds 6 pouces de hauteur devant donner par un orifice de 2 pouces de diametre 32 livres 7 onces 5 gros d'eau, pour la dépenſe naturelle par ſeconde, (478) & venant de voir que le rapport de la dépenſe effective à la dépenſe naturelle de cet orifice étoit exprimée par $\frac{77}{80}$, on dira: Comme 80 eſt à 77, ainſi 32 livres 7 onces 5 gros, eſt à un quatrieme terme, qu'on trouvera de 31 livres 4 onces pour la dépenſe effective, par conſéquent le déchet eſt de 1 livre 3 onces 5 gros.

499. Pour qu'un réſervoir dépenſe *effectivement* une certaine

De quelle maniere on peut

suppléer au déchet.

quantité d'eau déterminée dans un tems donné, il faut, si l'on veut se servir de *l'orifice* qu'on trouvera par la méthode des articles 466, 480, augmenter *la hauteur de l'eau*, pour qu'ayant plus de *vitesse* elle fournisse dans le tems prescrit la dépense que l'on demande ; ou, si la hauteur de l'eau reste la même, *prolonger le tems* afin qu'il supplée au déchet ; ou, si l'on veut que le tems & la hauteur de l'eau demeurent les mêmes, trouver un *orifice* dont la dépense effective soit égale à celle qu'on demande. Nous allons examiner ces trois cas chacun en particulier.

Résolution du premier cas : en augmentant la hauteur de l'eau, pour que la dépense effective soit égale à la dépense naturelle.

500. Nommant e la dépense effective d'un certain orifice ; n, sa dépense naturelle ; h, la hauteur du réservoir ; & x, celle qu'il faudroit lui donner pour que la dépense effective fût égale à la dépense naturelle. Considérez que *les dépenses étant entr'elles comme les vitesses, ou comme les racines quarrées des hauteurs des réservoirs, lorsque les tems sont égaux, ainsi que les orifices*, (458) on aura u, $V :: e, n :: \sqrt{h}, \sqrt{x}$; ou $ee, nn :: h, x$; d'où l'on tire $\frac{nnh}{ee} = x$, qui montre que lorsqu'on a le rapport de la dépense effective à la dépense naturelle, il faut, pour avoir la hauteur qu'il convient de donner au réservoir pour suppléer au déchet, *quarrer les deux termes, multiplier le plus grand quarré par la hauteur de l'eau, & diviser le produit par le plus petit quarré.* Par exemple, dans l'expérience de M. *Mariotte*, où nous avons trouvé que par un orifice de 3 lignes de diametre, la dépense effective étoit à la dépense naturelle comme 7 est à 10, (495) voulant qu'il coule de cet orifice 20 pintes par minute, on aura $\frac{100 \times 13}{49} = x$, qui donne 26 pieds 6 pouces 4 lignes, & environ $\frac{2}{5}$ de ligne pour la hauteur de l'eau, qui est plus que le double de celle du tuyau dont il s'est servi.

501. On a vû (art. 479) que pour qu'un réservoir dépense 10 pintes en une seconde, par un orifice de 18 lignes de diametre, il falloit que la hauteur de l'eau fût de 8 pieds 10 pouces 10 lignes, en faisant abstraction du déchet ; mais voulant y avoir égard, il faut que la hauteur de l'eau soit plus grande que celle que nous avons trouvé, *dans la raison que la dépense naturelle est plus grande que l'effective.* Pour connoître ce rapport, il faut multiplier le dé-

nominateur de la fraction $\frac{9}{10}$ par 18 lignes, diametre de l'orifice, (496) ce qui donne $\frac{1}{20}$, d'où l'on tire $\frac{19}{20}$. (498) On dira donc : Comme 361 (quarré de 19) est à 400 (quarré de 20), ainsi la hauteur (8 pieds 10 pouces 10 lignes) est à celle qu'on cherche, qu'on trouvera de 9 pieds 10 pouces 5 lignes.

502. Prévenu que les réservoirs qui ont la même hauteur *dépensent par des orifices égaux des quantités d'eau dans la raison des tems de leur écoulement*, (457) on aura, pour le second cas, e, $n :: t$, x; d'où l'on tire $\frac{nt}{e} = x$, qui montre que pour avoir le tems de l'écoulement, afin que la dépense effective soit égale à la dépense naturelle, *il faut multiplier la dépense naturelle par le tems qui répond à la regle qu'on a fait, en ne tenant point compte des frottemens, & diviser le produit par la dépense effective.* Par exemple, nous avons trouvé (art. 481) que pour qu'un réservoir de 3 pieds de hauteur dépensât 40 pintes d'eau par un orifice de 6 lignes de diametre, il falloit que le tems de l'écoulement fût de 15 secondes & d'environ 37 tierces; mais comme ce tems doit être *prolongé*, il faut chercher le rapport des dépenses (496, 498) qu'on trouvera exprimé par $\frac{17}{20}$, & dire : Comme 17 est à 20, ainsi 15 $\frac{25}{41}$ secondes est au tems que l'on cherche, qui est de 18 secondes & environ 22 tierces.

Résolution du second cas : en augmentant la durée de l'écoulement.

503. De même ayant trouvé (art. 480) qu'un réservoir de 5 pieds de hauteur devoit avoir un orifice de 34 lignes 6 points $\frac{1}{4}$ pour dépenser 30 pintes par seconde, on aura *le tems* qui doit suppléer au déchet, en cherchant encore le rapport de la dépense effective à la dépense naturelle, qu'on trouvera exprimée par $\frac{112}{115}$, ensuite dire : Comme 112 est à 115, ainsi 60 tierces est au tems que l'on demande, qui est de 61 tierces $\frac{17}{28}$; ainsi des autres. Ces exemples montrent que plus les diametres des orifices seront grands, plus la dépense *naturelle* approchera d'égaler la dépense *effective* que doit donner l'expérience : ce qui prouve l'exactitude des regles que nous avons déduites du principe de la chûte des corps.

504. Pour avoir une formule qui convienne au troisieme cas, & généralement à tous ceux qu'on peut proposer relativement aux *modifications* auxquelles il faut avoir égard dans la pratique; considérez que *lorsque deux réservoirs ont la même hauteur*,

On peut prendre les dépenses effectives de deux orifices pour expri-

mer le rapport de leur superficie réduite. *leur dépense naturelle en tems égaux étant dans la raison des orifices*, (456) on pourra dire aussi que *les dépenses effectives sont entr'elles comme les superficies des mêmes orifices diminuées dans la proportion que leurs dépenses effectives sont moindres que les dépenses naturelles.*

PLAN. 6. FIG. 59. *Formule qui comprend généralement tout ce qui peut appartenir à la mesure des eaux.*

505. Supposant que le cercle AB représente un orifice provenant d'une expérience faite sur la dépense des eaux, divisant son diametre au point C, *dans la raison de la dépense effective au déchet;* nommant AB, a; & CB, b, le quarré DB (aa) exprimera la dépense naturelle; le rectangle FB (ab) le déchet, & le rectangle DC, ($aa - ab$) la dépense effective. De même, nommant d le diametre d'un autre orifice, dd exprimera sa dépense naturelle; & *comme les déchets sont entr'eux dans la raison des diametres*, on aura $a, d :: ab, bd$, d'où l'on tire $dd - bd$ pour l'expression de la dépense effective du second orifice.

Si l'on prend $aa - ab$, & $dd - bd$ pour exprimer le rapport des deux *orifices*, & Mm pour exprimer celui de leur *dépense*, on aura $M, m :: aa - ab, dd - bd$; lorsque les tems seront égaux, & que les réservoirs auront la même hauteur. (504) Nommant V la vîtesse de l'eau de l'orifice de l'expérience, dont la dépense est exprimée par M, & T le tems de l'écoulement; u la vîtesse de l'eau du second réservoir dont la dépense est exprimée par m, & t le tems de l'écoulement; on aura $M, m :: \overline{aa - ab} \times TV, \overline{dd - bd} \times tu$, puisque (par l'art. 447) *les dépenses sont dans la raison composée des orifices, des tems & des vitesses;* d'où l'on tire $\overline{aa - ab} \times TVm = \overline{dd - bd} \times tuM$, qui est une formule qui donnera celle des quatre grandeurs d, m, t, u qui sera inconnue.

Résolution du troisieme cas, à l'aide de la formule precédente.

506. Voulant avoir le *diametre* de l'orifice d'un réservoir dont on connoît *la hauteur*, ou la *vitesse*, pour qu'il dépense *effectivement* dans *un tems donné* une quantité *d'eau déterminée* & désignée par m, moyennant la connoissance de toutes les autres grandeurs que comprend la formule, on substituera x à la place de d, pour avoir $\overline{aa - ab} \times TVm = \overline{xx - bx} \times tuM$ qui se réduit à $\frac{1}{2}b + \sqrt{\frac{bb}{4} + \frac{TVm}{tuM} \times \overline{aa - ab}} = x$.

Application de la formule générale pour

507. Si le diametre de l'orifice, la hauteur du réservoir, ou la vîtesse de l'eau, & le tems étoient donnés, & que l'on voulût con-

noître la *dépenſe effective*, il faudra ſubſtituer x à la place de m pour avoir $\overline{aa - ab} \times TVx = \overline{dd - bd} \times tuM$, d'où l'on tire $x = \frac{dd - bd}{aa - ab} \times \frac{tuM}{TV}$. *trouver la dépenſe effective.*

508. Si le diametre de l'orifice, ſa dépenſe effective, & le tems étoient donnés, & qu'on voulût connoître la *viteſſe de l'eau* par ſeconde, afin d'en déduire la hauteur du réſervoir, il faudra mettre x à la place de u pour avoir $\frac{aa - ab}{dd - bd} \times \frac{TVM}{tM} = x$. *Autre application pour trouver la vîteſſe, ou la hauteur de l'eau.*

509. Enfin, ſi le diametre de l'orifice, la dépenſe, la vîteſſe, ou la hauteur du réſervoir, étoient donnés, & qu'on voulût connoître le *tems* de l'écoulement, on ſubſtituera x à la place de t, pour avoir $\frac{aa - ab}{dd - bd} \times \frac{TVm}{uM} = x$. *Autre application pour trouver le tems de l'écoulement.*

510. Lorſqu'il ſe rencontrera que quelques grandeurs *ſemblables* auront *la même valeur*, il faudra les effacer de la formule, qui devenant plus ſimple, rendra le calcul plus aiſé. Par exemple, on demande quel *diametre* il faudroit donner à l'orifice d'un réſervoir de 13 pieds de hauteur, pour que ſa dépenſe effective par minute ſoit *quadruple* de celle que M. *Mariotte* a trouvée; comme on aura $T = t$, $V = u$, & $\frac{M}{m} = \frac{4}{1}$; l'équation (506) ſera changée en celle-ci, $\sqrt{\frac{4aa - 4ab}{1} + \frac{bb}{4}} + \frac{b}{2} = x$; ayant $a = 3$ lignes, $b = \frac{9}{10}$, & $\frac{b}{2} = \frac{9}{20}$, faiſant le calcul, on trouvera que le diametre que l'on cherche doit être à-peu-près de $5\frac{1}{2}$ lignes, *au lieu de 6 qu'il ſemble qu'on devroit lui donner.* *Trouver le rapport que doivent avoir les diametres de deux orifices, pour que leurs dépenſes effectives ſoient en raiſon donnée.*

Pour montrer que l'orifice qu'on vient de trouver dépenſera effectivement le quadruple de celui de l'expérience, on dira: Comme 9 (quarré du diametre de 3 lignes) eſt à $30\frac{1}{4}$ (quarré du diametre, qu'on vient de trouver de $5\frac{1}{2}$ lignes); ainſi 40 liv. d'eau, (dépenſe naturelle du premier orifice) eſt à la dépenſe naturelle du ſecond, qu'on trouvera de 134 livres $\frac{4}{9}$. Pour en ſouſtraire le déchet, on multipliera le dénominateur $\frac{9}{10}$ par le diametre $5\frac{1}{2}$, on aura $\frac{9}{55}$ pour le rapport du déchet à la dépenſe naturelle. (496)

On dira donc : Comme 55 eſt à 46, ainſi $134\frac{4}{9}$, dépenſe naturelle du ſecond orifice, eſt à ſa dépenſe effective, qu'on trouvera de 112 livres & environ $\frac{1}{4}$, qui eſt un nombre quadruple de 28, c'eſt-à-dire, de la dépenſe effective du premier orifice, en négligeant les 4 onces que nous trouvons de plus, qui viennent de ce que le diametre a été eſtimé un peu plus grand qu'il ne devroit être, pour avoir ſuppoſé $\frac{49}{100} = \frac{1}{2}$.

Maniere de trouver géométriquement le diametre d'un orifice, en conſtruiſant la formule.

Fig. 60.

511. On aura dans toute la préciſion géométrique le diametre que l'on demande, en *conſtruiſant* l'équation $\sqrt{4aa - 4ab + \frac{bb}{4}} + \frac{b}{2} = x$. Pour cela, il faut tirer la ligne AB égale à $2a$, la prolonger de B en C, enſorte que BC ſoit égale à $2b$, décrire ſur AC, comme diametre, le demi-cercle ADC, élever la perpendiculaire BD, dont le quarré vaudra $4ab$, élever auſſi ſur l'extrémité A la perpendiculaire AF égale à $\frac{b}{2}$; tirer la ligne FB, dont le quarré vaudra $4aa + \frac{bb}{4}$; décrire ſur cette ligne le demi-cercle BHF, faire BH égale à BD, enſuite tirer la ligne FH qu'on prolongera de F en G de la longueur de FA; alors la ligne GH ſera *exactement* le diametre que l'on demande, puiſqu'on aura $\sqrt{\overline{FB}^2, (4aa + \frac{bb}{4}) - \overline{BH}^2 (4ab)} + GF\left(\frac{b}{2}\right) = GH\ (x)$.

Examen des orifices quarrés.

512. De quelque figure que ſoient les orifices, *ſemblables, ou non*, leur dépenſe naturelle étant toujours dans la raiſon de leur ſuperficie, & les déchets dans la raiſon de leur circuit, il ſuit que lorſque les ſuperficies ſeront comme les circuits, les dépenſes naturelles ſeront comme les déchets. C'eſt ce qui ſe rencontre lorſque de deux orifices, l'un eſt un cercle, & l'autre le quarré de ſon diametre; car nommant d le diametre, & c la circonférence, $\frac{cd}{4}$ ſera la ſuperficie du cercle, & $4d$, le circuit de ſon quarré; d'où l'on tire $\frac{cd}{4}$, dd :: c, $4d$, qui fait voir *que le rapport du déchet à la dépenſe naturelle d'un orifice quarré, qui auroit 3 lignes de côté*, peut encore être exprimé par $\frac{9}{10}$. Ainſi lorſque l'on voudra connoître ce rapport pour un orifice quarré quelconque, il faudra multiplier le dénominateur de $\frac{9}{10}$ par le côté du quarré réduit en lignes.

lignes. (496) Par exemple, pour un quarré d'un pouce on aura $\frac{9}{10 \times 12}$, ou $\frac{3}{40}$.

513. Si l'orifice étoit un *rectangle* compris sous les dimensions a & b, son *circuit* sera $2a + 2b$ & sa superficie ab, alors on aura, comme 12 lignes, (circuit du quarré de l'expérience) est à $2a+2b$, (circuit de l'orifice rectangulaire), ainsi 3, (expression du déchet du premier orifice) est à $\frac{a+b}{2}$ (déchet du second). D'autre part, comme 9, (superficie de 3 lignes du côté) est à ab, (superficie du rectangle), ainsi 10 (expression de la dépense naturelle du premier orifice) est à $\frac{10ab}{9}$ (expression de la dépense naturelle du second), ce qui donne $\frac{\frac{a+b}{2}}{\frac{10ab}{9}}$, ou $\frac{9 \times \frac{a+b}{2}}{10 \times ab}$, qui est une formule générale pour tous les orifices rectangulaires, qui montre que pour avoir le rapport du déchet à leur dépense naturelle, *il faut multiplier le numérateur de $\frac{9}{10}$ par la moitié de la somme des deux dimensions du rectangle réduites en lignes, & le dénominateur par la superficie du même rectangle exprimée en lignes quarrées.* *Examen des orifices rectangulaires.*

514. Si les dimensions de l'orifice étoient assez grandes pour être exprimées en pouces, la formule deviendra alors $\frac{3 \times \frac{a+b}{2}}{40 \times ab}$, qui montre que dans ce cas il faut multiplier le numérateur de $\frac{3}{40}$ (512) par la moitié de la somme des deux dimensions du pertuis exprimées en pouces, & le dénominateur par la superficie de l'orifice exprimée en pouces quarrés; comme on le verra lorsque nous ferons usage de cette derniere formule, pour calculer la dépense effective des *pertuis* pratiqués aux écluses.

515. Quand on aura trouvé le rapport du déchet à la dépense naturelle pour un orifice de quelque figure qu'il soit, & ensuite sa dépense effective, on la substituera dans la formule de l'article 505, pour découvrir quelqu'une des grandeurs qui y sera relative, & on agira comme nous avons fait pour les orifices circulaires.

516. Comme le *cercle* & le *quarré* sont les figures qui comprennent le plus d'étendue sous moins de circuit, on voit que les orifi- *Les orifices quarrés & circulaires cau-*

ſent moins de déchet que ceux de toute autre figure qui auroient la même ſuperficie.

ces faits ainſi cauſent moins de déchet que les autres qui auroient la même ſuperficie, au lieu que lorſqu'ils ſont *rectangulaires*, le déchet eſt d'autant plus grand, à ſuperficie égale, qu'une des dimenſions excédera l'autre.

Au reſte, voilà, ce me ſemble, ce que l'on peut dire de plus ſatisfaiſant pour unir la théorie à la pratique dans la meſure des eaux.

Il eſt eſſentiel d'avoir égard au déchet pour la diſtribution des eaux des fontaines d'une ville.

517. On voit la conſéquence d'avoir égard aux déchets pour diſtribuer les eaux avec économie, lorſqu'on eſt obligé d'amener à grand frais celles de pluſieurs *ſources*, ou de conſtruire des *machines* pour la tirer d'une riviere; parce que pour la partager à des communautés, ou à des particuliers, il faudra que chacun en ait une quantité proportionnée aux frais qu'il a fait pour ſa part de la dépenſe totale, ou de ce qu'il payera pour la dépenſe annuelle de l'entretien des eaux; ce qui demande beaucoup d'intelligence de la part de ceux qui en ſont chargés, autrement il arrive que l'un a plus & l'autre moins qu'il ne devroit avoir. Il y a bien des choſes à conſidérer ſur ce ſujet, que je réſerve de traiter ailleurs.

SECTION IX.

De la meſure des eaux qui coulent par des orifices rectilignes & verticaux.

L'eau qui ſort des orifices verticaux eſt chaſſée ſelon une direction horizontale, avec des vîteſſes qui peuvent être exprimées par les ordonnées d'une parabole.

PLAN. 7. FIG. 61.

518. Ayant un vaiſſeau priſmatique continuellement rempli d'eau, on a vu (362) que chacune de ſes *faces* étoit pouſſée ſelon une direction horizontale, par toutes les lames d'eau qu'elle ſoutient. Par conſéquent, ſi cette ſurface eſt percée de pluſieurs trous H, K, &c dans la verticale EF, l'eau qui en ſortira ſera chaſſée ſelon des directions horizontales, avec des vîteſſes qui pourront être exprimées par les racines des hauteurs EH & EK, ou par les ordonnées correſpondantes HI & KL d'une parabole EIG, puiſque la propriété de cette courbe donne (470) $\sqrt{EH}, \sqrt{EK} :: HI, KL$. Si l'on ſuppoſe le parametre de cette parabole de 60 pieds, les ordonnées HI & KL exprimeront non-ſeulement le rapport des vîteſſes de l'eau, mais auſſi les vîteſſes réelles par ſeconde des filets qui ſortiront par les trous H & K (470) que nous ſuppoſons fort petits. Alors connoiſſant en pieds, pouces & lignes, les hauteurs EH & EK, on aura, à l'aide de la premiere Table de la ſeptieme Section, les valeurs en pieds, pouces, lignes, des ordonnées HI & KL.

519. Il ſuit que ſi tous les filets d'eau qui ſortiront par un des ori-

fices H, ou K ont la même vîtesse, la dépense naturelle par seconde sera égale à une colonne qui auroit pour base le plan de l'orifice, & pour hauteur l'ordonnée qui lui répond.

La somme des vîtesses avec lesquelles toutes les lames d'eau renfermées dans un vaisseau, tendent à s'échapper par les côtés, peut être exprimée par le produit de la plus grande hauteur de l'eau, multiplié par les deux tiers de la racine de la même hauteur, ou par cette racine entiere multipliée par les deux tiers de la même hauteur.

520. Si l'on suppose l'axe EF de la parabole ELG, divisé en un nombre infini de parties égales, elles composeront une progression arithmétique infinie, c'est-à-dire, dont le plus petit terme sera zero, & le plus grand la hauteur EF de l'eau, qui exprimera en même tems le nombre des termes de cette progression. Tirant par chaque point de division une ordonnée HI, ou KL, en commençant du sommet E, toutes ces ordonnées étant dans la raison des racines de leurs abscisses, ou des racines des termes de la progression des parties de l'axe, on trouvera la somme de toutes ces racines de la même maniere que l'on trouve celles des ordonnées qui composent la superficie d'une parabole, *en multipliant l'axe EF par les deux tiers de la plus grande ordonnée FG. On aura donc aussi la somme de toutes les racines des abscisses correspondantes, ou celle de tous les termes de la progression, en multipliant l'axe EF par* $\frac{2}{3}\sqrt{EF}$, ou $\sqrt{EF}$ *par* $\frac{2EF}{3}$.

FIG. 65.

Pour démontrer la même regle indépendament de la parabole, considérez le triangle rectangle & isoscele EFG, dont la hauteur EF étant prise pour celle de l'eau, tous les élémens MN composeront les termes de la progression précédente, ou, si l'on veut, toutes les différentes hauteurs de l'eau prises depuis son niveau jusqu'au fond du vaisseau. Pour avoir la somme des racines de tous ces élémens, nous nommerons EF, h; EM, x; ainsi Mm sera dx, qui étant multiplié par $\sqrt{x}$ donne $dx\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}dx$ pour la somme des racines comprises dans le plan différentiel MmNn, dont l'intégrale donne $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, ou $\frac{2}{3}x \times \sqrt{x}$, ou $\frac{2}{3}h \times \sqrt{h}$ lorsque x devient égale à h.

521. Il suit que si l'on pratique dans la surface du vaisseau une fente verticale POEF d'une largeur uniforme, on aura l'expression de toutes les vîtesses de l'eau qui sortira par cette fente, *en multipliant la racine de la plus grande hauteur EF par les deux tiers de la même hauteur.* FIG. 61.

La vîtesse moyenne depuis la surface de l'eau jusqu'au fond,

522. Comme entre toutes les vîtesses interposées, il y en a une *moyenne*, qui étant multipliée par la grandeur qui en exprime le nombre, donne un produit égal à la somme des mêmes vîtesses, on voit *que cette vitesse moyenne est égale aux deux tiers de la plus*

est égale aux deux tiers de la plus grande, & la lame à laquelle elle appartient est située au-dessous du niveau de l'eau des quatre neuviemes de la plus grande hauteur.

grande ordonnée FG, ou à $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, quand on prendra les racines des abscisses, au lieu des ordonnées de la parabole.

523. Pour sçavoir à quel point de la hauteur EF doit répondre la vîtesse moyenne, il n'y a qu'à quarrer $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, on aura $\frac{4}{9}h$, qui montre que *la lame d'eau qui répond à la vitesse moyenne est au-dessous du niveau OB des quatre neuviemes de la hauteur entiere EF.*

FIG. 62.

Maniere de mesurer la dépense d'un pertuis vertical, dont le sommet répond au niveau de l'eau.

524. Quand on aura un pertuis rectangulaire ABCD, pratiqué dans une surface verticale, que ce pertuis régnera sur toute la hauteur de l'eau, il faut, pour avoir sa dépense pendant un certain tems, *multiplier la superficie du pertuis par les deux tiers de la plus grande ordonnée DG, ou par la vitesse uniforme dont un corps seroit capable pendant ce tems, après l'avoir acquise par une chûte CE égale aux quatre neuviemes de la hauteur de l'eau*, parce que la vîtesse EF sera égale aux deux tiers de la plus grande DG, puisqu'on a $\sqrt{CD}$, $\frac{2}{3}\sqrt{CD}$ :: DG, $\frac{2}{3}$ DG; ou que CD, $\frac{4}{9}$ CD :: $\overline{DG}^2$, $\frac{4}{9}\times\overline{DG}^2$.

525. Supposant que le pertuis ABCD ait 4 pieds de largeur, sur 13 pieds 1 pouce 6 lignes de hauteur, sa superficie sera de 52 pieds 6 pouces; & les quatre neuviemes de la hauteur de l'eau donneront 5 pieds 10 pouces, qui est une chûte qui répond, dans la premiere Table de la septieme Section, à une vîtesse de 18 pieds 8 pouces 6 lignes, qui étant multiplié par le produit précédent, donne 982 pieds cubes, 2 pouces 3 lignes, pour la quantité d'eau que le pertuis dépensera par seconde.

Maniere de mesurer la dépense d'une nappe d'eau droite, ou circulaire.

PLAN. 7. FIG. 67.

526. Quand on sera dans le cas de mesurer une *nappe d'eau*, comme celles qui se rencontrent dans la décoration des jardins de plaisance, ou comme celles qui se forment aux décharges d'une écluse d'une machine hydraulique, d'un canal, &c. *il faudra de même prendre la superficie du rectangle qui auroit pour base la longueur du bord, & pour hauteur celle de l'eau qui coule au-dessus du même bord, & en multiplier la superficie par la vitesse qui auroit pour chûte les quatre neuviemes de la hauteur précédente.*

527. Lorsqu'un vaisseau ABCD est percé par le fond, & que l'eau n'y est entretenue qu'à une hauteur médiocre GH, il arrive quelquefois qu'en sortant elle ne remplit pas entiérement le trou EF, laissant un vuide dans le milieu, formant un entonnoir NMIQLOP, qui donne lieu à une nappe circulaire dont *la dépense par seconde est égale au volume d'eau compris sous la circonférence du trou EF, sous la hauteur IK, & sous la ligne qui ex-*

primeroit la vitesse acquise par la chûte des quatre neuviemes de la hauteur IK.

528. Comme cette nappe n'a lieu que lorsque la somme des vîtesses de l'eau qui tend à remplacer celle de la colonne du milieu, est moindre que la vîtesse uniforme de la même colonne. Voici le rapport de ces deux vîtesses.

La vîtesse de l'eau qui sort d'un orifice pratiqué au fond du vaisseau, est à la vîtesse de celle qui s'empresse à la remplacer, comme le quart du diametre de l'orifice est aux deux tiers de la hauteur de l'eau, ou comme les trois huitiemes du même diametre est à la hauteur entiere de l'eau.

FIG. 67.

Nommant h, la hauteur IK de l'eau; d, le diametre EF du trou; c, sa circonférence; $\frac{cd}{4}$ en sera la superficie, laquelle représentant celle des lames qui s'échappent lorsque la colonne est entiere, on aura $\frac{cd}{4} \times \sqrt{h}$ pour la quantité d'eau qui sort à chaque instant (445). D'autre part la surface de la colonne sera ch, qui étant multipliée par $\sqrt{\frac{4}{9}h}$, ou par $\frac{2}{3}\sqrt{h}$, donne $\frac{2}{3}ch \times \sqrt{h}$ pour la somme des vîtesses de l'eau qui tend à remplacer la colonne; d'où l'on tire $\frac{cd}{4} \times \sqrt{h}, \frac{2}{3}ch \times \sqrt{h} :: \frac{d}{4}, \frac{2h}{3}$, *qui montre que la vitesse de l'eau à la sortie du tuyau est à la vitesse de celle qui s'empresse à la remplacer, comme le quart du diametre de l'orifice est aux deux tiers de la hauteur de l'eau.*

Si l'on multiplie les deux derniers termes de la proportion précédente par $\frac{3}{2}$, pour les rendre plus simples, on aura $\frac{d}{4}, \frac{2h}{3} :: \frac{3d}{8}, h$, qui montre encore *que la vitesse de l'eau de la colonne est à la vitesse de celle qui s'empresse à la remplacer, comme les trois huitiemes du diametre est à la hauteur de l'eau.* Ainsi faisant abstraction de tout accident, on voit que *quand la hauteur de l'eau sera plus grande que les trois huitiemes du diametre de l'orifice, sa dépense sera complette, & qu'au contraire lorsque la hauteur de l'eau sera moindre que les trois huitiemes du diametre, l'orifice ne sera pas rempli.*

529. Ceux qui ont écrit jusqu'ici sur le mouvement des eaux, ont insinué qu'il falloit que *l'orifice fût fort petit, par rapport à la base du vaisseau,* pour que la vîtesse de l'eau pût être exprimée par la racine de sa hauteur, sans faire nulle mention du rapport que cette hauteur devoit avoir avec le diametre de l'orifice; cependant c'est de ce rapport qu'elle doit dépendre, car un orifice pourroit être fort petit, eu égard à la superficie du fond, & le diametre fort grand par rapport à la hauteur de l'eau; alors la condition qu'on exige se rencontreroit sans que la regle eût lieu. Cela vient, comme je l'ai déja dit, (432) de ce qu'on s'est imaginé que c'étoit la co-

Pour que la dépense d'un orifice soit complette, il faut avoir plus d'égard au rapport du diametre de l'orifice à la hauteur de l'eau, qu'à celui de la superficie du mê-

me orifice à celle du fond du vaisseau.

lonne sans cesse renouvellée par l'eau supérieure qui fournissoit à la dépense, & qu'il falloit seulement prendre garde que l'orifice fût assez petit pour empêcher que cette colonne ne sortît tout à la fois, comme s'il étoit possible que l'eau d'alentour restât soutenue sans se répandre dans le vuide qu'elle laisseroit.

Lorsque l'eau n'a qu'une hauteur médiocre, & qu'elle coule par un orifice horizontal, il se forme un vuide au-dessus de l'orifice qui empêche que la dépense soit complette.

530. Pour voir si l'expérience seroit conforme à la regle précédente, je me suis servi d'une cuvette, dont le fond avoit environ un pied de superficie, percé d'un trou de 3 lignes de diametre; l'ayant entretenu pleine d'eau sur la hauteur de 4 pouces, j'ai répandu dessus un peu de sciure de bois, laissant couler l'eau pendant quelque tems, sans y rien ajouter, pour ne point l'agiter; sa surface est restée sans aucun mouvement sensible, mais on voyoit l'eau du fond couler vers l'orifice, & toute celle du vaisseau concourir à la dépense, ce qu'on appercevoit par le mouvement des petits corps que j'y avois plongé. Mais ce qui m'a fort surpris, c'est de voir que lorsque sa surface fut descendue d'environ 2 pouces, il s'est formé un petit espace vuide qui avoit la figure d'un tuyau, lequel se terminoit en pointe par le bas; à mesure que l'eau baissoit, ce vuide devenoit plus sensible, & son extrémité étant parvenue à l'orifice, il s'est fait un trou dans le milieu de l'eau, sa surface étant encore à 12 ou 13 lignes du fond.

J'ai répété la même expérience plusieurs fois, tantôt en laissant vuider le vaisseau sans y rien ajouter, tantôt en entretenant la surface à la distance du fond où le vuide étoit entiérement formé, quoique la hauteur de l'eau fût bien plus de trois huitiemes du diametre de l'orifice, la dépense n'étoit jamais complette. Ce qu'on trouvera de singulier, c'est qu'en agitant l'eau le vuide n'en subsistoit pas moins, allant en serpentant d'une largeur assez uniforme depuis en haut jusqu'à la sortie du trou. Quant à l'eau qui sortoit par l'orifice, & qui formoit une petite nappe circulaire, on voyoit qu'elle venoit de toutes les parties du vaisseau fournir à la dépense.

J'ai aussi fait cette expérience avec des vaisseaux beaucoup plus grands, m'en étant servi dont le fond avoit jusqu'à huit pieds de superficie, percé dans le milieu d'un orifice d'un pouce de diametre; j'ai toujours remarqué que lorsque la surface de l'eau n'étoit qu'à 5 ou 6 pouces du fond, le vuide traversoit l'orifice, & que l'eau à sa sortie formoit encore une nappe circulaire.

531. Ne pouvant concilier ces expériences avec le raisonnement des articles 527, 528, je me suis imaginé qu'il falloit que quelque cause étrangere à l'action naturelle de l'eau s'en mêlât, &

que ce ne pouvoit être que le poids de l'air qui répondoit au-dessus de l'orifice, lequel donnoit dans un certain cas à la colonne d'eau plus de force pour descendre que celle qui l'environne n'en pouvoit avoir pour la remplacer.

Pour sçavoir si ma conjecture étoit juste, j'ai mis un bout d'ais flotter sur l'eau avant que de la laisser couler, il ne s'est point formé de vuide, & aussi-tôt que je l'ai ôté il s'en est fait un comme auparavant. Si je le posois de nouveau, l'eau se réunissoit, parce que la planche étant beaucoup plus grande que l'orifice, avoit un trop grand nombre de points d'appui pour que l'air supérieur pût prendre aucun avantage sur celui de dessous. Ainsi il paroît que *ce n'est que dans le vuide où il arrive que la dépense d'un orifice pratiqué au fond d'un vaisseau sera complette lorsque les trois huitiemes de son diametre seront un peu moindres que la hauteur de l'eau, à moins qu'on ne fasse flotter un corps au-dessus de l'orifice.* FIG. 68.

532. Quand un orifice horizontal NO, est pratiqué à l'extrémité d'un tuyau recourbé EPLM, la hauteur IQ de la surface GH de l'eau, par rapport au diametre de l'orifice, est indifférente, parce que la partie recourbée TPVML du tuyau étant remplie, il ne peut arriver que l'air qui répond au niveau GH sorte par l'orifice ; cependant quoique l'eau soit entretenue au niveau GH, il ne faut pas conclure que sa vîtesse sera toujours exprimée par la racine de la hauteur IQ, parce que le diametre de l'orifice NO, celui de la crapaudine XY, la hauteur IQ, & la hauteur IK du niveau de l'eau au-dessus du fond AD du réservoir pourroient être tels que l'eau ne suffiroit pas à la dépense de l'orifice. Car de quelque hauteur que soit la ligne IQ, le réservoir n'en fournira jamais plus que celle qui peut sortir par le trou XY, & pour peu qu'on y fasse attention, on verra que *pour que le jet agisse pleinement, il faut que le produit du quarré du diametre NO de l'ajutage, & de la racine de la hauteur IQ du niveau du réservoir au-dessus de cet ajutage, soit au moins égal au produit de la racine de la hauteur GA, ou IK, de l'eau du réservoir par le quarré du diametre XY de la crapaudine, c'est-à-dire, que ces quatre termes doivent être réciproquement proportionnels.*

Pour que la dépense d'un orifice horizontal pratiqué à l'extrémité d'un tuyau recourbé soit complette, il faut, lorsque ce tuyau répond au fond d'un réservoir, que la racine de la hauteur de l'eau dans le réservoir, celle de la hauteur du niveau de l'eau au-dessus de l'orifice, le quarré du diametre de la crapaudine, & celui du diametre de l'orifice, soient réciproquement proportionnels.

Il ne faut donc plus s'étonner s'il arrive quelquefois que des réservoirs fort élevés au-dessus d'un ajutage ne forment qu'un jet d'une hauteur médiocre & fort éloignée de la proportion qu'il devroit avoir, eu égard à la résistance de l'air, parce que le passage de l'eau par la crapaudine étant toujours beaucoup plus petit que le cercle du tuyau de conduite, il n'en faut pas davantage pour em-

pêcher que ce tuyau ne ſoit toujours plein, & pour être cauſe que l'eau reſtera à une certaine hauteur RS, parce que la crapaudine n'en fournira qu'une certaine quantité qui fera que la dépenſe de l'orifice ſera relative à $\sqrt{RP}$, & non pas à $\sqrt{IQ}$. Nous reprendrons ce ſujet dans le ſecond volume, en parlant de la diſtribution des eaux pour la décoration des jardins.

Maniere de connoître la vîteſſe moyenne de la dépenſe d'un pertuis rectangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous du niveau de l'eau.

FIG. 66.

533. Quand le ſommet d'un pertuis rectangulaire ſe trouve au-deſſous du niveau de l'eau, comme MKLN, la ſomme de toutes les vîteſſes des lames d'eau qui en ſortiront pouvant être exprimée par les élémens du ſegment parabolique FHIG, il y en a un moyen OT, qui étant multiplié par la hauteur HF donnera un produit égal à la ſuperficie de ce ſegment. Comme la portion de cet élément déterminera la hauteur moyenne EO, voici comment on pourra la trouver.

Nommant EF, a; EH, b; HF, c; & la hauteur moyenne EO, x; la ſomme de toutes les vîteſſes dont ſont capables les lames ſur la hauteur EF ſera $\frac{2a}{3}\sqrt{a}$, & la ſomme de toutes les vîteſſes qui régnent ſur la hauteur EA ſera $\frac{2b}{3}\sqrt{b}$, (520) par conſéquent $\frac{2a}{3}\sqrt{a} - \frac{2b}{3}\sqrt{b}$, donnera la ſomme de toutes les vîteſſes des lames qui ſortiront du pertuis, qui étant égale au produit de la vîteſſe moyenne $\sqrt{EO}$ (x) par la hauteur HF (c), on aura $\frac{2a}{3}\sqrt{a} - \frac{2b}{3}\sqrt{b} = c\sqrt{x}$, qui étant quarré donne $\frac{4}{9}a^3 - \frac{4}{9} \times 2ab\sqrt{ab} + \frac{4}{9}b^3 = ccx$, ou $\frac{4}{9} \times \frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}}{cc} = x$; d'où l'on tire $9, 4 :: \frac{a^3 + b^3 - 2ab\sqrt{ab}}{cc}, x$; *qui montre que 9 eſt à 4, comme la ſomme des cubes de la plus grande & de la plus petite hauteur de l'eau par rapport au pertuis, moins le double de la racine quarrée du produit de ces deux cubes, la différence diviſée par le quarré de la hauteur du pertuis, eſt à la moyenne que l'on cherche.*

Si la hauteur EF (a) étoit de 8 pieds, la hauteur EH (b) de 6, la hauteur HF (c) ſera de 2 pieds; alors on aura 512 pour le premier cube, & 216 pour le ſecond, dont le produit donne 110592, duquel extrayant la racine quarrée, on la trouvera de $332\frac{11}{20}$, dont le double eſt de $665\frac{1}{10}$, qui étant ſouſtrait de 728, (ſomme des

des deux cubes) reste $62 \frac{9}{10}$, qui étant divisé par 4, quarré de la hauteur du pertuis, donne $15 \frac{29}{40}$ pour le troisieme terme de la proportion. On dira donc comme 9 est à 4, ainsi $15 \frac{29}{40}$ est à la hauteur qu'on demande, qu'on trouvera de 6 pieds 11 pouces 10 $\frac{2}{5}$ lignes, qui répond, dans la Table, à une vîtesse de 20 pieds 5 pouces 8 lignes 2 points.

534. Voici encore une autre maniere beaucoup plus simple de trouver la vîtesse moyenne de l'eau d'un pertuis rectangulaire. *Il faut chercher dans la premiere Table les vitesses qui répondent à la plus grande & à la plus petite hauteur de l'eau; multiplier chacune de ces vitesses par sa chûte, soustraire le second produit du premier, prendre les deux tiers de la différence, & diviser cette quantité par la hauteur du pertuis, le quotient donnera la vitesse qu'on demande.* Ainsi, pour l'exemple précédent, on trouvera que les vîtesses qui répondent aux chûtes de 8 & de 6 pieds donnent pour la premiere 21 pieds 10 pouces 10 lignes 9 points, & pour la seconde 18 pieds 11 pouces 8 lignes, qui étant multipliées chacune par leur chûte, il viendra 61 pieds 5 pouces 2 lignes pour la différence des produits, dout il faut prendre les deux tiers, qui étant divisés par deux pieds, hauteur du pertuis, donnent 20 pieds 5 pouces 8 lignes 6 points, pour la vîtesse moyenne par seconde, qui est à 4 points près la même que celle que nous avons trouvé par la regle précédente.

Autre maniere plus simple que la précédente, en se servant de la Table dont les chûtes donnent les vîtesses.

535. Supposant que la largeur du pertuis soit de 1 pied 6 pouces, sa superficie sera de 3 pieds quarrés, qui étant multipliés par la vîtesse moyenne donnent 61 pieds cubes 5 pouces 1 ligne 6 points, pour le volume d'eau de la dépense naturelle de ce pertuis par seconde.

Pour avoir le rapport du déchet à la dépense naturelle, il faut, selon l'article 514, multiplier le numérateur de la fraction $\frac{3}{40}$ par 21, moitié de la somme des dimensions du pertuis, réduite en pouces, & le dénominateur par 432 pouces, superficie du pertuis, on aura $\frac{7}{1920}$ pour le rapport que l'on demande, d'où l'on tire $\frac{1913}{1920}$ pour celui de la dépense effective à la dépense naturelle. On dira donc comme le dénominateur est au numérateur, ainsi la

Application de la regle précédente pour mesurer la dépense du même pertuis.

dépense naturelle qu'on vient de trouver est à la dépense effective.

Lorsque les pertuis ont plus d'un pied de superficie, comme sont ordinairement ceux des écluses, la dépense effective ne différant que très-peu de la dépense naturelle, on peut se dispenser d'avoir égard au déchet, parce que plus ces pertuis sont grands, & plus leurs circuits sont petits par rapport à leurs superficies.

La dépense d'un pertuis vertical peut être considérée selon la méthode de la Géométrie des indivisibles.

FIG. 66.

536. On peut encore considérer la masse d'eau qui sort par seconde du même pertuis, comme égale au volume d'un solide composé d'une infinité de plans, compris sous les élémens VX de sa superficie, & sous les ordonnées OT, correspondantes du segment parabolique FHIG, pourvu que le parametre de la parabole soit de 60 pieds, ou que la plus grande ordonnée FG, soit égale à la vîtesse par seconde qu'un corps peut acquérir en tombant de la hauteur EF. (470)

La dépense d'un pertuis vertical est égale à celle d'un pertuis horizontal de même superficie, qui répondroit à un réservoir qui auroit pour hauteur la hauteur moyenne.

537. Quand on a une fois trouvé la hauteur moyenne EO, l'on peut supposer que le fond du vaisseau passe le point O, comme fait ici le plan PQRS ; que ce fond est percé d'un trou horizontal *mkln*, égal au pertuis, & résoudre tous les cas qu'on peut proposer pour les pertuis verticaux de la même maniere que s'ils étoient horizontaux, & suivre ce qui a été enseigné dans la septieme & la huitieme Section.

Ce n'est que par le calcul intégral que l'on peut parvenir à mesurer la dépense des pertuis verticaux qui ne sont point rectangulaires.

538. Comme ce n'est que par le calcul intégral que l'on peut parvenir à connoître la somme de tous ces plans, je ne puis me dispenser d'y avoir recours pour résoudre les questions que l'on va voir, les ayant tenté vainement par la méthode des Anciens.

Bien des gens qui n'entendent point ce calcul, seront peut-être peu satisfaits de voir que j'en ai rempli tout le reste de cette Section & la suivante, mais c'est une occasion de leur en faire sentir l'utilité, dans les choses mêmes qui sont de pure pratique. Cependant comme les nouveaux calculs deviennent fort à la mode, & qu'on en connoît plus que jamais la nécessité, je me flatte que ceux qui ne les ont pas familiers seront bien aises d'en trouver une application aussi étendue que celle que je donne, n'ayant rien négligé pour me faire entendre. J'ai même cité les endroits de l'*Analyse démontrée du Pere Reynau*, où l'on trouve expliquées les méthodes dont je me sers, afin que les commençans puissent y avoir recours. Quant à ceux qui voudront se contenter de ce qui peut leur être utile, j'ai tâché de les satisfaire, en rapportant les regles que l'on déduit des mêmes calculs dont il pourront faire

usage avec la confiance que la plûpart ont pour les maximes de la Géométrie pratique, quoiqu'ils ignorent la théorie d'où elles ont été tirées.

Quand on connoît la dépense d'un pertuis vertical en pieds, ou pouces cubes; il faudra la diviser par la superficie du pertuis, pour avoir la vîtesse moyenne.

539. Lorsqu'on sera parvenu, par quelque moyen que ce soit, à connoître la dépense d'un pertuis vertical, quelle qu'en soit la figure, divisant cette dépense par la superficie du pertuis, on aura la vîtesse moyenne pendant le tems de l'écoulement.

Application du calcul intégral à la mesure de la dépense des orifices rectangulaires & verticaux.

PLAN. 7. FIG. 62.

540. Pour connoître, indépendamment de ce qui précede, le volume d'eau que dépensera le pertuis rectangulaire ABCD, dont le sommet BC répond au niveau de l'eau, nous nommerons a, la vîtesse DG pendant la durée de l'écoulement; b, la base AD, ou l'élément HE du rectangle; h, la hauteur CD; p, le parametre de la parabole; y, l'ordonnée EF; x, l'abscisse CE; ainsi Ee sera dx qui étant multiplié par y, & le produit par b, donne $bydx$, pour l'élément differentiel du solide. Comme on tire de l'équation de la parabole $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = y$, substituant la valeur d'y, on aura $bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, dont l'intégrale donne $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}}{3}$, ou $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} h^{\frac{3}{2}}}{3}$, lorsque $x = h$; & comme l'on a, dans ce cas, $ph = aa$, ou $p^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} = a$, on aura par conséquent $\frac{2abh}{3} = \frac{2a}{3} \times bh$, qui montre (comme dans l'article 524) *qu'il faut multiplier la superficie du pertuis par les deux tiers de la plus grande vitesse.*

FIG. 66.

Pour avoir la dépense d'un pertuis rectangulaire placé au-dessous du niveau de l'eau, il faut multiplier la plus grande & la plus petite vîtesse, chacune par leur chûte, soustraire le second produit du premier, & multiplier la diffé-

541. Pour avoir de même le volume d'eau que dépensera le pertuis MKLN, nous nommerons FG, a; MN, ou VX, b; EH, c; HF, h; EF, $n = c + h$; HI, q; le parametre de la parabole p; l'ordonnée OT, y; HO, x; ainsi Oo sera dx, qui étant multiplié par y, & le produit par b, donne $bydx$ pour la differentielle du solide.

Comme on tire de l'équation $cp + px = yy$, cette autre $x = \frac{yy}{p} - c$, dont la differentielle est $dx = \frac{2ydy}{p}$, substituant la valeur de dx dans $bydx$, on aura $\frac{2by^2dy}{p}$, dont l'intégrale donne $\frac{2by^3}{3p} = \frac{2b}{3p} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{cp + px}$; supposant $x = 0$, (*) il restera $\frac{2bc}{3}$

(*) *Analyse démontrée, art. 664, page 726.*

rence par les deux tiers de la largeur du pertuis.

$\times \sqrt{cp} = \frac{2bcq}{3}$, parce que $\sqrt{cp} = q$. Or si l'on ajoute $\frac{2bcq}{3}$ avec le signe contraire à l'expression du solide, on aura $\frac{2b}{3p} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{cp + px} - \frac{2bcq}{3}$ pour l'intégrale complette ; & comme on a $c + x = n$, & $\sqrt{cp + px} = a$, lorsque $x = h$, le solide sera alors exprimé par $\frac{2abn - 2bcq}{3} = \frac{2b}{3} \times \overline{an - cq}$, qui montre *qu'il faut multiplier la plus grande & la plus petite vitesse, chacunes par leur chûte, soustraire le second produit du premier, & multiplier la différence par les deux tiers de la largeur du pertuis.* Ce qui est bien évident, puisque si l'on divise $\frac{2abn - 2bcq}{3}$ par bh, superficie du pertuis, (539) on aura $\frac{2an - 2cq}{3h}$ pour la vîtesse moyenne, qui se trouve exprimée par les mêmes grandeurs dont on a fait mention dans l'article 534.

FIG. 63. *La dépense d'un pertuis triangulaire dont la base est horizontale, & dont le sommet répond au niveau de l'eau, se trouve en multipliant la superficie du triangle par les deux cinquiemes de la plus grande vîtesse de l'eau pendant la durée de l'écoulement.*

542. Ayant un triangle rectangle ABD, dont la hauteur BA sert d'axe à une parabole BIC, on demande l'expression du solide formé par la somme de tous les plans compris sous les élémens FG du triangle, & sous les ordonnées correspondantes GI de la parabole. Nommant AC, a; DA, b; BA, c; le parametre de la parabole, p; GI, y; & BG, x; Gg sera dx; & à cause des triangles semblables BAD, BGF, on aura $c, b :: x, \frac{bx}{c} =$ GF, qui étant mutiplié par GI (y), & le produit par Gg (dx) donne $\frac{bxydx}{c}$ pour l'élément différentiel du solide que l'on cherche.

Comme la propriété de la parabole donne $px = yy$, ou $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = y$, substituant la valeur d'y dans $\frac{bxydx}{c}$, on aura $\frac{bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} dx}{c}$, dont l'intégrale donne $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{5c}$, ou $\frac{2bx^2 y}{5c}$, après avoir mis y en la place de $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, ou $\frac{2abc}{5}$, lorsque $x = c$, & $y = a$, qui montre que *lorsqu'on aura un pertuis triangulaire, dont le sommet aboutira à la surface de l'eau, il faut, pour avoir sa dépense, prendre les deux cinquiemes du parallelepipede compris sous la hauteur & la base du triangle, & sous la ligne qui exprimera la plus grande vitesse de l'eau pendant la durée de l'écoulement.*

Fig. 64. Quand la base du pertuis triangulaire répond au niveau de l'eau, on en aura la dépense en multipliant sa superficie par les quatre quinziemes de la plus grande vîtesse.

543. Si le triangle étoit disposé d'un sens *opposé* au précédent, on aura, à cause des triangles semblables, AB (c), BD (b) :: AG ($c - x$), GF $\left(\frac{bc - bx}{c}\right)$, qui étant multiplié par ydx, ou par $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, donne $bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx - \frac{bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} dx}{c}$, dont l'intégrale donne $\frac{2bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2bp^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}}}{5c}$. Mettant y à la place de $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$, on aura $\frac{2byx}{3} - \frac{2byx^2}{5c}$, ou $\frac{2abc}{3} - \frac{2abc}{5}$ quand $x = c$, & $y = a$, qui étant réduite donne $\frac{4abc}{15}$, qui montre que *lorsque la base d'un pertuis triangulaire répond au niveau de l'eau, sa dépense est égale aux quatre quinziemes du parallelepipede compris sous la base & la hauteur du triangle, & sous la ligne qui mesure la plus grande vitesse de l'eau pendant la durée de l'écoulement.*

Preuve de l'exactitude des calculs précédens.

544. Pour être convaincu que $\frac{2abc}{5}$ & $\frac{4abc}{15}$ expriment exactement la dépense des deux pertuis précédens, en leur supposant les mêmes dimensions, il suffit de montrer que leur somme est égale au produit d'un rectangle compris sous les mêmes dimensions, & sous les deux tiers de la plus grande vîtesse; (524, 540) ce qui est bien évident, puisque ces deux termes étant réduits en même dénomination, donnent $\frac{6}{15}$ abc, $\frac{4}{15}$ abc, dont la somme est $\frac{10abc}{15}$, ou $\frac{2}{3}$ abc.

Comme les triangles sont égaux lorsqu'ils ont la même base & la même hauteur, dans quelque situation que soient leurs côtés par rapport à leurs bases, on voit que quand ceux qui expriment la superficie du pertuis ne seroient pas rectangles, on pourra toujours les supposer tels, afin que leurs élémens soient perpendiculaires à l'axe de la parabole. On peut aussi ajouter que si l'on avoit plusieurs pertuis triangulaires, semblablement disposés & de même hauteur, on pourroit les considérer comme n'en composant qu'un seul qui auroit pour base la somme de celle des triangles, & la hauteur commune.

Lorsqu'on a deux pertuis triangulaires, semblables & égaux, situés

545. Il suit que deux pertuis triangulaires qui auroient les mêmes dimensions, mais situés d'un sens opposé, dépenseront dans le même tems des quantités d'eau bien différentes, puisqu'elles se-

dans un ſens oppoſé, répondant au niveau de l'eau, leurs dépenſes ſont dans le rapport de 3 à 2.

ront l'une à l'autre comme $\frac{2}{5}$ eſt à $\frac{4}{15}$, ou comme 3 eſt à 2.

Je n'ai point rapporté d'application numérique des deux cas précédens, ni n'en donnerai point dans la ſuite, celles qui précedent étant plus que ſuffiſantes pour contenter ceux qui ont peine à comprendre les choſes ſans le ſecours des nombres, ils doivent même me tenir quelque compte d'avoir eu la patience de m'être conformé à leur goût.

FIG. 69 & 70.

Formule tirée des articles précédens pour la dépenſe des pertuis qui ont la figure d'un trapeze répondant au niveau de l'eau.

546. Il ſuit que lorſque les pertuis ſeront des trapezes dont les côtés BC, AD ſeront paralleles, ayant leur ſommet au niveau de l'eau, on aura la dépenſe du premier (Fig. 69) *en multipliant les deux tiers du rectangle EBGF, plus les deux cinquiemes de la ſomme des triangles AEB, FCD, par la plus grande viteſſe de l'eau.* (540, 542.)

547. On aura de même la dépenſe du ſecond, (Fig. 70) *en multipliant les deux tiers du rectangle BEFC, plus les quatre quinziemes de la ſomme des triangles AEB, FDC, par la plus grande viteſſe.*

FIG. 71 & 72.

Formule pour meſurer la dépenſe d'un pertuis triangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous de l'eau.

548. Si les deux triangles CEA ne répondoient pas au niveau de l'eau, que le ſommet du premier & la baſe du ſecond fuſſent au-deſſous du ſommet B de la parabole, il faudra alors multiplier les élémens de ces triangles par les ordonnées correſpondantes du ſegment parabolique AEFD. Nommant le parametre de la parabole p; AD, a; la baſe CA, ou CE, b; BE, c; EA, h; BA, n; EF, q; EH, x; HI, y; on aura, pour la figure 71 (à cauſe des triangles ſemblables) $h, b :: x, \frac{bx}{h} = GH$, qui étant multiplié par ydx, donne $\frac{bxydx}{h}$ pour la différentielle du ſolide; & comme on a $pc + px = yy$, ou $x = \frac{yy - pc}{p}$, dont la différentielle eſt $dx = \frac{2ydy}{p}$ mettant les valeurs d'x & de dx dans $\frac{bxydx}{h}$, il viendra $\frac{2by^4dy - 2pbcyydy}{pph}$ dont l'intégrale donne $\frac{2by^5}{5pph} - \frac{2bcy^3}{3ph}$, & mettant, à la place d'y^5 & d'y^3, leur valeur, il vient $\frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^2 \sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x} \sqrt{pc+px}$ $= \frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^2 \sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x} \sqrt{pc+px}$; & ſuppoſant $x = 0$, (*)

(*) *Analyſe démontrée, article 664, page 726.*

il reſte $\frac{2bcc}{5h}\sqrt{pc} - \frac{2bcc}{3h}\sqrt{pc} = -\frac{4bccq}{15h}$, qui étant ajouté avec le ſigne contraire, donne $\frac{2b}{5h} \times \overline{c+x}^2 \sqrt{pc+px} - \frac{2bc}{3h} \times \overline{c+x}\sqrt{pc+px} + \frac{4bccq}{15h}$.

Lorſque x deviendra égale à h, on aura $c+x=n$, & $\sqrt{pc+px} = a$, c'eſt pourquoi en ſubſtituant ces valeurs, il viendra, après avoir réduit les termes en même dénomination, $\frac{b}{15h} \times 6ann + 4ccq + 10acn$, pour l'expreſſion la plus ſimple du ſolide dont il s'agit, qui montre que *pour avoir la dépenſe d'un pertuis triangulaire, dont le ſommet eſt au-deſſous du niveau de l'eau ; il faut premiérement multiplier la plus grande viteſſe AD pendant la durée de l'écoulement par le ſextuple du quarré de la hauteur BA de l'eau ; ſecondement, multiplier la plus petite viteſſe EF pendant la durée de l'écoulement par le quadruple du quarré de la hauteur BE du niveau de l'eau au-deſſus du ſommet du pertuis, & ajouter ces deux produits enſemble; troiſiémement, multiplier la plus grande viteſſe AB par le décuple du rectangle compris ſous toute la hauteur BA de l'eau & ſous la partie BE, qui marque ſon niveau au-deſſus du ſommet du pertuis, ſouſtraire ce dernier produit de la ſomme des deux précédens, multiplier la différence par la baſe CA du pertuis, & diviſer ce dernier produit par le quindécuple de la hauteur EA du pertuis.* FIG. 71.

Pour être convaincu de la juſteſſe de la formule précédente, nous allons la découvrir d'une autre façon; pour cela, il faut du point B, mener la ligne BK parallele à CE, prolonger EF & CD pour former les triangles BLE, BKA, & le parallélogramme KLCE; regardant ces trois figures comme des pertuis, ſi l'on retranche de la dépenſe du plus grand KBA, celle des deux autres LBE & KLEC, la différence ſera la dépenſe du premier CEA.

Les triangles de cette figure étant ſemblables, on aura EA (h), AC (b) :: BE (c), EL $= \frac{bc}{h}$; d'autre part EA (h), AC (b) :: BA (n), AK $= \frac{bn}{h}$; ainſi le triangle BAK donnera $\frac{2abnn}{5h}$, le triangle BEL $\frac{2bccq}{5h}$ (540), & le parallélogramme KLCE $\frac{2abnc - 2bccq}{3h}$. (541) Si l'on ſouſtrait ces deux produits du premier,

on aura, après la réduction, $\frac{b}{15h} \times \overline{6ann + 4ccq - 10anc}$, qui comprend la même choſe que la formule.

Autre formule pour meſurer la même choſe lorſque le ſommet du triangle eſt en bas.

FIG. 72.

549. Quant au ſecond triangle CEA, (Fig. 72) nous ſervant des mêmes lettres, on aura AE (h), EC (b) :: AH ($h - x$), HG $= \frac{bh - bx}{h}$, qui étant multiplié par ydx, donne $\frac{bhydx - bxydx}{h}$; & tirant de l'équation à la parabole $x = \frac{yy}{p} - c$, & $dx = \frac{2ydy}{p}$ pour ſubſtituer les valeurs de x & de dx, on aura $\frac{2by^2dy}{p} - \frac{2by^4dy}{p^2h} + \frac{2bcy^2dy}{ph}$, dont l'intégrale eſt $\frac{2by^3}{3p} + \frac{2bcy^3}{3ph} - \frac{2by^5}{5p^2h}$ pour l'expreſſion du ſolide. Or ſi l'on ſubſtitue les valeurs d'y^3 & d'y^5, on aura $\frac{2b}{3p} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{cp + px} + \frac{2bc}{3ph} \times \overline{cp + px} \times \sqrt{cp + px} - \frac{2b}{5p^2h} \times \overline{cp + px}^2 \times \sqrt{cp + px}$. Suppoſant $x = 0$, il reſte $\frac{2bc}{3} \times \sqrt{cp} + \frac{2bcc}{3h} \times \sqrt{cp} - \frac{2bcc}{5h} \times \sqrt{cp} = \frac{2bcq}{3} + \frac{2bccq}{3h} - \frac{2bccq}{5h}$, qui étant ajouté à la grandeur précédente avec des ſignes contraires, donne $\frac{2abhn}{3h} + \frac{2abcn}{3h} - \frac{2abnn}{5h} + \frac{2bccq}{5h} - \frac{2bchq}{3h}$ pour l'intégrale complette lorſque $x = h$, ou que $n = c + h$, ou $n = c + x$, parce qu'on a alors $cp + px = aa = pn$.

Comme les deux premiers termes ne different que par les grandeurs h & c, & que les deux derniers ſe trouvent dans le même cas, ayant $h + c = n$, on aura $\frac{2abhn + 2abcn}{3h} = \frac{2abnn}{3h}$, & $\frac{2bchq}{3h} + \frac{2bccq}{3h} = \frac{2bcnq}{2h}$, qui donne, après la réduction, $\frac{2abnn}{3h} - \frac{2abnn}{5h} + \frac{2bccq}{5h} - \frac{2bcnq}{3h}$; réduiſant le tout à la même dénomination, on aura enfin cette formule $\frac{b}{15h} \times \overline{4ann + 6ccq - 10cnq}$, qui montre que *pour avoir la dépenſe d'un pertuis triangulaire diſpoſé d'un ſens oppoſé au précédent, il faut ajouter le produit du quadruple de la plus grande viteſſe AD par le quarré de la plus grande hauteur BA de l'eau, au produit du ſextuple de la plus petite viteſſe EF par le quarré de la plus petite hauteur BE de l'eau; il faut enſuite ſouſtraire de cette ſomme le produit du décuple de la plus petite viteſſe*

teſſe EF par le rectangle compris ſous la plus grande hauteur BA de l'eau & ſous la plus petite BE, multiplier la différence par la baſe CE du triangle, & diviſer ce dernier produit par le quindécuple de la hauteur EA du même triangle.

Pour montrer encore l'exactitude du calcul précédent, par conſéquent la juſteſſe de la formule que nous en avons déduit, il faut prolonger le côté AC juſqu'à la rencontre de la ligne BL menée parallele à CF, afin d'avoir les triangles ſemblables ALB & ACE, qui donnent AE (h), EC (b) :: AB (n), BL $= \frac{bn}{h}$. Si de la dépenſe du triangle ALB, qui eſt exprimée par $\frac{4abnn}{15h}$ (543), on retranche celle du trapeze CLBE qui eſt exprimée par $\frac{4bccq}{15h} + \frac{2bcq}{3}$, (548) on aura $\frac{4abnn}{15h} - \frac{4bccq}{15h} - \frac{2bchq}{3h}$ pour la dépenſe du triangle ACE, après avoir multiplié le numérateur & le dénominateur du troiſieme terme par h. Or comme on a $n + c = h$, par conſéquent $\frac{2bchq}{3h} = \frac{2bcnq}{3h} - \frac{2bccq}{3h}$, ſi à la place du troiſieme terme on met ſa valeur, on aura, après la réduction, $\frac{b}{15h} \times \overline{4ann + 6qcc - 10qcn}$ qui comprend les mêmes choſes que la formule. PLAN 7. FIG. 72.

On tirera des deux formules précédentes & de l'article 541, les regles qu'il faudra ſuivre pour avoir la dépenſe des pertuis qui auront la figure d'un trapeze placé au-deſſous du niveau de l'eau, de la même maniere que nous en avons uſé dans les articles 546, 547; ce qui eſt fort utile pour meſurer la quantité d'eau qui coule dans les rivieres, ruiſſeaux & aqueducs, en faiſant abſtraction des frottemens qui en retardent la vîteſſe. Ainſi l'on voit qu'il ne faut pas regarder ce que je viens de dire ſur les pertuis triangulaires comme de ſimples curioſités : on en trouvera l'application dans la ſeconde Partie de cet Ouvrage.

SECTION X.

De la meſure des eaux qui coulent par des orifices verticaux & circulaires.

550. Cette Section va nous donner de nouveaux motifs d'admirer la fécondité de la Géométrie de *l'infini*, à laquelle ſeule il étoit réſervé de fournir des méthodes pour meſurer la dépenſe *Pour avoir la dépenſe d'un pertuis circulaire & verti-*

eal, dont le ſommet répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré de ſon diametre par les huit quinziemes de la plus grande viteſſe de l'eau.

FIG. 73.

des orifices circulaires & verticaux, ce qui paroît n'avoir été tenté par aucun de ceux qui ont écrit ſur le mouvement des eaux.

Pour rendre nos calculs plus commodes, nous n'aurons égard qu'aux ſolides formés par la ſomme des produits des élémens d'un demi-cercle, & par les ordonnées correſpondantes de la parabole, parce que le diametre du demi-cercle étant vertical, ce ſolide ſera exactement la moitié de celui qui doit exprimer la dépenſe du cercle entier.

Ayant un demi-cercle AEB, & une demi-parabole AFD qui a pour axe le diametre AB, on demande quel ſera le ſolide formé par la ſomme de tous les plans compris ſous les élémens LP du demi-cercle, conſidéré comme la largeur des lames d'eau, & ſous les ordonnées correſpondantes PM qui expriment la vîteſſe de ces lames pendant un tems déterminé. (536)

Nommant a la plus grande ordonnée BD; r, le rayon du demi-cercle; x, la coupée AP; Pp ſera dx; & LP ſera $\sqrt{2rx - xx}$, par la propriété du cercle. D'autre part, celle de la parabole donnera AB $(2r)$, AP (x) :: $\overline{BD}^2$ (aa), $\overline{PM}^2 = \frac{aax}{2r}$; ſuppoſant, pour abréger, $\frac{aa}{2r} = c$, on aura $PM \times PL = \sqrt{cx} \times \sqrt{2rx - xx}$, ou $\sqrt{2rcx^2 - cx^3} = x\sqrt{2rc - cx}$, qui étant multiplié par dx, donne $xdx\sqrt{2rc - cx}$, ou $xdx \times \overline{2rc - cx}^{\frac{1}{2}}$ pour l'élément du ſolide, qui eſt une différentielle binome, (*) dont l'intégrale eſt *exacte* ou *finie, puiſque l'expoſant de la changeante qui eſt hors du ſigne, étant augmenté de l'unité, eſt un multiple de l'expoſant de la même changeante ſous le ſigne.*

Pour en trouver l'intégrale, nous ſuppoſerons $\overline{2rc - cx}^{\frac{1}{2}} = z$, d'où l'on tire $2rc - cx = zz$, ou $x = 2r - \frac{zz}{c}$, dont la différentielle eſt $dx = -\frac{2zdz}{c}$. Or ſi l'on met à la place de x & de dx leurs valeurs dans $xdx\sqrt{2rc - cx}$, on aura $2r - \frac{zz}{c} \times -\frac{2zdz}{c}$, ou $-\frac{4rz^2dz}{c} + \frac{2z^4dz}{cc}$, dont l'intégrale eſt $-\frac{4rz^3}{3c} \times \frac{2z^5}{5cc}$.

Mais l'on a $z = \overline{2rc - cx}^{\frac{1}{2}}$, donc $z^3 = \overline{2rc - cx}^{\frac{3}{2}}$, & $z^5 = \overline{2rc - cx}^{\frac{5}{2}}$;

(*) *Analyſe démontrée, articles 669 & 687.*

ſi l'on met la valeur de z^3 & de z^5 dans l'intégrale, elle deviendra $\frac{2}{5cc} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{5}{2}} - \frac{4r}{3c} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{3}{2}}$, que l'on peut mettre ſous cette autre forme $\frac{2}{5cc} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}} - \frac{4r}{3c} \times \overline{2rc-cx} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$; ou bien il viendra, en élevant les quantités qui ont des expoſans entiers aux puiſſances dont ils ſont les expoſans, $\frac{8^2 - 8x + 2x^2}{5} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}} - \frac{8r^2 + 4rx}{3} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$. Ajoutant enſemble les grandeurs qui multiplient $\overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$, on aura $\frac{8r^2 - 8rx + 2x^2}{5} - \frac{8r^2 + 4rx}{3} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$, qui étant réduit en même dénomination, donne $\frac{24r^2 - 24rx + 6x^2 - 40r^2 + 20rx}{15} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}} = - \frac{16r^2 - 4rx + 6x^2}{15} \times \overline{2rc-cx}^{\frac{1}{2}}$, qui eſt l'intégrale que l'on cherche. Pour s'en aſſurer, il n'y a qu'à prendre la différentielle (*), & l'on trouvera $xdx\sqrt{2rc-cx}$, toute réduction faite, qui eſt l'élément différentiel du ſolide. Pour voir ſi l'intégrale eſt *complette*, il faut ſuppoſer $x = 0$, alors il reſtera $-\frac{16r^2}{15} \times \overline{2rc}^{\frac{1}{2}}$ qui étant retranché, l'on aura, pour l'intégrale complette, $-\frac{16r^2 - 4rx + 6x^2}{15} \times \sqrt{2rc-cx} + \frac{16r^2}{15} \times \sqrt{2rc}$.

Si l'on ſuppoſe $x = 2r$, on aura $-\frac{16r^2 - 8r^2 + 24r^2}{15} \times \sqrt{2rc-2rc} + \frac{16r^2}{15} \times \sqrt{2rc}$, qui ſe réduit à $\frac{16r^2}{15}\sqrt{2rc}$; ſubſtituant à la place de c, ſa valeur $\frac{aa}{2r}$, on aura $\frac{16r^2}{15}\sqrt{\frac{2raa}{2r}} = \frac{16}{15}r^2a$, qui fait voir que *le ſolide dont il s'agit eſt les ſeize quinziemes du parallelepipede compris ſous le quarré du rayon & ſous la plus grande ordonnée ; ou, ce qui eſt la même choſe, les quatre quinziemes du parallelepipede compris ſous le quarré du diametre & ſous la plus grande ordonnée.* Ainſi pour avoir la dépenſe entiere par ſeconde d'un orifice circulaire dont le ſommet répond au niveau de l'eau, *il faut prendre les huit quinziemes du produit du quarré du diametre, par la viteſſe dont un corps ſeroit capable par ſeconde, l'ayant acquiſe par une chûte égale au diametre de l'orifice.* FIG. 73.

551. Pour avoir le ſolide formé par la ſomme des produits des élémens du quart de cercle AEC & des ordonnées correſpondantes de la parabole, il faut ſuppoſer $x=r$, & mettre cette valeur dans *Pour meſurer la dépenſe d'un pertuis en demi-cercle dont*

(*) *Analyſe des Infinimens petits, article 7.*

la circonférence répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré du rayon par les quatre cinquiemes de la plus grande vîtesse.

$\frac{6x^2 - r4x - 16r^2}{15} \times \sqrt{2cr - cx} + \frac{16r2^2}{15} \times \sqrt{2cr}$, il viendra, après la réduction, $\frac{16r^2}{15}\sqrt{2rc} - \frac{14r^2}{15}\sqrt{rc} = \frac{4}{15} \times \overline{AB}^2 \times BD - \frac{14}{15}\overline{CE}^2 \times CF$, parce qu'ayant $c = \frac{aa}{2r}$, on aura $\sqrt{2cr} = a = BD$, & $\sqrt{cr} = \sqrt{\frac{aa}{2}} = CF$, qui montre que *pour avoir la dépense d'un orifice qui auroit la figure d'un quart de cercle, situé comme AEC, il faut multiplier le quarré du diametre par le quadruple de la vitesse BD, répondant à l'extrémité du même diametre, soustraire de ce produit celui du quarré du rayon par 14 fois la valeur de la vitesse qui répond au centre, & prendre la quinzieme partie de la différence.*

PLAN. 7 & 8. FIG. 73 & 74.

552. Le quarré de BD étant double de celui de CF, BD sera à CF, comme la diagonale d'un quarré est à son côté, ou à-peu-près comme 7 est à 5. Ainsi on aura $CF = \frac{5a}{7}$, par conséquent $\frac{16}{15} rra - \frac{14}{15} rr \times \frac{5a}{7}$, ou $\frac{16}{15} rra - \frac{2}{3} rra = \frac{16}{15} rra - \frac{10}{15} rra = \frac{6}{15} rra = \frac{2}{5} rra$, qui montre encore *que la dépense du quart de cercle supérieur est les deux cinquiemes du volume d'eau qui auroit pour base le quarré du rayon & pour hauteur la plus grande vitesse, pendant la durée de l'écoulement, & que la dépense du quart de cercle inférieur est les deux tiers du même volume:* ainsi ces deux dépenses sont comme $\frac{2}{5}$ est à $\frac{2}{3}$, ou comme 5 est à 3.

Lorsque le diametre du demi-cercle répond au niveau de l'eau, on trouvera la dépense en multipliant le quarré du rayon par la moitié de la plus grande vîtesse.

PLAN. 8. FIG. 74.

553. Lorsque l'orifice est un demi-cercle dont le diametre répond au niveau de l'eau, on ne peut avoir sa dépense que par approximation, comme on en va juger.

Nous servant des mêmes lettres que ci-devant, on aura $\sqrt{rr - xx} = BI$, & $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} = IG$, par conséquent $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \times \sqrt{rr - xx}$ pour l'élément différentiel du solide dont il s'agit. Mais comme on ne peut avoir l'intégrale exacte de cette différentielle, à cause de $\sqrt{rr - xx}$, il faudra extraire la racine quarrée de cette grandeur par *approximation*, suivant la méthode ordinaire; & si l'on se borne à *une suite* de quatre termes, qui me paroît suffisante pour l'usage que nous en faisons ici, on aura $\sqrt{rr - xx} = r - \frac{xx}{2r} - \frac{x^4}{8r^3} - \frac{x^6}{16r^5}$, (*)

(*) *On trouvera la même chose en se servant de la Table de l'Analyse démontrée, page 410.*

par conséquent $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \sqrt{rr - xx} = p^{\frac{1}{2}} rx^{\frac{1}{2}} dx - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{5}{2}} dx}{2r} - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{9}{2}} dx}{8r^3} - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{13}{2}} dx}{16r^5}$. Prenant l'intégrale de cette suite, il vient $\frac{2p^{\frac{1}{2}} rx^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{7}{2}}}{7r} - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{11}{2}}}{44r^3} - \frac{p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{15}{2}}}{120r^5}$, ou bien $\frac{2rx\sqrt{px}}{3} - \frac{x^3\sqrt{px}}{7r} - \frac{x^5\sqrt{px}}{44r^3} - \frac{x^7\sqrt{px}}{120r^5}$, après avoir mis $\sqrt{px}$ à la place de $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$. Mais lorsque $x = r$, on a alors $\sqrt{px} = a$, par conséquent $\frac{2ar^2}{3} - \frac{ar^2}{7} - \frac{ar^2}{44} - \frac{ar^2}{120}$. Après avoir fait la substitution & effacé ce qui se détruit, réduisant en même dénomination $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{44}$, $\frac{1}{120}$, on aura $\frac{1607}{9240}$ pour la somme de ces trois termes, qui étant soustrait de $\frac{2}{3}$, donne $\frac{13659}{27720}$, ou à-peu-près $\frac{arr}{2}$, qui montre que *pour trouver la dépense d'un pertuis qui a la figure d'un quart de cercle dont le diametre répond au niveau de l'eau, il faut multiplier le quarré du rayon par la moitié de la plus grande vitesse de l'eau pendant la durée de l'écoulement, & par cette vitesse entiere lorsqu'il s'agit d'un demi-cercle.*

554. Ayant vû (552) que la dépense d'un orifice qui auroit la figure d'un quart de cercle, & dont la circonférence répondroit au niveau de l'eau, pouvoit être exprimée par $\frac{2}{5} arr$, & venant de montrer que lorsque le quart de cercle étoit dans un sens opposé, elle l'étoit par $\frac{1}{2} arr$, il ne s'ensuit pas que ces deux dépenses soient comme $\frac{2}{5}$ est à $\frac{1}{2}$, parce que la plus grande vîtesse de l'eau n'est pas égale dans ces deux expressions, quoique désignée par la même lettre, a. Car dans le premier cas, cette vîtesse a pour chûte le diametre, au lieu que dans le second sa chûte est le rayon ; ainsi ces deux vîtesses étant à-peu-près comme 7 est à 5, on voit que pour que la même lettre a puisse avoir lieu dans le rapport que nous allons découvrir, il faut multiplier $\frac{1}{2} rr$ par $\frac{5a}{7}$, qui donne $\frac{5}{14} arr$, au lieu de $\frac{1}{2} arr$. *On peut donc dire qu'ayant deux demi-cercles égaux, disposés comme FKH & PLM, la dépense du premier est à celle du second dans le même tems, comme $\frac{5}{14}$ est à $\frac{2}{5}$, ou comme 25 est à 28.*

Les dépenses de deux demi-cercles égaux situés d'un sens opposé, & qui répondent au niveau de l'eau, sont comme 28 est à 25.

PLAN. 8. FIG. 74 & 75.

Analyſe pour trouver une formule qui puiſſe meſurer la dépenſe des orifices circulaires placés au-deſſous du niveau de l'eau.

PLAN. 8. FIG. 76.

555. De tous les problêmes qui ont rapport au mouvement des eaux, & même à la pratique, en général, je n'en connois point de plus difficile à réſoudre que celui de meſurer la dépenſe d'un orifice vertical & circulaire, placé *au-deſſous du niveau de l'eau;* car on ne peut parvenir à une formule que par un calcul algébrique fort compoſé, dont l'application dépend d'un grand nombre d'opérations arithmétiques, qu'on ne peut exécuter ſans avoir cette formule ſous les yeux; cependant comme je ne négligerai aucune circonſtance pour en rendre la pratique commode, on ne laiſſera pas d'en faire uſage, moyennant un peu de patience & d'exactitude à ſuivre ce que je preſcrirai.

Nommant b, le diametre AD de l'orifice; c, la plus petite hauteur EA de l'eau; a, la plus grande vîteſſe DH de l'eau; q, la plus petite AF; p, le parametre de la parabole; x, l'indéterminée AP; on aura $PM = \sqrt{bx - xx}$, par la propriété du cercle, & $PN = \sqrt{pc - px}$, par conſéquent $dx \times PM \times PN = \sqrt{bcpx + bpx^2 - pcx^2 - px^3}$ pour l'élément différentiel du ſolide, ou $dx\sqrt{px} \times \sqrt{bc + bx - cx - x^2}$, & faiſant $b - c = -f$ en ſuppoſant AD (b) moindre que AE (c), on aura $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \times \sqrt{bc - fx - xx}$.

556. Comme on ne peut avoir l'intégrale de cette différentielle que par approximation, à cauſe des grandeurs qui ſont ſous le ſigne, voici la maniere d'en extraire la racine, différente de celle dont je me ſuis ſervi dans le cas précédent, (553) m'ayant paru plus générale & celle qui donne le plus de termes de la ſuite que l'on cherche en moins d'opérations: elle eſt tirée de l'*Analyſe démontrée*, Liv. 7, Art. 175.

Il faut ſuppoſer $\sqrt{bc - fx - xx} = z$, pour avoir $bc - fx - xx = zz$, d'où l'on tire $zz + xx + fx - bc = 0$. Comme il s'agit d'avoir la valeur de z, il faudra ſuppoſer que cette lettre eſt égale à une ſuite infinie de grandeurs poſitives que voici; $z = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + Fx^5 + Gx^6$, &c. Les lettres A, B, C, D, &c. ſont des indéterminées que l'on déterminera de la maniere qui convient pour avoir z. Quarrant z, & ſa valeur, on aura

$$
\begin{aligned}
zz = A^2 + 2ABx + 2ACx^2 + 2ADx^3 + 2AEx^4 + 2AFx^5 + 2AGx^6. \text{ \&c.}\\
+ B^2x^2 + 2BCx^3 + 2BDx^4 + 2BEx^5 + 2BFx^6. \text{ \&c.}\\
+ C^2x^4 + 2CDx^5 + 2CEx^6. \text{ \&c.}\\
+ 2D^2x^6. \text{ \&c.}
\end{aligned}
$$

Si l'on met (dans l'égalité $zz - bc + fx + xx = 0$) à la place de zz, la ſuite qui en eſt la valeur, elle ſera changée en cette autre,

$$\left.\begin{array}{l} A^2 + 2ABx + 2ACx^2 + 2ADx^3 + 2AEx^4 + 2AFx^5 + 2AGx^6. \&c. \\ - bc + fx; + B^2x^2 + 2BCx^3 + 2BDx^4 + 2BEx^5 + 2BFx^6. \&c. \\ \quad + x^2 \qquad + C^2x^4 + 2CDx^5 + 2CEx^6. \&c. \\ \qquad\qquad + D^2x^6. \quad \&c. \end{array}\right\} = zz - bc + fx + x^2.$$

Comme on peut, à cauſe des indéterminées A, B, C, &c. qui ſe trouvent dans les termes précédens, ſuppoſer chacun de ces termes égal à zero, afin de tirer de cette ſuppoſition les valeurs de A, B, C, &c. pour les mettre dans la ſuite infinie, qu'on a ſuppoſé être la valeur de z; ſi l'on agit de la ſorte, cette ſuite ſera véritablement la valeur de z, puiſqu'étant ſubſtituée à la place de cette lettre dans $zz - bc + fx + xx = 0$, elle rend cette égalité, qui a pour lors une infinité de termes, égale à zero, puiſque les grandeurs qui compoſent chaque terme ſe détruiſent par des ſignes contraires. Mais comme on ne peut avoir une ſuite compoſée d'une infinité de termes, on ne ſçauroit auſſi parvenir à une valeur exacte de z, c'eſt pourquoi il faut ſe contenter d'en approcher de plus en plus, en augmentant le nombre des termes de la ſuite; cependant je me bornerai à ſix pour éviter l'extrême longueur du calcul, ils ſeront ſuffiſans pour l'uſage que nous en voulons faire.

557. On aura donc, pour le premier terme, $A^2 - bc = 0$, ou $A = \sqrt{bc}$; pour le ſecond $2AB + f = 0$, ou $B = -\frac{f}{2A} = -\frac{f}{2\sqrt{bc}}$ puiſque $2A = 2\sqrt{bc}$. Opérant de la même maniere ſur les quatre autres termes ſuivans, on trouvera $C = \frac{-ff - 4bc}{8bc\sqrt{bc}}$. $D = -\frac{f^3 - 4bcf}{16b^2c^2\sqrt{bc}}$. $E = -\frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{128b^3c^3\sqrt{bc}}$. $F = -\frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f}{256b^4c^4\sqrt{bc}}$.

Si l'on met, à la place de A, B, C, &c, leur valeur dans la ſuite $z = A + Bx + Cx^2$, &c. on aura la valeur approchante de z, par conſéquent la racine quarrée de $bc - fx - xx$. Sur quoi il eſt à remarquer, que comme cette quantité eſt moindre que bc, ſa racine doit être moindre que $\sqrt{bc}$, auſſi toute la ſuite que l'on vient de trouver eſt moindre que $\sqrt{bc}$, tous les termes qui ſuivent cette grandeur étant négatifs. D'ailleurs ces mêmes termes vont toujours en diminuant, puiſque ce ſont des fractions qui ont au dénominateur les puiſſances de bc, plus grandes que celles de fx qui ſont au numérateur; par conſéquent plus les puiſſances des grandeurs qui ſont au numérateur & au dénominateur augmentent,

plus ces fractions deviennent petites; ce qui fait voir qu'on peut négliger les derniers termes ſans une erreur ſenſible.

558. Préſentement, ſi l'on multiplie la ſuite $\sqrt{bc} - \frac{f}{2\sqrt{bc}} x - \frac{ff - 4bc}{8bc\sqrt{bc}} xx - \frac{f^3 - 4bcf}{16b^2c^2\sqrt{bc}} x^3 - \frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{128b^3c^3\sqrt{bc}} x^4 - \frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f}{256b^4c^4\sqrt{bc}} x^5$, &c, par $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx$, le produit qui ſera égal à $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \times \sqrt{bc - fx - xx}$, donnera l'élément différentiel du ſolide que l'on cherche. Pour faire cette multiplication, il faut ajouter $\frac{1}{2}$ aux expoſans des puiſſances de x, & conſidérer que tous les termes de la ſuite étant diviſés par $\sqrt{bc}$, excepté le premier (qui le ſera auſſi en le multipliant & diviſant par $\sqrt{bc}$) & que tous ces termes devant être multipliés par $p^{\frac{1}{2}} = \sqrt{p}$, il ſuffira d'écrire au commencement, une fois pour tout, le multiplicateur commun $\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{bc}}$. Si l'on fait auſſi attention qu'on peut prendre la moitié de tous les diviſeurs numériques, on verra qu'en multipliant le premier terme par 2, à cauſe qu'il n'a point de diviſeur, on pourra écrire $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{bc}} \times \overline{2bcx^{\frac{1}{2}} dx - fx^{\frac{3}{2}} dx - \frac{ff - 4bc}{4bc} x^{\frac{5}{2}} dx - \frac{f^3 - 4bcf}{8b^2c^2} x^{\frac{7}{2}} dx - \frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{64b^3c^3} x^{\frac{9}{2}} dx - \frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f}{128b^4c^4} x^{\frac{11}{2}} dx} - \&c. = p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \sqrt{bc - fx - xx}.$

Prenant l'intégrale de chaque terme de cette différentielle, on aura $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{bc}} \times \overline{\frac{4}{3} bcx^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} fx^{\frac{5}{2}} - \frac{ff - 4bc}{14bc} x^{\frac{7}{2}} - \frac{f^3 - 4bcf}{36b^2c^2} x^{\frac{9}{2}} - \frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{352b^3c^3} x^{\frac{11}{2}} - \frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f}{832b^4c^4} x^{\frac{13}{2}}} - \&c.$ qui eſt le ſolide approché, & que l'on déterminera en faiſant x égal au diametre du demi-cercle. Ainſi mettant b à la place x & de ſes puiſſances diminuées de $\frac{1}{2}$, afin de ſupprimer $b^{\frac{1}{2}}$, ou $\sqrt{b}$, pour le joindre au multiplicateur commun, qui ſera alors $\frac{\sqrt{bp}}{2\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$, il viendra $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}} \times \overline{\frac{4cb^2}{3} - \frac{2fb^2}{5} - \frac{ff - 4bc}{14bc} b^3 - \frac{f^3 - 4bcf}{36b^2c^2}}$

$b^4 -$

$b^4 - \frac{5f^4 - 24bcf^2 - 16b^2c^2}{352b^3c^3} b^5 - \frac{7f^5 - 40bcf^3 - 48b^2c^2f^2}{832b^4c^4} b^6$.

559. Si à la place de f on met sa valeur $c - b$, & que l'on ait soin de mettre une virgule entre les termes pour les distinguer, afin de voir ce qui est provenu de chaque terme de la suite, on trouvera, après avoir réduit les fractions, $\frac{4}{3}cb^2$, $+ \frac{2}{5}b^3 - \frac{2}{5}cb^2$, $- \frac{b^4}{14c} - \frac{1}{7}b^3 - \frac{1}{14}cb^2$, $+ \frac{b^5}{36c^2} + \frac{b^4}{36c} - \frac{1}{36}b^3 - \frac{1}{36}cb^2$, $- \frac{5b^6}{352c^3} - \frac{b^5}{88c^2} + \frac{b^4}{176c} - \frac{1}{88}b^3 - \frac{5}{352}cb^2$, $+ \frac{7b^7}{832c^4} + \frac{5b^6}{832c^3} - \frac{b^5}{416c^2} + \frac{5}{832}b^3 - \frac{7}{832}cb^2$, le tout multiplié par $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$.

560. Présentement si l'on ajoute ensemble les coefficiens numériques de tous les termes semblables, en les écrivant de suite, il viendra $\overline{\frac{4}{3} - \frac{2}{5} - \frac{1}{14} - \frac{1}{36} - \frac{5}{352} - \frac{7}{832}} \times cb^2 + \overline{\frac{2}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{36} - \frac{1}{88} - \frac{5}{832}} \times b^3 - \overline{\frac{1}{14} + \frac{1}{36} + \frac{1}{176} + \frac{1}{416}} \times \frac{b^4}{c} + \overline{\frac{1}{36} - \frac{1}{88} - \frac{1}{416}} \times \frac{b^5}{c^2} - \overline{\frac{5}{352} + \frac{5}{832}} \times \frac{b^6}{c^3} + \frac{7b^7}{832c^4}$, le tout multiplié par $\frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$.

Comme l'ordonnée AF (q), qui exprime la plus petite vîtesse de l'eau, est moyenne proportionnelle entre le parametre & l'abscisse EA (c); on aura $\div\!\!\div\, p, q, c$, d'où l'on tire $p, q :: \sqrt{p}, \sqrt{c}$, par conséquent $\frac{p}{q} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{c}}$, ou $\frac{p}{2q} = \frac{\sqrt{p}}{2\sqrt{c}}$. Ainsi l'on pourra prendre $\frac{p}{2q}$ pour le multiplicateur commun de la suite. Mais comme cette suite ne donne que le solide formé par la somme des produits des élémens du demi-cercle par ceux du segment parabolique, c'est-à-dire, un solide égal à la moitié de celui que nous cherchons, il suit qu'en supprimant le nombre 2 du multiplicateur commun, le produit donnera la dépense de l'orifice entier. Si l'on considere encore que tous les termes de la suite sont multipliés par les puissances de b, & que la plus petite est b^2, on pourra, pour abréger, prendre b^2 pour un second multiplicateur commun, après quoi si l'on fait les opérations numériques indiquées par les signes + & —, au aura $\frac{p}{q} \times bb \times \overline{\frac{2339483}{2882880}c + \frac{24446}{115315}b + \frac{577}{41184}\frac{b^3}{c^2} + \frac{7}{832}\frac{b^5}{c^4} - \frac{10253}{288288}\frac{b^2}{c} - \frac{75}{9152}\frac{b^4}{c^3}}$ pour l'expression du solide cherché,

qu'on peut changer en la ſuivante, $\frac{p}{q} \times bb \times \overline{\frac{29}{37} c + \frac{18}{85} b + \frac{1}{72} \frac{b^5}{c^2} + \frac{1}{119} \frac{b^5}{c^4} - \frac{1}{28} \frac{b^2}{c} - \frac{1}{122} \frac{b^4}{c^3}}$ qui n'eſt pas tout-à-fait ſi exacte, mais beaucoup plus ſimple, & qui peut me ſervir de formule dans la pratique ; on peut même, ſans erreur ſenſible, en ſupprimer le quatrieme & le ſixieme terme, à cauſe de leur extrême petiteſſe, & la réduire à $\frac{p}{q} \times bb \times \overline{\frac{29}{37} c + \frac{18}{85} b + \frac{1}{72} \frac{b^3}{c^2} - \frac{1}{28} \frac{b^2}{c}}$.

Méthode pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires placés au-deſſous du niveau de l'eau.

FIG. 76.

561. D'où il ſuit que *pour meſurer la quantité d'eau qui s'écoule par ſeconde d'un orifice vertical & circulaire, pratiqué au-deſſous du niveau de l'eau, il faut premiérement multiplier la plus petite hauteur EA de l'eau par 29, & diviſer le produit par 37, pour avoir un premier quotient.*

Secondement, multiplier le diametre de l'orifice par 18, & diviſer le produit par 85, pour avoir un ſecond quotient.

Troiſiémement, cuber le diametre de l'orifice, & diviſer ce cube par le produit de 72 par le quarré de la plus petite hauteur de l'eau, pour avoir un troiſieme quotient.

Quatriémement, quarrer le diametre de l'orifice, & diviſer le produit par 28 fois la plus petite hauteur de l'eau, afin d'avoir un quatrieme quotient.

Cinquiémement, ſouſtraire le quatrieme quotient de la ſomme des trois précédens.

Sixiémement, multiplier la différence par le produit du quarré du diametre de l'orifice & du nombre 60. (470)

Septiémement, diviſer ce produit par la plus petite viteſſe AF de l'eau, c'eſt-à-dire, par la viteſſe dont un corps peut être capable par ſeconde, l'ayant acquiſe par une chûte égale à la plus petite hauteur de l'eau; (560) *le quotient donnera la dépenſe que l'on cherche.*

Application de la formule précédente à un exemple, pour en faire voir la juſteſſe.

PLAN. 8. FIG. 76.

562. L'uſage ordinaire pour meſurer la dépenſe des orifices dont nous parlons, eſt de ſuppoſer que la hauteur moyenne de l'eau répond au *centre ;* il eſt vrai que quand l'orifice eſt beaucoup au-deſſous du niveau de l'eau, la vîteſſe moyenne n'en étant point éloignée, cette pratique peut être ſuivie ſans une erreur qui puiſſe tirer à conſéquence, parce que la partie FH de la parabole ne différant guere d'une ligne droite quand le diametre AD eſt fort petit par rapport à l'axe ED, l'ordonnée CG approche fort d'être moyenne arithmétique entre AF & DH.

Pour en juger, nous ſuppoſerons ED de 12 pieds, & AD (b)

de 2; ainſi EA (c) ſera de 10, & EC de 11; cherchant dans la Table des vîteſſes celle qui répond à la chûte EC, on la trouvera de 25 pieds 8 pouces 3 lignes. Faiſant les opérations que nous venons d'indiquer, on verra que l'orifice doit dépenſer par ſeconde 80 pieds cubes d'eau 9 pouces 7 lignes, ou $\frac{784442712}{9708615}$ pieds cubes. Diviſant cette quantité par la ſuperficie de l'orifice, c'eſt-à-dire, par les onze quatorziemes du quarré de ſon diametre, qui ſe réduiſent à $\frac{7}{22}$, il viendra 25 pieds 8 pouces 6 lignes pour la vîteſſe moyenne, (539) qui ne differe que de 3 lignes de celle qui répond au centre, ce qui montre qu'on peut ſe ſervir en toute confiance de la formule précédente, puiſque l'ayant appliquée à un orifice d'une grandeur outrée, le réſultat de notre calcul eſt autant conforme qu'on peut le ſouhaiter, à ce qu'il devroit donner naturellement; s'il y a quelque différence, elle deviendra d'autant plus inſenſible, que les diametres des orifices ſeront petits par rapport à la hauteur de l'eau. Je conviens qu'il eſt fâcheux de ne pouvoir juger de la juſteſſe d'une choſe que par les apparences; mais c'eſt le cas inévitable de toutes les recherches qui tombent dans les approximations.

PLAN. 8. FIG. 76.

Maniere de découvrir les formules pour la dépenſe des orifices faits en demi-cercles, placés au-deſſous du niveau de l'eau.

563. Pour avoir le ſolide formé de la ſomme des produits des élémens du quart de cercle ABC par les élémens du ſegment parabolique ACGF, il faut mettre $\frac{1}{2}b = r$ à la place d'x dans $\frac{p}{q} \times \frac{4}{3} bcx^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} fx^{\frac{5}{2}} - \frac{ff - 4bc}{14bc}$, &c. que l'on a trouvé pour l'intégrale de la ſuite, (558) & faire le reſte du calcul comme ci-devant, il en réſultera une formule qui ſervira à meſurer la dépenſe d'un orifice fait en demi-cercle, ayant pour baſe le diametre, & ſitué au-deſſous du niveau de l'eau.

564. Si l'on ſouſtrait du premier ſolide, c'eſt-à-dire, de celui qui exprime le volume de la dépenſe de l'orifice entier, le ſolide qu'on trouvera en ſuivant l'article précédent, la différence ſera l'expreſſion d'un troiſieme qui donnera la dépenſe du même demi-cercle, ſitué dans un ſens oppoſé; mais je ne m'arrête point à en faire le calcul, ces deux derniers cas paroiſſant plus curieux qu'utiles.

Remarque ſur les calculs précédens.

565. Si AD (b) eſt plus grand que AE (c) alors f ſera poſitive, au lieu que dans tout le calcul précédent elle étoit négative. Cependant la réſolution ſera la même; & il n'y aura pas la moindre choſe de changé, ce qui fait voir qu'elle eſt générale, & qu'elle convient également, ſoit que b ſe trouve plus grand ou

plus petit que c; tout le changement que cela apportera, c'eſt que dans la ſuite que l'on a trouvé pour la valeur de z, & dans l'expreſſion générale & indéterminée du ſolide, tous les termes où f ſera avec une dimenſion impaire, ſeront poſitifs, au lieu qu'ils étoient négatifs; mais quand à la place de f on ſubſtituera $b - c$, on trouvera préciſément la même choſe.

Formule particuliere pour meſurer la dépenſe des orifices circulaires, dont le diametre eſt égal à la plus petite hauteur de l'eau.

566. Si $b = c$, f deviendra zero; l'élément du ſolide ſera pour lors $p^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} dx \sqrt{bb - xx}$. Pour avoir la réſolution dans ce cas, il faut effacer tous les termes qui ſont multipliés par f dans l'expreſſion indéterminée, & mettre b à la place de c, alors ce ſolide indéterminé ſera $\frac{p}{q} \times \frac{4}{3} b^2 x^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{7} x^{\frac{7}{2}} - \frac{1}{22 b^2} x^{\frac{11}{2}}$.

SECTION XI.

Du choc de l'eau contre des ſurfaces planes.

Les chocs de l'eau ſont dans la raiſon compoſée des quarrés des viteſſes & des ſurfaces qui en reçoivent l'impreſſion.

PLAN. 8. FIG. 82 & 83.

567. Ayant montré (article 445) que les petits *priſmes d'eau* qui ſortoient dans un même inſtant du fond de deux réſervoirs AC & EG, de hauteur différente, pouvoient être exprimés par $\odot \sqrt{H}$ $o \sqrt{h}$; multipliant ces priſmes par leur vîteſſe, il viendra $\odot \sqrt{H} \times \sqrt{H}$, $o \sqrt{h} \times \sqrt{h}$, pour leur quantité de mouvement, (171, 433) ou pour l'expreſſion des forces F, f, avec leſquelles ils choqueront directement les ſurfaces des piſtons L, M, ſoutenus par les puiſſances P, Q, ſi ces piſtons ſont à une aſſez petite diſtance des orifices, pour pouvoir regarder la vîteſſe de l'eau comme uniforme, dans le chemin qu'elle parcourera. Ainſi on aura $F, f :: \odot \sqrt{H} \times \sqrt{H}$, $o \sqrt{h} \times \sqrt{h}$, ou $F, f :: \odot \times H$, $o \times h$; ce qui montre que *les chocs de l'eau ſont entr'eux dans la raiſon compoſée des baſes des colonnes & des quarrés des viteſſes, ou dans la raiſon compoſée des baſes des colonnes & des chûtes.*

568. Il ſuit que *lorſque les baſes des colonnes ſeront égales, les chocs ſeront entr'eux dans la raiſon des quarrés des viteſſes de l'eau, ou comme les hauteurs des chûtes capables des mêmes viteſſes.*

Autre maniere de démontrer que les chocs ou impulſions de l'eau ſur des ſurfaces égales, ſont dans

569. On peut encore, lorſque les baſes des colonnes ſont égales, ou qu'elles choquent directement en plein des ſurfaces égales, conſidérer l'eau comme un amas de petites boules, dont l'impreſſion dépendra de leur vîteſſe & du nombre de celles qui frapperont en même tems. Car une eau qui coule deux fois plus vîte qu'une autre, frappant une ſurface oppoſée, non-ſeulement avec

deux fois plus de force, mais encore avec deux fois plus de parties, ſon impreſſion doit croître ſelon la raiſon doublée, ou ſelon les quarrés de ſa vîteſſe, c'eſt-à-dire, que ſi les vîteſſes ſont comme 3 eſt à 5, les chocs ſeront comme 9 eſt à 25.

la raiſon des quarrés des vîteſſes.

570. Les chocs étant entr'eux comme les produits des orifices par les hauteurs de l'eau, (567) ou comme les colonnes BR & FS, qui ſont *les forces* qui cauſent les chocs, *il ſuit que les chocs pourront être meſurés par le poids des mêmes colonnes ;* l'effet d'une force qui agit ſimplement ſans aucune modification pouvant être pris pour la force même.

Les chocs ſont meſurés par le poids des colonnes d'eau qui cauſent ces vîteſſes, ou par la pouſſée que ſoutiendroit la ſurface choquée.

Comme la pouſſée que les colonnes BR & FS exercent ſur leur baſe, n'eſt autre choſe qu'une tendance au mouvement, dont l'effet ſeroit de produire un choc qui peut être meſuré par la cauſe même; *il ſuit que le poids qui exprimera la pouſſée de l'eau contre une ſurface, en exprimera auſſi le choc.*

571. La différence que fait naître le frottement entre la dépenſe *naturelle* & la dépenſe effective d'un même orifice de médiocre grandeur, doit en cauſer une grande dans le choc de l'eau, parce que les chocs, dans ces deux cas, étant encore dans la raiſon doublée des vîteſſes, l'impreſſion de la dépenſe effective ſera d'autant moindre que l'impreſſion de la dépenſe naturelle, que le quarré de la vîteſſe de la premiere ſera moindre que celui de la vîteſſe de la ſeconde. Par exemple, dans l'expérience de M. *Mariotte*, où la dépenſe effective eſt à la dépenſe naturelle, comme 7 eſt à 10, (495) le choc ne ſera exprimé que par 49, tandis qu'il devroit l'être par 100; ce qui montre qu'il faudroit que la hauteur du réſervoir fût un peu plus du double de celle qu'il avoit dans cette expérience, pour que le choc de l'eau de la dépenſe effective pût égaler celui de la dépenſe naturelle. (500) Mais comme nous n'aurons point égard par la ſuite à la diminution du choc que le frottement peut cauſer aux pertuis qui ont plus d'un pied de ſuperficie, je ne m'arrêterai point davantage ſur ce ſujet qui n'eſt qu'une ſuite de ce qui a été enſeigné dans la huitieme Section.

Le choc de l'eau qui coule d'un orifice, n'eſt pas ſi fort qu'il ſeroit s'il n'y avoit pas de frottement, dans la raiſon du quarré de la dépenſe effective au quarré de la dépenſe naturelle.

572. Si la ſurface GH étoit placée à une certaine diſtance EI de l'orifice E, l'eau qui en ſortira, acquérant de nouveaux degrés de vîteſſe, en parcourant l'eſpace EI, choquera avec plus de force que dans le cas précédent, parce que ſa vîteſſe ſera alors exprimée par la racine de la hauteur FI; ce qui a fait croire à la plûpart de ceux qui ont écrit ſur le mouvement des eaux que le choc devroit être encore égal au poids d'une colonne qui auroit pour baſe l'orifice E, & pour hauteur la ligne FI, qui marque

Examen de la force que l'eau peut acquérir en accélérant ſa vîteſſe à la ſortie du réſervoir.

FIG. 84.

l'élévation de son niveau au-dessus de la surface, sans faire attention (comme l'a remarqué M. *Pitot* avant moi) que la vîtesse de l'eau augmentoit à la vérité, mais que la quantité qui en sortoit du réservoir étoit toujours la même, à quelque distance que fût située la surface; ainsi ils comptoient sur une force plus grande que celle dont ils pouvoient disposer pour faire tourner la roue d'une machine, ou pour quelqu'autre usage.

L'eau dirigée dans un tuyau vertical n'augmente point la force du choc.

FIG. 85.

573. D'autres se sont imaginé que quand l'eau seroit dirigée par un tuyau IEFL, c'étoit alors que son choc pouvoit être exprimé par le poids de la colonne IKPL, sans considérer qu'il n'étoit pas possible que ce tuyau se remplisse jamais parfaitement, puisque, quelle qu'en soit la longueur, la vîtesse de l'eau à la sortie sera toujours plus grande que celle qu'elle aura en y entrant. (429) Il est donc impossible qu'il s'y forme jamais une colonne, à moins qu'il ne soit assez étroit pour que la vîtesse de l'eau soit plus retardée par les frottemens, qu'elle ne peut être augmentée par l'accélération; car n'y ayant que l'eau du réservoir (qui n'a rien de commun avec le tuyau) qui puisse entretenir la colonne EKPF, (425, 426, 428) celle du tuyau ne pouvant être remplacée par les côtés, sa dépense ne peut être plus grande que celle de l'orifice qui le nourrit.

FIG. 84.

Le choc d'une eau qui accelere sa vîtesse est égal au poids d'une colonne qui auroit pour base la surface choquée, & pour hauteur une moyenne proportionnelle entre la hauteur de l'eau dans le réservoir, & la ligne qui exprime l'élévation de son niveau au-dessus de la surface choquée.

574. Pour déterminer exactement le choc d'une eau qui ne peut être mesurée par sa poussée, considérez qu'en nommant $\odot$, l'orifice, on aura $\odot\sqrt{FE}$ pour l'expression de la quantité qui en sortira à chaque instant, (445) qui étant multiplié par la vîtesse $\sqrt{FI}$, qu'elle aura acquise à l'instant qu'elle rencontrera le plan GH, on aura $\odot\sqrt{FE}\times\sqrt{FI}=\odot\sqrt{FE\times FI}$ pour sa quantité de mouvement, ou pour l'expression du choc, *qui montre que si l'on fait FK moyenne proportionnelle entre FE & FI, on aura* $\odot\times FK$ *pour colonne d'eau dont le poids sera égal au choc;* par conséquent plus il y aura d'intervalle entre la surface & le fond du réservoir, & plus on gagnera de force pour faire agir quelque machine; ce qui montre que le seul avantage que l'on peut tirer du tuyau EL, est de diriger toute l'eau vers la surface, & d'empêcher qu'en fendant l'air, la plus grande partie ne se dissipe ailleurs.

FIG. 86.

Le choc de l'eau qui sort d'un pertuis

575. Ayant un réservoir prismatique ABCD continuellement plein d'eau; si l'on pratique un pertuis rectangulaire FGHI dans l'une de ses faces EC, servant d'entrée à un canal dont le fond & les côtés soient composés des rectangles FIXS, IHVX, FGTS, & qu'une puissance R soutienne une surface verticale NOMQ

égale au pertuis. Je dis que ſi tout-à-coup on ouvre le pertuis, que je ſuppoſe fermé par une *vanne*, l'eau viendra choquer la ſurface immobile qui lui eſt directement oppoſée, *avec une force qui ſera égale à la pouſſée que ſoutenoit la vanne, lorſque le pertuis étoit fermé, c'eſt-à-dire, que le choc ſera égal au poids d'un priſme d'eau qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur, la hauteur moyenne arithmétique LK, entre La & Lb.* Ceci eſt bien évident, car la vîteſſe de l'eau dans le canal, que l'on nomme auſſi *courſier*, étant uniforme & exprimée par la racine de la hauteur moyenne LK, le choc ſera égal au produit de cette ſurface par le quarré de $\sqrt{LK}$, qui n'eſt autre choſe que LK même. (568) Par conſéquent ſi la ſurface oppoſée étoit de 4 pieds quarrés, & la moyenne LK de 10 pieds, le choc ſera équivalent au poids de 40 pieds cubes d'eau, ou à 2800 liv. qui eſt la force qu'il faudra à la puiſſance R pour ſoutenir en équilibre l'impulſion d'un courant dont la vîteſſe moyenne & uniforme par ſeconde ſera égale à celle qu'un corps peut acquérir en tombant de la hauteur LK.

vertical, & qui eſt dirigée par un canal horizontal, eſt égal au poids d'une colonne qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur, la hauteur moyenne de l'eau.

576. Comme les lames d'eau du courant auront d'autant plus de vîteſſe qu'elles ſeront plus près du fond du *courſier*, leur impreſſion contre la ſurface ira en diminuant à meſure qu'elles approcheront du ſommet OM, ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, puiſque ces impreſſions ſeront les mêmes que celles de la pouſſée que ſoutient la vanne du pertuis quand elle eſt fermée. (362) D'où il ſuit que la puiſſance R, pour être en équilibre avec l'impulſion, doit être appliquée *au centre d'impreſſion* Y de la ſurface, qu'on trouvera de la même maniere que celui d'une vanne. (415)

Les centres d'impreſſion qui répondent au choc de l'eau, ſont les mêmes que ceux qui appartiennent à ſa pouſſée.

Fig. 86.

Si la ſurface dont nous parlons repréſentoit l'une des aubes d'une roue, il faudroit néceſſairement en connoître le centre d'impreſſion, parce que le bras de levier qui répond au moteur, doit toujours être exprimé par la diſtance de ce centre à l'axe de la roue.

Fig. 90.

577. Prévenu qu'un corps qui roule, ou qui gliſſe le long d'un plan incliné fort poli BCDE, acquiert en deſcendant depuis le ſommet juſqu'en bas la même vîteſſe qu'il eût acquis en tombant de la hauteur BA du même plan. (188) *Il ſuit qu'une eau dormante qui viendroit à coûler le long d'un plan incliné, acquérera une viteſſe qui pourra être exprimée par la racine de la hauteur du plan.*

La force que l'eau acquiert en deſcendant le long d'un plan incliné eſt la même que celle qu'elle acquéreroit en parcourant la hauteur du même plan.

578. Si un réſervoir eſt placé au ſommet d'un plan incliné, l'eau qui ſortira par le pertuis FGHI ayant déja une vîteſſe exprimée par la racine de la hauteur moyenne LK, ou ſon égale MN, en acquérera une plus grande qui le ſera par $\sqrt{MA}$, après avoir par-

Maniere d'exprimer le choc de l'eau qui coule le long d'un plan incliné.

couru le plan incliné. Mais comme le volume de l'eau qui ſortira du pertuis dans chaque inſtant ſera toujours exprimé par $\odot\sqrt{MN}$, de quelque hauteur que ſoit ce plan, (572) nommant $\odot$ le pertuis, la quantité de mouvement, ou le choc de l'eau, le ſera par $\odot\sqrt{MN}\times\sqrt{MA}=\odot\times\sqrt{MF\times MA}$, qui montre que ſi l'on au pied du plan incliné une ſurface égale au pertuis, pour recevoir directement l'impreſſion de l'eau qu'on ſuppoſe dirigée par un canal, comme ci-devant, (575) la puiſſance R qui ſoutiendra cette ſurface en équilibre doit être équivalente au poids d'un priſme d'eau qui auroit pour baſe un plan égal au pertuis, ou à la ſurface, & pour hauteur la moyenne proportionnelle entre MN & MA. (574)

Quelle que ſoit la grandeur d'une ſurface, il faut, pour la meſure du choc, n'avoir égard qu'à la partie qui en reçoit l'impreſſion.

579. Dans ce cas-ci, comme dans les précédens, ce n'eſt point une néceſſité que la ſurface oppoſée ſoit égale au pertuis, pouvant être plus petite, ou plus grande ; ſi elle eſt plus petite, elle ne pourra manquer de recevoir l'impreſſion de l'eau ſur toute ſon étendue, & ſi elle eſt plus grande, il ne faudra avoir égard qu'à la partie qui la recevra directement, pour déterminer la baſe du priſme d'eau qui doit meſurer l'impreſſion.

Maniere de meſurer le choc d'une eau qui coule le long de pluſieurs plans inclinés contigus.

FIG. 88.

580. Si l'eau, en ſortant du fond, ou par une des faces d'un réſervoir, venoit à couler le long de pluſieurs plans inclinés contigus, ſans rencontrer d'autres obſtacles que l'oppoſition des mêmes plans, on déterminera ſon impulſion directe contre une ſurface relativement à la hauteur de l'eau dans le réſervoir, ſoit entiere, ou moyenne, en ſuivant ce qui eſt enſeigné dans les articles 198, 199, 200, qui n'ont été rapportés que comme pouvant être utiles en pareil cas, qui ſe rencontrent fréquemment dans les pays montagneux, où l'on ſe ſert utilement de l'eau qui tombe des montagnes pour faire agir des machines.

Quand une ſurface verticale eſt inclinée à un courant, la force abſolue du courant eſt à ſon impreſſion contre la ſurface, comme le quarré du ſinus total eſt au quarré du ſinus de l'angle d'incidence.

FIG. 88.

581. Quand la direction du courant n'eſt pas perpendiculaire à la ſurface oppoſée, l'on ſent aſſez qu'il n'agit point avec ſa force abſolue. Suppoſons, par exemple, que la ligne NO repréſente la baſe d'une ſurface *verticale* placée *obliquement* au courant dans le fond du *courſier* de la figure 86, & que la ligne PV exprime la vîteſſe & la direction du courant. Il eſt conſtant que ſi cette ſurface étoit choquée par un corps ſolide, l'impreſſion ſeroit exprimée par la perpendiculaire PT ; (23) mais comme il s'agit d'un fluide dont l'impreſſion doit ſe meſurer par le quarré de ſa vîteſſe, (568) il y aura même raiſon de ſa force abſolue à ſa force reſpective, que du quarré de PV au quarré de PT, c'eſt-à-dire, *du quarré du ſinus total au quarré du ſinus de l'angle d'incidence.*

582. Suppoſant que la ligne NQ repréſente la baſe d'une ſurface

face directement opposée au courant; comme elle sera perpendiculaire sur le côté IX du coursier, les paralleles QO & PV donneront les triangles semblables QNO, TPV; ainsi nommant NQ, *a*; NO, *b*; PV, *m*; PT, *n*; on aura NQ (*a*), NO (*b*) :: PT (*n*), PV (*m*); ou *aa*, *bb* :: *nn*, *mm*; qui donne $aamm = bbnn$, d'où l'on tire *amm*, *bnn* :: *b*, *a*. Comme le premier terme de cette proportion exprime le produit de la surface NQ, par le quarré de la vîtesse entiere du courant, & le second celui de la surface NO par le quarré de cette vîtesse modifiée; (car ces surfaces ayant la même hauteur, on peut prendre leurs bases pour leurs superficies) *on voit que l'impulsion que soutient la surface directe est à l'impulsion que soutient la surface oblique, réciproquement comme la longueur NO de celle-ci est à la longueur NQ de l'autre.*

Lorsque de deux surfaces l'une est directement & l'autre obliquement opposée à un courant, les impressions qu'elles soutiennent sont dans la raison réciproque de leurs dimensions inégales.

583. Si la surface NO étoit inclinée, eu égard au fond du coursier, ou à la verticale, comme elle paroît dans la figure 89, & qu'elle eût la même base que l'autre QN, directement opposée au courant, on verra, par un raisonnement semblable au précédent, que la ligne HV représentant le niveau de l'eau, *l'impulsion que soutiendra la surface verticale, sera à l'impulsion que soutiendra la surface inclinée, réciproquement comme la largeur NO de celle-ci est à la largeur NQ de l'autre.* Fig. 89.

584. Quand une surface immobile est directement opposée à un courant, nous avons vu (575) que la puissance qui la soutenoit étoit équivalente au poids d'une colonne d'eau qui auroit pour base cette surface, & pour hauteur, la hauteur moyenne du réservoir. Or si dans l'intervalle KY, on place un rouleau Z, lequel traversant le coursier jusqu'à la rencontre de ses côtés, puisse tourner librement sur des tourillons, & qu'au-dessus il y ait deux poulies, il est constant que si l'on attache une corde au centre Y, qui vienne passer sous le rouleau, & de-là sur les poulies, & qu'à l'extrémité de cette corde on suspende un poids P égal à l'impulsion du courant, ce poids tiendra lieu de la puissance R, & soutiendra la surface NOMQ en équilibre comme auparavant; mais si on le diminue, la surface sera poussée en avant avec une vîtesse égale à celle du poids en montant, parce qu'il n'y a point de différence dans les bras de leviers, & l'impulsion du courant se trouvera diminuée, précisément de la quantité dont le poids l'aura été, puisque ces deux forces seront toujours égales. Fig. 86.

585. Quand le poids P sera diminué d'une certaine quantité, qu'il aura la liberté de monter sans y toucher davantage, la surface prendra du fluide la plus grande vîtesse qu'elle pourra prendre, &

L'impression que reçoit une surface verticale qui se

meut avec une vîteſſe uniforme du même ſens qu'un courant, ne doit être exprimée que par le quarré de l'excès de la vîteſſe du courant ſur celle de la ſurface.

la conſervera toujours *uniforme* tant que le poids pourra monter; *& l'impulſion qui la pouſſera alors ſera exprimée par le quarré de l'excès de la vîteſſe du courant, ſur celle qu'aura pris la ſurface.*

586. Nommant a, la vîteſſe du courant; b, celle de la ſurface, le quarré de $a-b$, qui eſt $aa-2ab+bb$, exprimera l'impulſion de l'excès de la vîteſſe du courant ſur celle de la ſurface, qui étant multipliée par cette derniere vîteſſe, donnera $aab-2abb+b^3$ pour la quantité de mouvement de la ſurface.

FIG. 86 & 87.

Une ſurface qui fuit avec une vîteſſe égale à celle du courant, n'en reſſent point l'impreſſion.

587. Quand la ſurface eſt immobile, l'impreſſion qu'elle reçoit à chaque inſtant étant toujours exprimée par le quarré de la vîteſſe entiere du courant, (575) elle pourra l'être auſſi par les quarrés des élémens BC, ou EF d'un rectangle ABCD. Si l'on diminuoit continuellement le poids P, de façon que la vîteſſe de la ſurface fût en croiſſant ſelon l'ordre des termes d'une progreſſion arithmétique, ou comme les élémens du triangle ACD, il arrivera que chaque élément EF du rectangle ſe trouvant diviſé en deux parties par la diagonale AC, ſi l'une GF exprime la vîteſſe de la ſurface dans un certain inſtant, le quarré de l'autre EG exprimera l'impreſſion qu'elle recevra dans le même inſtant, & le produit de $\overline{EG}^2$ par GF donnera la quantité de mouvement (586) de la ſurface dans cet inſtant. Ainſi, lorſque CF ſera égale à AD, c'eſt-à-dire, lorſque la ſurface aura acquiſe la vîteſſe entiere du courant, l'autre partie EG devenant zero, l'impreſſion du courant ſera nulle, & alors le poids P ſera réduit à zero.

Pour qu'une ſurface qui fuit reçoive de la part du courant la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible, il faut que ſa vîteſſe ſoit le tiers de celle du courant.

588. Comme entre tous les élémens du rectangle il y en a ſûrement un qui ſe trouve diviſé par la diagonale AC, de façon que le quarré de la plus grande partie HK, multiplié par la plus petite KI, donne le plus grand de tous les produits qui peuvent être formés de la ſorte: *on voit que la vîteſſe entiere du courant peut être auſſi diviſée en deux parties, dont la plus petite devenant celle de la ſurface, & l'autre celle avec laquelle elle eſt choquée, cette ſurface aura la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible.* Pour connoître le point de diviſion, ou, ſi l'on veut, la vîteſſe que doit avoir dans ce cas la ſurface par rapport à celle du courant, nous nommerons HI, a; KI, x; ainſi HK ſera $a-x$, dont le quarré qui eſt $aa-2ax+xx$ étant multiplié par x, donne $aax-2axx+x^3$; dont prenant la différentielle pour l'égaler à zero, ſelon la méthode ordinaire, il vient $aadx-4axdx+3xxdx=0$, d'où effaçant dx, il reſte $aa-4ax+3xx=0$, ou $xx-\frac{4a}{3}x=-\frac{aa}{3}$, dont le

premier membre étant réduit en quarré donne $xx - \frac{4a}{3}x + \frac{4}{9}aa = \frac{4}{9}aa - \frac{aa}{3}$, ou $\frac{2}{3}a - x = \sqrt{\frac{1}{9}aa}$, d'où dégageant l'inconnue, en la rendant positive, (parce qu'ayant eu le signe — au commencement du calcul, elle doit l'avoir encore dans la racine) il viendra $\frac{2}{3}a - \sqrt{\frac{aa}{9}} = x$, ou après la réduction $\frac{a}{3} = x$, *qui montre que la vitesse de la surface doit être le tiers de celle du courant, pour le plus grand effet; c'est-à-dire, pour qu'en même tems elle reçoive de la part du courant la plus grande vitesse & la plus grande impression qu'il est possible, dont le concours répond à la plus grande quantité de mouvement.*

589. La vîtesse entiere du courant étant exprimée par a, & venant de trouver que celle de la surface devoit l'être par $\frac{a}{3}$ pour le plus grand effet, l'on aura donc $\frac{2a}{3}$ pour la vîtesse *respective* avec laquelle le courant choquera la surface; ainsi dans ce cas, la force du choc sera $\frac{4}{9}aa$, *c'est-à-dire, égale aux quatre neuviemes du poids de la colonne d'eau qui mesure la force absolue du courant contre la surface lorsqu'elle est immobile.*

Dans le cas du plus grand effet, la force respective du courant est égale aux $\frac{4}{9}$ de sa force absolue, & la surface ne pourra faire monter que les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre.

On peut rendre le calcul précédent beaucoup plus simple, en nommant x la partie HK, parce qu'alors KI devenant $a - x$, on aura xx à multiplier par $a - x$, qui donne $ax^2 - x^3$ dont la différentielle étant égalée à zero, il vient $2axdx - 3x^2dx = 0$, ou $2a - 3x = 0$, ou $\frac{2a}{3} = x$, qui montre encore que la vîtesse respective doit être les $\frac{2}{3}$ de la vîtesse entiere, & que celle de la surface en fera le tiers.

590. Comme dans l'état d'équilibre la quantité de mouvement *du moteur* est toujours égale à la quantité de mouvement *du poids*; on voit que puisque pour le plus grand effet il ne faut compter que sur les quatre neuviemes de la force du moteur, *il ne pourra enlever que les quatre neuviemes du poids avec lequel il étoit en équilibre lorsqu'il agissoit pleinement.*

591. Si l'on multiplie l'expression de la force du choc de l'eau, qui est $\frac{4}{9}aa$, par $\frac{1}{3}a$, vîtesse de la surface, on aura $\frac{4}{27}a^3$ pour sa

plus grande quantité de mouvement, ou pour la force qui eſt ſeule capable de faire monter *le plus grand poids qu'il eſt poſſible, avec le plus de viteſſe qu'il eſt poſſible.*

Ce n'eſt que depuis le commencement de ce ſiecle que l'on ſçait de quelle maniere doit être réglé le mouvement des machines mues par un courant pour être parfaites.

592. Depuis qu'on a commencé à faire uſage de la force de l'eau pour mouvoir les machines, toute la perfection à laquelle les plus habiles Machiniſtes ont pu atteindre s'eſt bornée à mettre d'abord la puiſſance en équilibre avec le poids qu'il s'agiſſoit de mouvoir, enſuite à diminuer le poids au hazard, ou à augmenter le rayon de quelqu'une des roues, afin que la puiſſance l'emportant ſur la charge, elle mît la machine en mouvement, ſans ſçavoir juſqu'à quel point devoit aller ſa vîteſſe; on penſoit même que plus cette vîteſſe ſeroit grande, & plus l'effet en ſeroit avantageux, & ce ſentiment paroiſſoit ſi naturel, qu'on étoit fort éloigné de le croire ſuſceptible d'erreur.

Tel étoit l'état de la Méchanique, lorſque M. *Parent*, par une ſuite de réflexions, s'apperçut que pour qu'une machine mûe par un courant fût capable du plus grand effet qu'elle pouvoit produire, il falloit néceſſairement qu'il y eût un certain rapport déterminé entre la vîteſſe de la roue & celle du courant. Ayant ſuivi cette idée, il a découvert par le calcul précédent (588) que la vîteſſe de la roue devoit être le tiers de celle du courant, ou que la machine ne devoit faire mouvoir que les quatre neuviemes du poids qui lui convenoit dans l'état d'équilibre; car les roues qui trempent dans l'eau étant accompagnées d'*aubes* qui ſe ſuccedent immédiatement, peuvent être conſidérées comme une ſeule ſurface qui recevroit l'impreſſion du fluide ſans interruption.

Cette découverte mérite d'être regardée comme une des plus importantes que l'on ait fait depuis le renouvellement des Sciences & des beaux Arts; quand tous les travaux de M. *Parent* n'auroient abouti qu'à ce ſeul objet, il devroit ſuffire pour le rendre recommandable parmi ceux qui ſont touchés du bien public, d'autant mieux qu'elle eſt le fruit d'un grand nombre de connoiſſances acquiſes, & d'une nature à ne rien tenir du hazard. J'avouerai ingénument que la premiere fois que je la vis dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, année 1704, j'en fus ſi frappé que je la regardai comme ce que j'avois appris juſques-là de plus intéreſſant en méchanique: en effet, que pouvois-je rencontrer qui me ſatisfît plus, vu le goût que j'ai eu dès l'âge le plus tendre pour tout ce qui s'appelle machine, qu'un principe qui ne laiſſoit plus rien à deſirer pour la juſteſſe de leur calcul?

593. On est assuré présentement que quelques machines qu'on fasse, qui doivent être mûes par un courant, on n'en peut attendre un plus grand effet que les $\frac{4}{27}$ de *l'effet naturel* (591) du courant, qui consiste *dans le produit de sa vitesse entière par un poids qui en pourroit être emporté avec toute cette vitesse*, ou en $aa \times a = a^3$.

594. On jugera donc sûrement de combien une machine exécutée approche, ou est éloignée du degré de perfection, en comparant son effet aux $\frac{4}{27}$ de l'effet naturel du fluide qui la fait agir, ou en comparant le poids qu'elle meut aux quatre neuviemes de celui qui lui convient dans l'état d'équilibre.

595. On voit aussi que quand on aura à construire une machine, il faudra en disposer les parties de façon que la résistance qu'elle aura à surmonter soit les $\frac{4}{9}$ du poids d'équilibre, ou que la vîtesse de la roue soit le tiers de celle du courant ; ou, ce qui revient au même, il faut, si la vîtesse du courant est donnée, construire la machine de façon que son poids d'équilibre soit à celui qu'on veut élever, dans le rapport de 9 à 4.

Quand on voudra connoître le poids que peut mouvoir une machine mûe par un courant, il ne faudra lui donner à élever que les $\frac{4}{9}$ du poids qui lui convient dans l'état d'équilibre.

596. Que si au contraire le poids est donné, il faut que la grandeur des aubes soit tellement ménagée que leur quantité de mouvement soit à l'effet naturel du fluide, comme 4 est à 27, ou que leur vîtesse soit le tiers de celle du courant, après quoi on sera assuré d'avoir rendu la machine parfaite, quelle que soit d'ailleurs sa construction, qui peut avec ces conditions varier d'une infinité de manieres ; car il reste toujours à l'industrie de celui qui en fait le projet, de disposer les pieces de façon qu'en jouant avec aisance il y ait le moins de déchet qu'il est possible de la part des frottemens.

Lorsque le poids qu'on veut élever sera donné, il faut que son produit, par sa vîtesse, soit égal aux $\frac{4}{27}$ du produit de la force absolue du courant par sa vîtesse entiere.

Pour montrer la nécessité d'assujettir aux principes que l'on vient de voir toutes les machines mûes par un courant, & en même tems pour faciliter l'intelligence du fréquent usage que nous en ferons dans la suite, je vais examiner la chose sous une autre face, & la rendre sensible par un exemple.

597. Si l'on en excepte un petit nombre de Sçavans, il n'y a personne qui ne pense que plus la roue qui fait agir les pompes de la Samaritaine à *Paris*, aura de vîtesse, & plus la quantité d'eau qui montera dans le réservoir sera grande. Cependant comme la force du courant de la Seine est limitée, puisqu'elle dépend du quarré de sa vîtesse, on sçaura à quoi s'en tenir si l'on fait atten-

Exemple appliqué aux pompes de la Samaritaine, à Paris, pour montrer la nécessité de se conformer au

principe précédent.

tion que cette roue doit néceſſairement ſe rencontrer dans un des trois cas que voici.

Dans le premier, elle reſtera immobile ſi la force du choc de l'eau contre une des aubes eſt inférieure, ou égale, au poids que la machine doit élever : dans le ſecond, ſi cette roue a autant de vîteſſe que le courant, l'eau ne rencontrant aucune oppoſition, ne choquera point; (587) ce qui ne pourroit même arriver à une machine qui n'auroit nulle réſiſtance à vaincre : il n'y a donc que dans le troiſieme, lorſque la vîteſſe de la roue eſt moindre que celle du courant, qu'elle ſera capable d'élever un poids; parce qu'une partie de l'action du courant, ſera en équilibre avec la peſanteur du poids, tandis que l'autre partie fera mouvoir la roue, & par conſéquent monter le poids avec une certaine vîteſſe. (586)

Si les colonnes d'eau que refoulent les piſtons étoient trop groſſes par rapport à leur hauteur, elles oppoſeroient par leur poids une ſi grande réſiſtance au courant, que ne lui reſtant que peu de vîteſſe après le choc pour faire tourner la roue, l'eau qui doit paſſer dans le réſervoir y montera ſi lentement que l'on pourra perdre davantage de la part du tems, que l'on ne gagnera par l'augmentation du poids : ſi au contraire on fait le cercle des piſtons trop petit, ou les colonnes trop minces, l'eau à la vérité montera plus promptement dans le réſervoir, mais en ſi petite quantité à chaque coup de piſton, qu'on perdra plus du poids qu'on ne gagnera de la part de la vîteſſe.

Cependant comme l'objet de cette machine doit être de fournir la plus grande quantité d'eau qu'il eſt poſſible, dans un certain tems déterminé, par le mouvement d'une roue dont le rayon & la grandeur des aubes doivent avoir été aſſujettis à l'emplacement de la machine; on voit que ſa perfection ſe réduit à faire enſorte que chaque coup de piſton faſſe non-ſeulement monter beaucoup d'eau à la fois, mais qu'elle monte encore avec le plus de vîteſſe qu'il ſera poſſible. Cependant le plus grand effet de ces piſtons dépendant néceſſairement de celui de la roue, il faut que cette roue ait la plus grande quantité de mouvement qu'il eſt poſſible, pour le communiquer aux piſtons, c'eſt-à-dire, qu'il faut que le produit du choc du courant, par la vîteſſe de la roue, ſoit le plus grand de tous ceux formés de la ſorte.

Comme la vîteſſe entiere du courant peut être exprimée par une ligne droite, ce problême ſe réduit à la diviſer en deux parties, de ſorte que le quarré de l'une multiplié par l'autre, donne

le plus grand parallelepipede qu'il eſt poſſible de former par une telle diviſion, & n'y ayant dans la longueur de la ligne qu'un point pris vers l'une ou l'autre de ſes extrémités qui puiſſe ſatisfaire à ce que l'on demande; on voit qu'il s'agit ici d'un *maximum* qu'on ne peut trouver aiſément que par le calcul *différentiel*.

Si je me ſuis un peu étendu ſur un ſujet qui pouvoit être expliqué en moins d'une page, c'eſt que mon deſſein eſt d'écrire pour tout le monde; & que je me ſuis apperçu qu'il n'étoit point aiſé de faire entendre à bien des gens, & même à ceux qui s'imaginent ſçavoir beaucoup, que c'étoit une erreur de conclure que plus une roue avoit de vîteſſe plus l'effet de la machine étoit grand.

598. Si l'on ſuppoſe que le pertuis FGHD eſt fermé, & que l'eau compriſe dans l'eſpace FGMQ eſt dormante; faiſant abſtraction du poids P, la puiſſance qui pouſſera en avant la ſurface NOMQ avec une vîteſſe uniforme, ſelon la direction RY, ſera la même que celle qu'il faudroit pour ſoutenir cette ſurface en équilibre contre le choc d'un courant qui auroit la même vîteſſe; car que ce ſoit l'eau qui vienne rencontrer la ſurface, ou la ſurface qui aille à la rencontre de l'eau, le choc ſera toujours exprimé par le quarré de la vîteſſe de l'un ou de l'autre.

FIG. 86. *Il eſt indifférent pour la meſure du choc, que ce ſoit un courant qui aille à la rencontre d'une ſurface immobile, ou que ce ſoit la ſurface qui aille à la rencontre d'une eau dormante, avec la même vîteſſe que celle du courant.*

599. Si la ſurface précédente alloit à la rencontre du courant qui ſort du pertuis, la puiſſance ayant à ſoutenir non-ſeulement l'impulſion dont peut être capable la vîteſſe du courant, mais encore celle qu'elle fait naître par ſa vîteſſe propre, la réſiſtance qui réſultera de leur concours, doit être exprimée par le quarré de la ſomme des vîteſſes de la ſurface & du courant; c'eſt-à-dire, que ſi le courant avoit trois pieds de vîteſſe par ſeconde, & que la ſurface, en remontant, fît un chemin de deux pieds dans ce tems, elle ſera dans le même cas que ſi elle ſoutenoit en équilibre l'impreſſion d'un courant qui auroit cinq pieds de vîteſſe par ſeconde, ou comme ſi elle étoit mue avec cette vîteſſe dans une eau dormante; car ſi lorſqu'une ſurface fuit, & ſemble ſe dérober à un courant, il faut ſouſtraire ſa vîteſſe de celle du courant, pour avoir la vîteſſe reſpective avec laquelle elle eſt frappée, (585) il eſt tout naturel, quand la ſurface va à la rencontre du courant, d'ajouter ſa vîteſſe à celle du courant.

Quand une ſurface va à la rencontre d'un courant, le choc doit être exprimé par le quarré de la ſomme des vîteſſes du courant & de la ſurface.

600. On verra au contraire, que lorſque la même ſurface ſera mue ſelon la direction naturelle du courant, avec une vîteſſe plus grande, l'impulſion que ſoutient la puiſſance, doit être exprimée par le quarré de la différence de la vîteſſe de la ſurface à celle du courant, parce que la ſurface eſt alors à l'égard de l'eau qui fuit, ce qu'eſt

Quand une ſurface ſuit la direction du courant avec une vîteſſe plus grande, elle eſt dans le

même cas que si elle étoit mûe dans une eau dormante avec l'excès de sa vîtesse sur celle du courant.

le courant, lorsque la surface tend à se dérober à son impression.

601. On ignoroit encore la maniere de mesurer la force dont pouvoient être capables les rivieres, ou ruisseaux, dans les cas précédens, lorsqu'il vint en pensée à M. *de la Hire*, *qu'on pouvoit regarder la vitesse uniforme d'une eau courante*, *comme ayant été acquise par une chûte*, par conséquent comme la vîtesse moyenne que prendroit à la sortie d'un pertuis vertical, l'eau d'un réservoir, dont la hauteur seroit égale à cette chûte; d'où il conclut que l'*impression directe d'un courant contre une surface verticale*, *devoit être mesurée par le poids d'un prisme d'eau qui auroit pour base la surface choquée*, *& pour hauteur la chûte relative à la vitesse du courant.*

Il n'y a point de courant dont la vîtesse uniforme ne puisse être regardée comme ayant été acquise par une chûte.

Supposant donc une surface immobile & verticale de 10 pieds quarrés, recevant directement l'impression d'un courant qui auroit 4 pieds de vîtesse par seconde, il faudra chercher la chûte qui répond à cette vîtesse, (177) en disant, comme 30 est à $\sqrt{15}$, ainsi 4 est à $\sqrt{x}$; ou comme 900 est à 15, ainsi 16 est à $x = \frac{4}{15}$; qui montre que la hauteur que l'on cherche doit être les $\frac{4}{15}$ d'un pied qu'il faut multiplier par 10, superficie de la surface, & le produit par 70, pour avoir $186\frac{2}{3}$ livres, force absolue du courant.

On aura toujours la hauteur du prisme d'eau qui exprime la force absolue d'un courant, en divisant sa vîtesse entiere par 60.

602. Nommant a, la vîtesse du courant, & x, la chûte, on aura $900, 15 :: aa, x$; d'où l'on tire $900x = 15aa$, ou $x = \frac{15}{900}aa$, ou après la réduction $x = \frac{aa}{60}$, qui montre en général que pour avoir la chûte qui doit répondre à la vîtesse de l'eau, ou la hauteur de la colonne qui exprime la force du choc, *il suffit de diviser le quarré de la vitesse de l'eau par 60.*

Application du principe précédent aux différentes vîtesses & directions d'une surface par rapport à celle du courant.

603. Si la surface se déroboit au courant, on aura de même l'impulsion qu'elle soutiendra, en soustrayant sa vîtesse de celle du courant, si la premiere est moindre que la seconde; ou en soustrayant la vîtesse du courant de celle de la surface, si c'est le contraire, & en divisant le quarré de la différence par 60, pour avoir la hauteur du prisme d'eau.

604. Quand la surface ira à la rencontre du courant, il faudra au contraire ajouter leurs vîtesses ensemble, & diviser encore le quarré de la somme par 60.

605. Quand la force qui doit mouvoir la surface dans une eau dormante sera donnée, & qu'on voudra connoître avec quelle vîtesse une surface doit être mue, il faudra trouver quelle est la hauteur

hauteur du prisme d'eau qui auroit pour base la même surface, & dont le poids seroit égal à la force donnée, ensuite chercher la vîtesse relative à une chûte égale à la hauteur du prisme, elle sera celle que l'on demande.

606. Si l'objet de la force donnée étoit de mouvoir une surface contre un courant, il faudra chercher, comme dans le cas précédent, la vîtesse qui répond à la hauteur du prisme d'eau, la regarder comme la somme des vîtesses du courant & de la surface; d'où retranchant celle du courant, la différence sera la vîtesse avec laquelle la surface remontera.

607. Les principes que l'on vient d'établir nous serviront dans la suite à calculer les machines mûes par le courant des rivieres, ou ruisseaux; pour sçavoir aussi avec quelle vîtesse un bateau pourra être mu avec une force donnée, ou quelle est la force qu'il faudra pour le mouvoir avec une vîtesse donnée, soit en remontant, ou en descendant une riviere, ou dans une eau dormante, comme sur les canaux de navigation, soit que l'on se serve de la force des *hommes*, des *chevaux*, ou du *vent*, relativement à la charge du bateau; c'est-à-dire, à son enfoncement dans l'eau, d'où dépend la grandeur de la surface qui doit la fendre; c'est ce que l'on trouvera détaillé dans la seconde partie de cet Ouvrage, ne s'agissant ici que des principes généraux.

Usage d'une Table qui donne les chûtes dont on a les vîtesses & les chocs de l'eau relativement aux vîtesses.

608. N'ayant rien voulu négliger de tout ce qui pouvoit faciliter le calcul des machines, j'ai cru devoir accompagner cette Section d'une Table dans laquelle on pût trouver toutes les *chûtes* relatives aux vîtesses uniformes par seconde, que l'on peut proposer, avec la force du choc dont les courans qui auroient ces vîtesses seroient capables sur une surface donnée.

Dans la premiere colonne on voit que les *vitesses uniformes* par seconde vont en progression arithmétique, en ne se surpassant que d'un demi-pouce; ainsi on trouvera toujours, à peu de chose près, telle vîtesse que l'on peut proposer, depuis la plus petite, d'un pouce, jusqu'à la plus grande, qui se termine à 30 pieds; c'est-à-dire, à celle qui peut être acquise dans le tems d'une seconde par une chûte de 15 pieds. (172).

La seconde colonne comprend les *chûtes* relatives aux vîtesses, & la troisieme, le *choc* exprimé en *livres*, dont l'eau qui auroit les mêmes vîtesses, peut être capable sur une surface *d'un pied quarré;* ou, ce qui revient au même, le poids des colonnes d'eau qui auroient cette surface pour base, & pour hauteur, les chûtes qui répondent aux chocs.

Connoiſſant le choc d'un courant contre une ſurface immobile, trouver la vîteſſe du courant.

609. Lorſque, par quelque moyen que ce ſoit, on ſera parvenu à connoître la force du choc exprimé en livres d'un courant contre une ſurface verticale immobile dont on a la ſuperficie en pieds quarrés, il faudra diviſer la force par le nombre des mêmes pieds pour avoir le poids que chacun d'eux ſoutient, chercher ce poids dans la Table, & l'on trouvera ſur le même alignement la vîteſſe *entiere* du courant.

Connoiſſant la vîteſſe d'une ſurface, & l'impreſſion qu'elle ſoutient, connoître la vîteſſe du courant.

610. Si la ſurface fuyoit devant le courant, il faudra faire le même calcul, & on trouvera dans la Table la vîteſſe *reſpective* avec laquelle la ſurface eſt frappée; (603) ajoutant cette vîteſſe à celle de la ſurface, on aura celle du courant. (585)

611. Si au contraire, la ſurface va à la rencontre du courant, il faudra, après avoir pris dans la Table la vîteſſe qui répond au choc que ſoutient un des pieds quarrés de la ſurface, ſouſtraire de cette vîteſſe celle de la ſurface, la différence donnera celle du courant. (599)

Connoiſſant la vîteſſe & le choc d'une ſurface qui va à la rencontre d'un courant, connoître ſa vîteſſe.

612. Quand on aura une force déterminée, & qu'on voudra ſçavoir avec quelle vîteſſe elle peut mouvoir une ſurface donnée dans une eau dormante, on diviſera encore cette force par le nombre de pieds que comprend la ſurface, & l'on cherchera dans la colonne des chocs le nombre le plus approchant du quotient, on trouvera ſur le même alignement la vîteſſe que l'on demande. (600)

Connoiſſant la force avec laquelle une ſurface peut être mûe dans une eau dormante, trouver la vîteſſe qu'elle aura.

On voit aſſez que par le moyen de cette Table on peut réſoudre tous les cas qui ont rapport au choc de l'eau, ſans qu'il ſoit beſoin d'en rapporter un plus grand nombre d'exemples: j'ajouterai ſeulement qu'on peut s'en ſervir avec confiance, puiſqu'elle eſt auſſi conforme qu'on puiſſe l'exiger à toutes les expériences que l'on a fait ſur le choc de l'eau, & qu'on pourra auſſi en faire uſage pour meſurer la force du vent, comme nous le ferons voir au commencement du ſecond volume.

Nouvelle maniere de meſurer la vîteſſe d'un courant auſſi parfaite que l'ancienne étoit défectueuſe.

613. Il ne reſte plus préſentement que d'avoir une méthode exacte pour meſurer la vîteſſe des courans: celle qui a été en uſage juſqu'ici, & que M. *Mariotte* donne comme la meilleure, eſt de jetter dans le fil de l'eau une boule de bois, ou de cire, & d'obſerver le chemin qu'elle fera pendant un certain tems. Cette méthode eſt fort imparfaite & ſujette à pluſieurs inconvéniens; on ne peut avoir par-là que la vîteſſe de la ſurface de l'eau, au lieu qu'il faudroit connoître celle du milieu & du fond, afin de prendre la moyenne, parce que les eaux *inférieures* étant preſſées par celles de *deſſus*, il ſemble qu'elles devroient être forcées à couler plus

vîte ; d'un autre côté les *frottemens* que le *fond* occaſionne, doivent retarder la vîteſſe de l'eau inférieure, & peut-être la rendre moindre que celle de la ſurface ; ce qui ſouffre une infinité de variations que la théorie ne peut déterminer.

Souvent il importe extrêmement de bien connoître la vîteſſe de l'eau ſous *l'arche d'un pont*, afin de connoître la force dont on pourra diſpoſer pour faire aller une machine ; mais en ſuivant la méthode ordinaire, la boule paſſe ſi vîte en cet endroit, qu'on ne peut ſçavoir préciſément le tems qu'elle a employé à faire un certain chemin : la même expérience répétée pluſieurs fois ne donnant jamais la même choſe, parce que la boule ne ſuit pas toujours le même fil d'eau. Mais ſans nous arrêter à tous les défauts de cette méthode, il ſuffit de dire que M. *Pitot* en a trouvé une autre incomparablement plus exacte, & qui ne laiſſe rien à deſirer, l'ayant éprouvé pluſieurs fois moi-même avec un ſuccès qui me la fait regarder comme l'invention la plus utile qu'on puiſſe ſouhaiter pour la meſure des eaux, n'y ayant point d'obſtacle qu'elle ne ſurmonte. Elle ſe réduit à l'uſage de l'inſtrument du monde le plus ſimple, par le moyen duquel on connoît ſur le champ la *chûte* capable de la vîteſſe que l'on cherche, à quelqu'endroit de la ſurface, ou du fond qu'on veuille la prendre ; & auſſi-tôt que l'on a cette chûte, il eſt aiſé de connoître la vîteſſe qui lui répond, par conſéquent celle du courant, ſoit en ſuivant le calcul qui eſt enſeigné dans l'article 176, ou en ſe ſervant de la Table de la ſeptieme Section. (169) PLAN. 8. FIG. 91.

Deſcription & uſage d'un inſtrument imaginé par M. Pitot, *pour meſurer la vîteſſe d'un courant.*

614. Cet inſtrument eſt compoſé de deux tuyaux de verre ouverts par les bouts ; le premier AB eſt tout droit, & le ſecond CD a une de ſes extrémités recourbée & évaſée en forme d'entonnoir EFGD ; ces tuyaux doivent être encaſtrés dans une eſpece de priſme de bois, de figure triangulaire, pour être maintenus inébranlables l'un à côté de l'autre, & garantis d'accident.

Sur la hauteur de ces tuyaux on fait une diviſion de parties égales, comme aux barometres, accompagnée d'une marque qui puiſſe s'arrêter à l'endroit que l'on veut ; cette diviſion, pour plus de commodité, doit être exprimée en pouces & en lignes.

Pour faire uſage de cet inſtrument, on le plonge perpendiculairement dans l'eau, de maniere que l'entrée du tuyau recourbé ſoit oppoſée à la direction du courant, afin qu'il puiſſe s'engouffrer dans l'entonnoir ; alors l'eau monte dans les deux tuyaux, mais à des hauteurs différentes. Car ſi la ligne HI repréſente ſon niveau elle ne pourra monter dans le premier AB qu'à la hauteur GB qui

trempe dans l'eau, n'y ayant que ſon poids qui puiſſe les contraindre, comme dans une eau dormante. (333) Il n'en ſera pas de même de l'eau qui entrera dans le tuyau recourbé CD, qui ſera forcée de monter au-deſſus du niveau HI, d'une hauteur MK, relative à la force du courant; car ſa vîteſſe pouvant être conſidérée comme acquiſe par une chûte d'une certaine hauteur, (601) l'eau doit remonter à la même hauteur (160), & y être ſoutenue par l'impulſion dont cette vîteſſe ſera capable, laquelle agiſſant ſur l'entrée DE du tuyau, doit être en équilibre avec le poids de la colonne MK. (601)

On ſera toujours ſûr d'avoir dirigé l'entonnoir dans le fil le plus rapide de l'eau, quand on aura remarqué le point où elle monte le plus haut, ſans ſe mettre en peine ſi ce fil eſt direct, ou oblique. S'il arrive quelquefois qu'un tourbillon faſſe monter l'eau au-deſſus de la chûte qui convient à ſa vîteſſe, on la verra, après quelque balancement, ſe remettre à ſa hauteur naturelle. Comme le vent occaſionne auſſi des balancemens qui empêchent de fixer la hauteur que l'on cherche, il faut ne faire ces expériences que dans un tems calme.

On peut, par le moyen de cette machine, comme le fait obſerver M. *Pitot*, faire un grand nombre d'obſervations curieuſes & utiles, pour connoître, par exemple, la vîteſſe *moyenne* du *total* des eaux d'une riviere; pour ſçavoir ſi les augmentations de vîteſſe ſont *proportionnelles* aux accroiſſemens des eaux, ou dans quel rapport; pour voir quelle eſt la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottemens, &c.

Application du même inſtrument pour meſurer le ſillage des vaiſſeaux.

615. M. *Pitot*, après avoir découvert cette machine, a penſé avec beaucoup de raiſon qu'elle pouvoit être employée à meſurer le *ſillage* d'un *vaiſſeau;* car ce ſillage dépend entiérement de la vîteſſe du vaiſſeau, qu'on peut regarder comme celle d'une eau courante, ſur laquelle il ſeroit immobile. (598) Il faut placer dans le milieu du vaiſſeau, ou le plus près qu'il ſe pourra de ſon *centre de balancement,* deux tuyaux de métal de 3 ou 4 lignes de diametre, l'un droit & l'autre courbé comme les précédens, qui doivent tremper dans l'eau de la mer, & il n'y aura rien à craindre de ces ouvertures ſi petites; dans ces deux tuyaux en ſeront enchaſſés deux autres de verre d'une hauteur convenable pour les obſervations; l'eau, dans le premier, montera juſqu'à ſon niveau, & dans le ſecond juſqu'à une hauteur relative à la vîteſſe du vaiſſeau, parce que l'entonnoir étant dirigé vers la proue, ſera dans le même cas que ſi on l'avoit mis dans le fil d'une eau courante, & par conſéquent on aura la vîteſſe du vaiſſeau de la même maniere qu'on trouve celle d'un courant.

TABLE

TABLE TROISIEME, qui comprend les Chûtes relatives aux Viteſſes uniformes données par ſeconde, & les Chocs dont l'eau qui auroit ces Viteſſes peut être capable, ſur une ſurface d'un pied quarré.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pouc.	lignes.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pouces.	lignes	points.	Livres.
0	1	0	0	0 1/5	0 1/123	1	4	0	4	3 1/5	2 1/10
0	1 1/2	0	0	0 9/20	0 1/55	1	4 1/2	0	4	6 2/5	2 1/5
0	2	0	0	0 4/5	0 1/31	1	5	0	4	9	2 1/3
0	2 1/2	0	0	1 1/4	0 1/20	1	5 1/2	0	5	1 1/6	2 1/2
0	3	0	0	1 4/5	0 1/14	1	6	0	5	4 4/5	2 7/10
0	3 1/2	0	0	2 1/2	0 1/12	1	6 1/2	0	5	8 2/5	2 3/4
0	4	0	0	3 1/5	0 1/8	1	7	0	6	0 1/5	2 19/21
0	4 1/2	0	0	4 1/20	0 1/6	1	7 1/2	0	6	4	3 1/12
0	5	0	0	5	0 1/5	1	8	0	6	8	3 5/21
0	5 1/2	0	0	6 1/20	0 1/4	1	8 1/2	0	7	0	3 5/12
0	6	0	0	7 1/5	0 2/7	1	9	0	7	4 1/5	3 4/7
0	6 1/2	0	0	8 1/4	0 1/3	1	9 1/2	0	7	8 2/5	3 3/4
0	7	0	0	9 4/5	0 2/5	1	10	0	8	0 4/5	3 19/21
0	7 1/2	0	0	11 1/4	0 14/31	1	10 1/2	0	8	5 1/5	4 1/6
0	8	0	1	0 4/5	0 1/2	1	11	0	8	9 4/5	4 2/7
0	8 1/2	0	1	2 1/2	0 4/7	1	11 1/2	0	9	2 2/5	4 1/2
0	9	0	1	4 1/5	0 2/3	2	0	0	9	7 1/5	4 2/5
0	9 1/2	0	1	6 1/20	0 3/4	2	0 1/2	0	10	0	4 9/10
0	10	0	1	8	0 5/6	2	1	0	10	5	5 1/12
0	10 1/2	0	1	10 1/20	0 11/12	2	1 1/2	0	10	10	5 3/10
0	11	0	2	0 1/5	1	2	2	0	11	3 1/5	5 1/2
0	11 1/2	0	2	2 1/2	1 1/12	2	2 1/2	0	11	8	5 3/4
1	0	0	2	4 4/5	1 1/6	2	3	1	0	1 4/5	5 38/41
1	0 1/2	0	2	7 1/4	1 11/41	2	3 1/2	1	0	7	6 1/7
1	1	0	2	9 4/5	1 3/8	2	4	1	1	0 4/5	6 2/7
1	1 1/2	0	3	0 1/2	1 1/2	2	4 1/2	1	1	6	6 5/8
1	2	0	3	3 1/5	1 4/7	2	5	1	2	0 1/5	6 5/6
1	2 1/2	0	3	6 1/20	1 3/4	2	5 1/2	1	2	6	7 1/14
1	3	0	3	9	1 17/20	2	6	1	3	0	7 13/41
1	3 1/2	0	4	0 1/20	2	2	6 1/2	1	3	6	7 1/2

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.			CHOC de l'eau.	VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.			CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pouces.	lignes.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pouc.	lig.	points.	Livres.
2	7	1	4	0	$7\frac{5}{6}$	3	10	2	11	3	$17\frac{1}{7}$
2	$7\frac{1}{2}$	1	4	6	$8\frac{1}{14}$	3	$10\frac{1}{2}$	3	0	0	$17\frac{7}{12}$
2	8	1	5	0	$8\frac{1}{3}$	3	11	3	0	9	18
2	$8\frac{1}{2}$	1	5	7	$8\frac{4}{7}$	3	$11\frac{1}{2}$	3	1	7	$18\frac{3}{8}$
2	9	1	6	1	$8\frac{5}{6}$	4	0	3	2	4	$18\frac{3}{4}$
2	$9\frac{1}{2}$	1	6	8	$9\frac{1}{8}$	4	$0\frac{1}{2}$	3	3	2	$19\frac{1}{8}$
2	10	1	7	3	$9\frac{5}{12}$	4	1	3	4	0	$19\frac{1}{5}$
2	$10\frac{1}{2}$	1	7	10	$9\frac{2}{3}$	4	$1\frac{1}{2}$	3	4	10	20
2	11	1	8	5	10	4	2	3	5	8	$20\frac{1}{3}$
2	$11\frac{1}{2}$	1	9	0	$10\frac{1}{4}$	4	$2\frac{1}{2}$	3	6	6	$20\frac{3}{4}$
3	0	1	9	7	$10\frac{1}{2}$	4	3	3	7	4	$21\frac{1}{7}$
3	$0\frac{1}{2}$	1	10	2	$10\frac{3}{4}$	4	$3\frac{1}{2}$	3	8	2	$21\frac{3}{5}$
3	1	1	10	9	$11\frac{1}{8}$	4	4	3	9	0	22
3	$1\frac{1}{2}$	1	11	5	$11\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	3	9	11	$22\frac{5}{8}$
3	2	2	0	0	$11\frac{3}{4}$	4	5	3	10	9	$22\frac{17}{21}$
3	$2\frac{1}{2}$	2	0	8	$12\frac{1}{20}$	4	$5\frac{1}{2}$	3	11	8	$23\frac{1}{4}$
3	3	2	1	4	$12\frac{15}{41}$	4	6	4	0	7	$23\frac{3}{4}$
3	$3\frac{1}{2}$	2	2	0	$12\frac{1}{2}$	4	$6\frac{1}{2}$	4	1	6	$24\frac{1}{7}$
3	4	2	2	8	13	4	7	4	2	5	$24\frac{7}{12}$
3	$4\frac{1}{2}$	2	3	4	$13\frac{1}{3}$	4	$7\frac{1}{2}$	4	3	4	$25\frac{1}{25}$
3	5	2	4	0	$13\frac{2}{3}$	4	8	4	4	3	$25\frac{1}{2}$
3	$5\frac{1}{2}$	2	4	8	14	4	$8\frac{1}{2}$	4	5	2	26
3	6	2	5	4	$14\frac{1}{3}$	4	9	4	6	1	$26\frac{5}{12}$
3	$6\frac{1}{2}$	2	6	1	$14\frac{2}{3}$	4	$9\frac{1}{2}$	4	7	1	$26\frac{6}{7}$
3	7	2	6	9	$15\frac{1}{31}$	4	10	4	8	0	$27\frac{1}{3}$
3	$7\frac{1}{2}$	2	7	6	$15\frac{3}{7}$	4	$10\frac{1}{2}$	4	9	0	$27\frac{3}{4}$
3	8	2	8	3	$15\frac{3}{4}$	4	11	4	10	0	$28\frac{3}{10}$
3	$8\frac{1}{2}$	2	9	0	$16\frac{1}{10}$	4	$11\frac{1}{2}$	4	11	0	$28\frac{4}{7}$
3	9	2	9	9	$16\frac{1}{2}$	5	0	5	0	0	$29\frac{1}{4}$
3	$9\frac{1}{2}$	2	10	6	$16\frac{5}{6}$	5	$0\frac{1}{2}$	5	1	0	$29\frac{3}{4}$

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Viteſſes.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pouc.	lign.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pouces.	lignes	points.	Livres.
5	1	5	2	0	30 1/4	6	4	8	0	3	47
5	1 1/2	5	3	0	30 3/4	6	4 1/2	8	1	6	47 7/12
5	2	5	4	0	31 1/4	6	5	8	2	9	48 1/5
5	2 1/2	5	5	1	31 6/7	6	5 1/2	8	4	0	48 7/8
5	3	5	6	2	32 1/4	6	6	8	5	4	49 7/15
5	3 1/2	5	7	2	32 4/5	6	6 1/2	8	6	8	50 5/12
5	4	5	8	3	33 3/10	6	7	8	8	0	50 3/4
5	4 1/2	5	9	4	33 3/4	6	7 1/2	8	9	4	51 2/5
5	5	5	10	5	34 1/3	6	8	8	10	8	52 1/31
5	5 1/2	5	11	6	34 6/7	6	8 1/2	9	0	0	52 2/3
5	6	6	0	7	35 5/12	6	9	9	1	4	53 1/3
5	6 1/2	6	1	8	36	6	9 1/2	9	2	8	54
5	7	6	2	9	36 1/2	6	10	9	4	0	54 3/4
5	7 1/2	6	3	11	37 1/25	6	10 1/2	9	5	5	55 3/8
5	8	6	5	1	37 4/7	6	11	9	6	9	56
5	8 1/2	6	6	2	38 2/7	6	11 1/2	9	8	2	56 2/3
5	9	6	7	4	38 3/4	7	0	9	9	7	57 5/14
5	9 1/2	6	8	6	39 1/4	7	0 1/2	9	11	0	58 1/20
5	10	6	9	8	39 5/6	7	1	10	0	5	58 3/4
5	10 1/2	6	10	10	40 5/12	7	1 1/2	10	1	10	59 5/12
5	11	7	0	0	41	7	2	10	3	3	60 1/8
5	11 1/2	7	1	2	41 4/7	7	2 1/2	10	4	8	60 5/6
6	0	7	2	5	42 1/7	7	3	10	6	1	61 1/2
6	0 1/2	7	3	7	42 3/4	7	3 1/2	10	7	6	62 1/4
6	1	7	4	10	43 1/3	7	4	10	9	0	63
6	1 1/2	7	6	0	43 11/12	7	4 1/2	10	10	6	63 2/3
6	2	7	7	3	44 1/2	7	5	11	0	0	64 2/7
6	2 1/2	7	8	6	45 1/8	7	5 1/2	11	1	6	65 1/8
6	3	7	9	9	45 3/4	7	6	11	3	0	65 6/7
6	3 1/2	7	11	0	46 3/8	7	6 1/2	11	4	6	66 4/7

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Viteſſes.

VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.	VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pie.	pouc.	lig.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pie.	pouc.	lig.	points.	Livres.
7	7	0	11	6	0	$67\frac{1}{2}$	8	10	1	3	7	3	$91\frac{1}{3}$
7	$7\frac{1}{2}$	0	11	7	6	$68\frac{1}{15}$	8	$10\frac{1}{2}$	1	3	9	0	$92\frac{1}{5}$
7	8	0	11	9	0	$68\frac{5}{6}$	8	11	1	3	10	9	$93\frac{1}{12}$
7	$8\frac{1}{2}$	0	11	10	6	$69\frac{1}{2}$	8	$11\frac{1}{2}$	1	4	0	7	94
7	9	1	0	0	1	$70\frac{1}{4}$	9	0	1	4	2	4	$94\frac{2}{3}$
7	$9\frac{1}{2}$	1	0	1	8	$71\frac{1}{14}$	9	$0\frac{1}{2}$	1	4	4	2	$95\frac{3}{4}$
7	10	1	0	3	3	72	9	1	1	4	6	0	$96\frac{4}{7}$
7	$10\frac{1}{2}$	1	0	4	10	$72\frac{7}{8}$	9	$1\frac{1}{2}$	1	4	7	10	$97\frac{1}{2}$
7	11	1	0	6	5	$73\frac{3}{8}$	9	2	1	4	9	8	$98\frac{1}{3}$
7	$11\frac{1}{2}$	1	0	8	0	$74\frac{1}{7}$	9	$2\frac{1}{2}$	1	4	11	6	$99\frac{1}{4}$
8	0	1	0	9	7	$74\frac{3}{4}$	9	3	1	5	1	4	$100\frac{1}{6}$
8	$0\frac{1}{2}$	1	0	11	2	$75\frac{3}{4}$	9	$3\frac{1}{2}$	1	5	3	2	$101\frac{1}{14}$
8	1	1	1	0	9	$76\frac{1}{2}$	9	4	1	5	5	0	102
8	$1\frac{1}{2}$	1	1	2	5	$77\frac{1}{3}$	9	$4\frac{1}{2}$	1	5	6	10	103
8	2	1	1	4	0	$78\frac{1}{12}$	9	5	1	5	8	9	104
8	$2\frac{1}{2}$	1	1	5	8	$78\frac{6}{7}$	9	$5\frac{1}{2}$	1	5	10	8	$104\frac{3}{4}$
8	3	1	1	7	4	$79\frac{2}{3}$	9	6	1	6	0	7	$105\frac{2}{3}$
8	$3\frac{1}{2}$	1	1	9	0	$80\frac{1}{2}$	9	$6\frac{1}{2}$	1	6	2	6	$106\frac{7}{12}$
8	4	1	1	10	8	$81\frac{1}{4}$	9	7	1	6	4	5	$107\frac{1}{2}$
8	$4\frac{1}{2}$	1	2	0	4	$82\frac{1}{8}$	9	$7\frac{1}{2}$	1	6	6	4	$108\frac{1}{2}$
8	5	1	2	2	0	$82\frac{3}{4}$	9	8	1	6	8	3	$109\frac{1}{3}$
8	$5\frac{1}{2}$	1	2	3	8	$83\frac{3}{4}$	9	$8\frac{1}{2}$	1	6	10	2	$110\frac{1}{3}$
8	6	1	2	5	4	$84\frac{1}{2}$	9	9	1	7	0	1	$111\frac{2}{7}$
8	$6\frac{1}{2}$	1	2	7	1	$85\frac{3}{7}$	9	$9\frac{1}{2}$	1	7	2	1	$112\frac{1}{4}$
8	7	1	2	8	9	$86\frac{1}{3}$	9	10	1	7	4	0	$113\frac{1}{5}$
8	$7\frac{1}{2}$	1	2	10	6	$87\frac{1}{6}$	9	$10\frac{1}{2}$	1	7	6	0	$114\frac{1}{6}$
8	8	1	3	0	3	$87\frac{2}{3}$	9	11	1	7	8	0	$115\frac{1}{8}$
8	$8\frac{1}{2}$	1	3	2	0	$88\frac{4}{5}$	9	$11\frac{1}{2}$	1	7	10	0	$116\frac{1}{10}$
8	9	1	3	3	9	$89\frac{1}{2}$	10	0	1	8	0	0	117
8	$9\frac{1}{2}$	1	3	5	6	$90\frac{1}{2}$	10	$0\frac{1}{2}$	1	8	2	0	$118\frac{1}{20}$

TABLE

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vîteſſes.

VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.	VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.
10	1	1	8	4	0	119	11	4	2	1	8	3	150 $\frac{1}{3}$
10	1 $\frac{1}{2}$	1	8	6	0	120 $\frac{1}{61}$	11	4 $\frac{1}{2}$	2	1	10	6	151 $\frac{1}{2}$
10	2	1	8	8	0	121	11	5	2	2	0	9	152 $\frac{3}{5}$
10	2 $\frac{1}{2}$	1	8	10	1	122	11	5 $\frac{1}{2}$	2	2	3	1	153 $\frac{3}{4}$
10	3	1	9	0	1	123	11	6	2	2	5	4	154 $\frac{2}{3}$
10	3 $\frac{1}{2}$	1	9	2	2	124	11	6 $\frac{1}{2}$	2	2	7	8	155 $\frac{5}{7}$
10	4	1	9	4	3	125	11	7	2	2	10	0	157
10	4 $\frac{1}{2}$	1	9	6	4	126 $\frac{1}{61}$	11	7 $\frac{1}{2}$	2	3	0	4	158 $\frac{1}{8}$
10	5	1	9	8	5	127	11	8	2	3	2	8	159 $\frac{1}{3}$
10	5 $\frac{1}{2}$	1	9	10	6	128 $\frac{1}{20}$	11	8 $\frac{1}{2}$	2	3	5	0	160 $\frac{1}{2}$
10	6	1	10	0	7	129	11	9	2	3	7	4	161 $\frac{1}{2}$
10	6 $\frac{1}{2}$	1	10	2	8	130 $\frac{1}{10}$	11	9 $\frac{1}{2}$	2	3	9	8	162 $\frac{4}{5}$
10	7	1	10	4	9	131 $\frac{1}{8}$	11	10	2	4	0	0	163 $\frac{6}{7}$
10	7 $\frac{1}{2}$	1	10	6	10	132 $\frac{1}{6}$	11	10 $\frac{1}{2}$	2	4	2	4	165 $\frac{1}{11}$
10	8	1	10	9	0	133 $\frac{1}{5}$	11	11	2	4	4	9	166 $\frac{1}{4}$
10	8 $\frac{1}{2}$	1	10	11	2	134 $\frac{1}{4}$	11	11 $\frac{1}{2}$	2	4	7	2	167 $\frac{2}{5}$
10	9	1	11	1	4	135 $\frac{2}{5}$	12	0	2	4	9	7	168 $\frac{4}{7}$
10	9 $\frac{1}{2}$	1	11	3	6	136 $\frac{1}{3}$	12	0 $\frac{1}{2}$	2	5	0	0	170
10	10	1	11	5	8	137 $\frac{1}{3}$	12	1	2	5	2	5	171 [illegible]
10	10 $\frac{1}{2}$	1	11	7	10	138 $\frac{1}{2}$	12	1 $\frac{1}{2}$	2	5	4	10	172 [illegible]
10	11	1	11	10	0	139 $\frac{2}{3}$	12	2	2	5	7	3	173 [illegible]
10	11 $\frac{1}{2}$	2	0	0	2	140 $\frac{3}{5}$	12	2 $\frac{1}{2}$	2	5	9	8	174 [illegible]
11	0	2	0	2	4	141 $\frac{1}{3}$	12	3	2	6	0	1	175 $\frac{1}{3}$
11	0 $\frac{1}{2}$	2	0	4	6	142 $\frac{3}{4}$	12	3 $\frac{1}{2}$	2	6	2	7	176 [illegible]
11	1	2	0	6	9	143 $\frac{2}{3}$	12	4	2	6	5	0	178
11	1 $\frac{1}{2}$	2	0	9	0	144 $\frac{11}{12}$	12	4 $\frac{1}{2}$	2	6	7	6	179 $\frac{2}{7}$
11	2	2	0	11	3	146	12	5	2	6	10	0	180 [illegible]
11	2 $\frac{1}{2}$	2	1	1	6	147 $\frac{1}{14}$	12	5 $\frac{1}{2}$	2	7	0	6	181 $\frac{2}{3}$
11	3	2	1	3	9	148 $\frac{1}{6}$	12	6	2	7	3	0	182 $\frac{3}{4}$
11	3 $\frac{1}{2}$	2	1	6	0	149 $\frac{1}{4}$	12	6 $\frac{1}{2}$	2	7	5	6	184 [illegible]

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.				Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.				Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.
12	7	2	7	8	0	185	13	10	3	2	3	3	224
12	7 ½	2	7	10	6	186	13	10 ½	3	2	6	0	225
12	8	2	8	1	0	187	13	11	3	2	8	9	226
12	8 ½	2	8	3	7	189	13	11 ½	3	2	11	7	228
12	9	2	8	6	1	190	14	0	3	3	2	4	229
12	9 ½	2	8	8	8	191	14	0 ½	3	3	5	2	230
12	10	2	8	11	3	192	14	1	3	3	8	0	232
12	10 ½	2	9	1	10	194	14	1 ½	3	3	10	10	233
12	11	2	9	4	5	195	14	2	3	4	1	8	235
12	11 ½	2	9	7	0	196	14	2 ½	3	4	4	6	236
13	0	2	9	9	7	197	14	3	3	4	7	4	237
13	0 ½	2	10	0	2	199	14	3 ½	3	4	10	2	239
13	1	2	10	2	9	200	14	4	3	5	1	0	240
13	1 ½	2	10	5	5	201	14	4 ½	3	5	3	11	241
13	2	2	10	8	0	202	14	5	3	5	6	9	243
13	2 ½	2	10	10	8	204	14	5 ½	3	5	9	8	244
13	3	2	11	1	4	205	14	6	3	6	0	7	246
13	3 ½	2	11	3	4	206	14	6 ½	3	6	3	6	247
13	4	2	11	6	8	208	14	7	3	6	6	5	249
13	4 ½	2	11	9	4	209	14	7 ½	3	6	9	4	250
13	5	3	0	0	0	210	14	8	3	7	0	3	251
13	5 ½	3	0	2	8	212	14	8 ½	3	7	3	2	253
13	6	3	0	5	4	213	14	9	3	7	6	1	254
13	6 ½	3	0	8	1	214	14	9 ½	3	7	9	1	256
13	7	3	0	10	9	216	14	10	3	8	0	0	257
13	7 ½	3	1	1	6	217	14	10 ½	3	8	3	0	259
13	8	3	1	4	3	218	14	11	3	8	6	0	260
13	8 ½	3	1	7	0	220	14	11 ½	3	8	9	0	262
13	9	3	1	9	9	221	15	0	3	9	0	0	263
13	9 ½	3	2	0	6	222	15	0 ½	3	9	3	0	265

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Viteſſes.

VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.	VÎTESSE.		HAUTEUR de la Chûte.				CHOC de l'eau.
pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign.	points.	Livres.
15	1	3	9	6	0	266	16	4	4	5	4	3	312
15	1½	3	9	9	0	267	16	4½	4	5	7	6	313
15	2	3	10	0	0	269	16	5	4	5	10	9	315
15	2½	3	10	3	1	270	16	5½	4	6	2	1	317
15	3	3	10	6	1	272	16	6	4	6	5	4	318
15	3½	3	10	9	2	273	16	6½	4	6	8	8	320
15	4	3	11	0	3	275	16	7	4	7	0	0	322
15	4½	3	11	3	4	276	16	7½	4	7	3	4	323
15	5	3	11	6	5	278	16	8	4	7	6	8	325
15	5½	3	11	9	6	279	26	8½	4	7	10	0	326
15	6	4	0	0	7	281	16	9	4	8	1	4	328
15	6½	4	0	3	8	282	16	9½	4	8	4	8	330
15	7	4	0	6	9	284	16	10	4	8	8	0	331
15	7½	4	0	9	11	285	16	10½	4	8	11	4	333
15	8	4	1	1	0	287	16	11	4	9	2	9	335
15	8½	4	1	4	2	288	16	11½	4	9	6	2	336
15	9	4	1	7	4	290	17	0	4	9	9	7	338
15	9½	4	1	10	6	292	17	0½	4	10	1	0	340
15	10	4	2	1	8	293	17	1	4	10	4	5	341
15	10½	4	2	4	10	295	17	1½	4	10	7	10	343
15	11	4	2	8	0	296	17	2	4	10	11	3	345
15	11½	4	2	11	2	298	17	2½	4	11	2	8	346
16	0	4	3	2	4	299	17	3	4	11	6	1	348
16	0½	4	3	5	6	301	17	3½	4	11	9	7	350
16	1	4	3	8	9	302	17	4	5	0	1	0	351
16	1½	4	4	0	0	304	17	4½	5	0	4	6	353
16	2	4	4	3	3	306	17	5	5	0	8	0	355
16	2½	4	4	6	6	307	17	5 ¹	5	0	11	6	356
16	3	4	4	9	9	309	17	6	5	1	3	0	358
16	3½	4	5	1	0	310	17	6½	5	1	6	6	360

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.				Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pie.	pou.	lign	points.	Livres.	pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
17	7	5	1	10	0	362	18	10	5	10	11	415
17	7½	5	2	1	6	363	18	10½	5	11	3	417
17	8	5	2	5	0	365	18	11	5	11	6	419
17	8½	5	2	8	7	367	18	11½	5	11	10	420
17	9	5	3	0	1	369	19	0	6	0	2	422
17	9½	5	3	3	8	370	19	0½	6	0	6	424
17	10	5	3	7	3	372	19	1	6	0	10	426
17	10½	5	3	10	10	374	19	1½	6	1	2	428
17	11	5	4	2	5	375	19	2	6	1	5	430
17	11½	5	4	6	0	377	19	2½	6	1	9	431
18	0	5	4	9	7	379	19	3	6	2	1	433
18	0½	5	5	1	2	381	19	3½	6	2	5	435
18	1	5	5	4	0	382	19	4	6	2	9	437
18	1½	5	5	8	0	384	19	4½	6	3	0	439
18	2	5	6	0	0	386	19	5	6	3	4	441
18	2½	5	6	3	0	388	19	5½	6	3	8	443
18	3	5	6	7	0	389	19	6	6	4	0	445
18	3½	5	6	11	0	391	19	6½	6	4	4	447
18	4	5	7	3	0	393	19	7	6	4	8	449
18	4½	5	7	6	0	395	19	7½	6	5	0	450
10	5	5	7	10	0	396	19	8	6	5	4	452
18	5½	5	8	1	0	398	19	8½	6	5	8	454
18	6	5	8	5	0	400	19	9	6	6	0	456
18	6½	5	8	9	0	402	19	9½	6	6	4	459
18	7	5	9	0	0	404	19	10	6	6	8	460
18	7½	5	9	4	0	406	19	10½	6	7	0	462
18	8	5	9	8	0	407	19	11	6	7	4	464
18	8½	5	10	0	0	409	19	11½	6	7	8	466
18	9	5	10	3	0	411	20	0	6	8	0	468
18	9½	5	10	7	0	413	20	0½	6	8	4	470

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.	pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
20	1	6	8	8	472	21	4	7	7	0	532
20	1 ½	6	9	0	474	21	4 ½	7	7	4	534
20	2	6	9	4	476	21	5	7	7	8	536
20	2 ½	6	9	8	478	21	5 ½	7	8	1	539
20	3	6	10	0	480	21	6	7	8	5	541
20	3 ½	6	10	4	482	21	6 ½	7	8	9	543
20	4	6	10	8	484	21	7	7	9	2	545
20	4 ½	6	11	0	486	21	7 ½	7	9	6	547
20	5	6	11	4	488	21	8	7	9	10	549
20	5 ½	6	11	8	490	21	8 ½	7	10	3	551
20	6	7	0	0	492	21	9	7	10	7	553
20	6 ½	7	0	4	494	21	9 ½	7	10	11	555
20	7	7	0	8	496	21	10	7	11	4	558
20	7 ½	7	1	0	498	21	10 ½	7	11	8	560
20	8	7	1	5	500	21	11	8	0	0	562
20	8 ½	7	1	9	502	21	11 ½	8	0	5	564
20	9	7	2	1	504	22	0	8	0	9	566
20	9 ½	7	2	5	506	22	0 ½	8	1	2	568
20	10	7	2	9	508	22	1	8	1	6	570
20	10 ½	7	3	1	510	22	1 ½	8	1	10	572
20	11	7	3	6	512	22	2	8	2	3	575
20	11 ½	7	3	10	514	22	2 ½	8	2	7	577
21	0	7	4	2	516	22	3	8	3	0	579
21	0 ½	7	4	6	518	22	3 ½	8	3	4	581
21	1	7	4	10	520	22	4	8	3	9	583
21	1 ½	7	5	3	522	22	4 ½	8	4	1	586
21	2	7	5	7	524	22	5	8	4	6	588
21	2 ½	7	5	11	526	22	5 ½	8	4	10	590
21	3	7	6	3	528	22	6	8	5	3	592
21	3 ½	7	6	8	530	22	6 ½	8	5	7	594

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.	pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
22	7	8	6	0	597	23	10	9	5	7	665
22	7½	8	6	4	599	23	10½	9	6	0	667
22	8	8	6	9	601	23	11	9	6	4	669
22	8½	8	7	1	603	23	11½	9	6	9	672
22	9	8	7	6	606	24	0	9	7	2	674
22	9½	8	7	10	608	24	0½	9	7	7	676
22	10	8	8	3	610	24	1	9	8	0	679
22	10½	8	8	7	612	24	1½	9	8	4	681
22	11	8	9	0	614	24	2	9	8	9	684
22	11½	8	9	5	617	24	2½	9	9	2	686
23	0	8	9	9	619	24	3	9	9	7	688
23	0½	8	10	2	621	24	3½	9	10	0	690
23	1	8	10	6	623	24	4	9	10	5	693
23	1½	8	10	11	626	24	4½	9	10	9	695
23	2	8	11	4	628	24	5	9	11	2	697
23	2½	8	11	8	630	24	5½	9	11	7	700
23	3	9	0	1	632	24	6	10	0	0	702
23	3½	9	0	5	635	24	6½	10	0	5	705
23	4	9	0	10	637	24	7	10	0	10	707
23	4½	9	1	3	639	24	7½	10	1	3	709
23	5	9	1	8	641	24	8	10	1	8	712
23	5½	9	2	0	643	24	8½	10	2	1	714
23	6	9	2	5	646	24	9	10	2	6	717
23	6½	9	2	10	648	24	9½	10	2	11	719
23	7	9	3	2	651	24	10	10	3	4	721
23	7½	9	3	7	653	24	10½	10	3	9	724
23	8	9	4	0	655	24	11	10	4	2	726
23	8½	9	4	5	657	24	11½	10	4	7	729
23	9	9	4	9	660	25	0	10	5	0	731
23	9½	9	5	2	662	25	0½	10	5	5	734

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
25	1	10	5	10	736
25	1½	10	6	3	739
25	2	10	6	8	741
25	2½	10	7	0	743
25	3	10	7	6	746
25	3½	10	7	11	748
25	4	10	8	4	751
25	4½	10	8	9	753
25	5	10	9	2	756
25	5½	10	9	7	758
25	6	10	10	0	761
25	6½	10	10	5	763
25	7	10	10	10	766
25	7½	10	11	3	768
25	8	10	11	9	771
25	8½	11	0	2	773
25	9	11	0	7	776
25	9½	11	1	0	779
25	10	11	1	5	781
25	10½	11	1	10	783
25	11	11	2	4	786
25	11½	11	2	9	788
26	0	11	3	0	791
26	0½	11	3	7	793
26	1	11	4	0	796
26	1½	11	4	6	799
26	2	11	4	11	801
26	2½	11	5	4	804
26	3	11	5	9	806
26	3½	11	6	3	809

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
26	4	11	6	8	811
26	4½	11	7	1	814
26	5	11	7	6	816
26	5½	11	8	0	819
26	6	11	8	5	822
26	6½	11	8	10	824
26	7	11	9	4	827
26	7½	11	9	9	829
26	8	11	10	2	832
26	8½	11	10	8	835
26	9	11	11	1	837
26	9½	11	11	6	840
26	10	12	0	0	842
26	10½	12	0	5	845
26	11	12	0	10	848
26	11½	12	1	4	850
27	0	12	1	9	853
27	0½	12	2	3	856
27	1	12	2	8	858
27	1½	12	3	2	861
27	2	12	3	7	864
27	2½	12	4	0	866
27	3	12	4	6	869
27	3½	12	4	11	871
27	4	12	5	5	874
27	4½	12	5	10	877
27	5	12	6	4	880
27	5½	12	6	9	882
27	6	12	7	3	885
27	6½	12	7	8	888

TABLE des Chûtes & des Chocs relatifs aux Vitesses.

Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.	Vîtesse.		Hauteur de la Chûte.			Choc de l'eau.
pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.	pieds.	pouces.	pieds.	pouces.	lignes.	Livres.
27	7	12	8	2	890	28	10	13	10	3	973
27	7½	12	8	7	893	28	10½	13	10	9	976
27	8	12	9	1	896	28	11	13	11	2	978
27	8½	12	9	7	898	28	11½	13	11	8	981
27	9	12	10	0	901	29	0	14	0	2	984
27	9½	12	10	5	904	29	0½	14	0	8	987
27	10	12	10	11	906	29	1	14	1	2	990
27	10½	12	11	4	909	29	1½	14	1	7	992
27	11	12	11	10	912	29	2	14	2	0	996
27	11½	13	0	4	915	29	2½	14	2	7	998
28	0	13	0	9	917	29	3	14	3	1	1001
28	0½	13	1	2	920	29	3½	14	3	7	1004
28	1	13	1	8	923	29	4	14	4	1	1007
28	1½	13	2	2	926	29	4½	14	4	7	1010
28	2	13	2	8	928	29	5	14	5	0	1013
28	2½	13	3	1	931	29	5½	14	5	6	1016
28	3	13	3	7	934	29	6	14	6	0	1019
28	3½	13	4	1	937	29	6½	14	6	6	1021
28	4	13	4	6	939	29	7	14	7	0	1024
28	4½	13	5	0	942	29	7½	14	7	6	1027
28	5	13	5	6	945	29	8	14	8	0	1030
28	5½	13	5	11	948	29	8½	14	8	6	1033
28	6	13	6	5	950	29	9	14	9	0	1036
28	6½	13	7	0	953	29	9½	14	9	6	1039
28	7	13	7	5	956	29	10	14	10	0	1042
28	7½	13	7	10	959	29	10½	14	10	6	1045
28	8	13	8	4	962	29	11	14	11	0	1048
28	8½	13	8	10	965	29	11½	14	11	6	1050
28	9	13	9	3	967	30	0	15	0	0	1053
28	9½	13	9	9	970			Fin de la Table.			

SECTION XII.

Des corps plongés dans l'eau.

Quand on poſe légérement un corps ſur la ſurface d'une eau dormante, il arrive néceſſairement l'un de ces trois cas.

1°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt moindre que celle de l'eau, *il ſurnagera* & ne s'enfoncera que pour occuper un volume d'eau d'une peſanteur égale à la ſienne.

2°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt égale à celle de l'eau, il s'enfoncera *totalement*, & reſtera immobile entre deux eaux.

3°. Si la peſanteur ſpécifique du corps eſt plus grande que celle de l'eau, il deſcendra, & ſera pouſſé vers *le fond* avec une force exprimée par *l'excès* de ſon poids ſur celui du volume d'eau dont il occupe la place.

Un corps d'une peſanteur ſpécifique moindre que celle de l'eau, ne s'y enfonce qu'en partie.

Fig. 77 & 78.

616. Pour démontrer le premier cas, je ſuppoſe que l'on a poſé ſur la ſurface de l'eau un vaiſſeau priſmatique ABCD, de la peſanteur duquel nous ferons abſtraction; qu'enſuite on y a verſé doucement de l'eau juſqu'à la hauteur EF, que nous conſidérerons comme une augmentation faite à celle de la colonne de deſſous GADH, qui ſe trouvant alors plus peſante que chacune des autres de même baſe, deſcendra & les fera toutes monter pour ſe mettre de niveau avec elle; (326) ainſi le premier *aefd* pourra être regardé comme faiſant partie de la totalité de l'eau.

Comme le poids de l'eau contenue dans le vaiſſeau *abcd* a été la ſeule cauſe de ſon enfoncement, on voit que ſi l'on ſubſtituoit un corps d'une peſanteur égale à la ſienne, le vaiſſeau s'enfonceroit à la même profondeur qu'auparavant, c'eſt-à-dire, qu'il occuperoit encore la place d'un volume d'eau d'un poids égal à celui qu'il contiendra. Voilà ce qui fait que les bateaux peuvent être chargés ſans couler à fond, du poids de quelque matiere que l'on voudra, pourvu qu'il ne ſoit pas tout-à-fait ſi grand que celui de l'eau qu'ils peuvent contenir.

Si le vaiſſeau *abcd* étoit un corps ſolide d'une peſanteur égale à l'eau qu'il peut contenir, il s'enfoncera encore à la même profondeur qu'auparavant, pour n'occuper que la place d'un volume d'eau d'une peſanteur égale à la ſienne; ce qui arrivera toujours de quelque figure que ſoit ce corps.

Conſéquences tirées du principe précédent

617. Il ſuit que la peſanteur ſpécifique du priſme *abcd*, conſidéré comme un ſolide, ſera à la peſanteur ſpécifique de l'eau réciproquement, comme la hauteur *ea* de l'eau où le priſme s'eſt enfoncé, eſt à la hauteur *ab* du priſme même.

618. Il ſuit encore que lorſqu'on enfonce entiérement dans l'eau un corps plus léger que le volume qu'il déplace, il eſt repouſſé de bas en haut par les colonnes d'alentour, avec une force égale à l'excès du poids de ce volume ſur celui du corps.

619. Il eſt bon de remarquer qu'un même corps s'enfoncera plus ou moins dans des liqueurs de peſanteurs ſpécifiques différentes; par exemple, un vaiſſeau chargé s'enfoncera plus dans une riviere que dans la mer, parce que l'eau douce eſt plus légere que celle de la mer.

Maniere de retirer les vaiſſeaux ſubmergés.

620. On a ſçu mettre à profit le principe précédent pour retirer du fond de la mer des vaiſſeaux ſubmergés. Pour cela on ſe ſert de trois vaiſſeaux, dont l'un eſt leſté de façon à demeurer à fleur d'eau, on le conduit au-deſſus du vaiſſeau ſubmergé, & on les fait attacher enſemble par des plongeurs, enſuite on décharge le premier de ſon leſt que l'on met dans un des deux autres qui doit être plus grand; celui qui eſt ſubmergé monte à meſure qu'on décharge celui avec lequel il eſt attaché: quand celui-ci eſt vuide, & que le ſecond eſt chargé, on l'attache tout de nouveau au ſubmergé; on le vuide enſuite dans un troiſieme plus grand que le ſecond, ce qui fait encore monter le ſubmergé, & on continue cette manœuvre juſqu'à ce qu'il ſoit à fleur d'eau.

FIG. 78 & 79. *Un corps d'une peſanteur ſpécifique égale à celle de l'eau, s'y maintient en équilibre à quelque profondeur qu'il y ſoit plongé.*

621. Il eſt aiſé préſentement d'expliquer le ſecond cas, car ſi on continue de verſer de l'eau dans le vaiſſeau *abcd* pour le remplir, il s'enfoncera de plus en plus, tant que les ſurfaces des deux eaux ſoient confondues, alors le vaiſſeau étant entiérement plongé dans le réſervoir, fera partie de la colonne *gbch*, laquelle s'étant miſe en équilibre avec toutes les autres, le vaiſſeau s'y trouvera auſſi.

Si la hauteur *bg* de la colonne *gbch* contient pluſieurs fois celle du vaiſſeau, cette colonne ſera compoſée de pluſieurs priſmes *abcd*; & comme il ſera indifférent à l'équilibre que l'un d'eux ſoit plutôt ſitué vers le niveau de l'eau que vers le fond, l'on voit qu'à quelqu'endroit que ſoit placé le vaiſſeau, ou un corps ſolide d'une peſanteur égale à celle du volume d'eau dont il peut occuper la place, il ſe maintiendra en équilibre avec toute celle dont il ſera environné.

622. Puiſque le volume qu'un corps occupe dans l'eau peut être conſidéré comme faiſant partie de la totalité de l'eau même, il ſuit que quand un corps d'une peſanteur ſpécifique, égale ou moindre que celle de l'eau, s'y trouve plongé, le fond du vaiſſeau eſt plus chargé qu'il n'étoit auparavant du poids de l'eau dont ce corps occupe la place, ou de celui du corps même.

623. A l'égard du troisieme cas, un corps ne se maintenant entre deux eaux, qu'autant qu'il est soutenu en équilibre par une force égale au poids du volume d'eau dont il occupe la place, on voit que lorsque ce corps est plus pesant que celui du même volume, il doit surmonter la résistance qui lui est opposée, & descendre avec toute la force qui lui reste, c'est-à-dire, avec l'excès de son poids sur celui du volume dont il occupe la place.

Les corps perdent dans l'eau une partie de leur poids égale à celui du volume dont ils occupent la place.

624. Il suit de-là que les corps perdent dans l'eau une partie de leur poids, égale à celui du volume d'eau dont ils occupent la place.

625. On tire de cette conséquence le moyen de trouver le rapport de la pesanteur spécifique d'un corps à celle de l'eau; car si on le pose dans de justes balances, & qu'on le trouve de 12 livres, qu'ensuite on le suspende avec un fil fort délié à l'un des bassins de la balance pour le plonger entiérement dans l'eau; si on s'apperçoit qu'il ne pese plus que 7 livres, c'est une marque qu'il occupe le volume de 5 livres d'eau, que par conséquent la pesanteur spécifique de ce corps est à celle de l'eau, comme 12 est à 5.

Maniere de connoître le rapport de la pesanteur spécifique des corps à celle de l'eau.

626. Quand on sçait quelle partie de son poids un corps perd dans l'eau, ou quelle est la pesanteur de celle dont il occupe la place, il est aisé d'en avoir la solidité quelqu'irrégulier qu'il soit, parce qu'il y aura toujours même raison du poids d'un pied cube d'eau au nombre de pouces contenu dans un pied cube, que du poids de l'eau dont ce corps peut occuper la place, au nombre de pouces qui doit en exprimer le volume; ainsi supposant, comme dans l'exemple précédent, qu'un corps du poids de 12 liv. occupe la place de 5 liv. d'eau, on dira comme 70 est à 1728, ainsi 5 est au volume que l'on cherche, qu'on trouvera de 123 $\frac{3}{7}$ pouces.

Maniere de connoître la solidité des corps irréguliers en les plongeant dans l'eau.

Pour sçavoir combien pesera un pied cube de la même matiere, on dira si 123 $\frac{3}{7}$ pouces pesent 12 liv. combien peseront 1728 pouces, on trouvera 168 liv. pour le poids du pied cube.

627. C'est par de pareilles expériences que l'on a trouvé que *l'or* perd dans l'eau la dix-neuvieme partie de son poids; le *mercure*, la quatorzieme; le *plomb*, la douzieme; l'*argent*, la dixieme; le *cuivre*, la neuvieme; le *fer*, la huitieme; & l'*étain*, la septieme.

628. On tire de-là le secret de connoître la quantité d'alliage qu'il y a dans une piece de monnoie, ou dans un morceau de métal quelconque, comme on le va voir par un problême tiré de notre *Cours de Mathématique*, qui se réduit à faire l'analyse de l'alliage du métal dont le canon est composé.

Maniere de faire l'analyse des métaux mixtes, ou hétérogenes.

Il faut d'abord être prévenu que le *métal* dont on fait les pieces

d'artillerie eſt compoſé de *roſette*, que l'on nomme communément cuivre rouge, & d'*étain* fin d'Angleterre; que la proportion que l'on obſerve ordinairement pour la quantité de ces deux métaux eſt de 25 livres de roſette ſur 3 livres d'étain.

Comme il arrive fréquemment de fondre d'anciennes pieces qui ſont hors d'état de ſervir, pour en faire de nouvelles, & que ſouvent les Fondeurs ſont embarraſſés pour ſçavoir ſi le métal eſt conforme à l'alliage qu'ils ont coutume de ſuivre, pour qu'il ne ſoit ni trop aigre ni trop doux : voici comme on en pourra juger en ſe rappellant que l'étain perd dans l'eau la ſeptieme partie de ſon poids, & la roſette la neuvieme partie. (627)

Pour connoître la quantité de roſette & d'étain qui ſe trouve dans une piece de 24, du poids de 5200 livres, il faut peſer bien exactement un de ſes tronçons, que nous ſuppoſerons avoir été trouvé de 163 livres, le peſer enſuite dans l'eau, pour voir quelle eſt ſa perte, que nous ſuppoſerons de 19 liv. Préſentement, il faut conſidérer ce morceau comme étant tout *roſette*, alors ſa perte dans l'eau ſera $\frac{163}{9}$, & le conſidérant auſſi comme étant tout d'*étain*, ſa perte ſera $\frac{163}{7}$; nommant x la quantité de roſette, & y la quantité d'étain que l'on cherche, nous ſuppoſerons $a = 163$, $b = 19$, $c = \frac{163}{9}$, $d = \frac{163}{7}$. Pour parvenir à la connoiſſance de x & de y, il faut dire comme le poids du métal, conſidéré comme roſette, eſt à la perte du même, ainſi la quantité de roſette inconnue eſt à la perte de la même, qui donne $a, c :: x, \frac{cx}{a}$; enſuite comme le poids du métal, conſidéré comme étain, eſt à la perte du même, ainſi l'étain que l'on cherche eſt à ſa perte, d'où l'on tire encore $a, d :: y, \frac{dy}{a}$, qui donnent $\frac{cx}{a} + \frac{dy}{a} = b$; comme x & y repréſentent la roſette & l'étain qui compoſent le métal, on aura encore $x + y = a$, ou $x = a - y$; ſubſtituant la valeur de x dans l'équation précédente, il viendra $\frac{ac - yc + dy}{a} = b$, ou $dy - yc = ab - ac$, ou $y = \frac{ac - ac}{d - c}$, qui étant ſubſtitué dans $x = a - y$, donne $x = a + \frac{ac - ab}{d - c}$, faiſant les opérations indiquées par les lettres, on trouvera $x = 135$, & $y = 28$.

Préſentement il faut dire, ſi dans 163 liv. de métal, il y a 28 liv. d'étain, combien y en aura-t'il dans 5200 liv. poids de la piece?

on en trouvera environ 894 livres, & par conséquent 4306 livres de rosette.

Mais comme la raison de 4306 à 894 n'est pas celle de 25 à 3, parce que nous avons supposé qu'il y avoit dans le métal beaucoup plus d'étain qu'il n'en falloit, il sera facile de sçavoir combien il faut ajouter de rosette, pour que l'alliage soit bien fait, en disant: Si pour 3 liv. d'étain il faut 25 liv. de rosette, combien en faudra-t'il pour 894, on trouvera qu'il en faut 7450 livres, & comme il y en a déja 4306 livres, il faudra n'en ajouter que 3144 livres.

L'Histoire rapporte que *Hieron*, Roi de *Syracuse*, ayant donné 18 livres d'or à un Orfevre pour lui faire une couronne, voulut sçavoir, quand elle fut achevée, si elle étoit d'or pur, soupçonnant que l'Orfevre pouvoit y avoir mêlé beaucoup d'argent; il proposa sa difficulté au fameux Archimede, qui n'apperçut pas d'abord de quelle maniere il pourroit satisfaire le Prince. Un jour qu'il étoit dans le bain, l'esprit occupé du problême qu'il cherchoit, il apperçut tout d'un coup la voie pour le résoudre, & en fut si charmé, qu'il sortit du bain, courut tout nud chez lui pour faire l'expérience qu'il avoit médité, sans s'appercevoir qu'il avoit oublié de prendre ses vêtemens, & criant en chemin, *je l'ai trouvé, je l'ai trouvé.*

Quoique les métaux soient plus pesans que l'eau, cela n'empêche pas qu'une boule creuse d'étain, ou de cuivre ne surnage, si elle est plus légere que le poids d'un volume d'eau égal au sien, puisqu'elle ne peut être en équilibre qu'avec celui d'une quantité d'eau égale à sa pesanteur propre.

629. Il peut aussi arriver qu'un corps massif dont la pesanteur spécifique seroit plus grande que celle de l'eau, surnage ou se maintienne en équilibre entre deux eaux, s'il est attaché à un autre corps d'une pesanteur spécifique beaucoup moindre que celle de l'eau. Par exemple, si le prisme CEDH n'est enfoncé dans l'eau que sur la hauteur CF, on pourra supposer que tout son poids est réuni dans la partie CFGH, & considérer l'autre FEDG, comme n'ayant aucune pesanteur. Or si au centre de gravité de ce prisme on suspend un corps P d'une pesanteur spécifique double de celle de l'eau, & qu'on suppose, pour plus d'intelligence, le volume de ce corps égal à CFGH, il fera descendre le prisme sur la profondeur CK, double de CF, apres quoi ils se maintiendront l'un & l'autre en repos, parce que le corps P ne pesant plus que la moitié de ce qu'il pesoit dans l'air, sera en équilibre avec le poids du volume d'eau qu'occupe la partie FKMG, qui n'est maintenue dans

FIG. 80 & 81.

Un corps d'une pesanteur spécifique plus grande que celle de l'eau y peut être soutenu lorsqu'il est attaché à un autre d'une pesanteur spécifique moindre.

l'eau que par la contrainte où l'aſſujettit la peſanteur qui reſte au poids P.

Le volume du corps P, & celui de la partie FKMG du priſme ayant fait monter la ſurface de l'eau au point où elle ſeroit parvenue ſi au lieu d'y avoir plongé le corps P, on y avoit verſé une quantité d'eau d'un poids égal à celui de ce corps, on voit que le fond du vaiſſeau en ſera autant chargé que s'il le ſoutenoit immédiatement. (622)

Si l'on vient à couper ſe fil, le corps deſcendra, & le priſme CEDH remontera pour reprendre ſa ſituation naturelle ; alors ſi l'on ſuppoſe le vaiſſeau fort profond, le fond, pendant le tems de la deſcente du corps, ſera moins chargé qu'il l'étoit, de l'excès de la peſanteur du corps ſur celle du volume d'eau dont il occupe la place ; (623) car le priſme étant remonté de la hauteur FK, la ſurface de l'eau ſera autant deſcendue que ſi on en avoit ôté un volume d'eau égal à celui de la partie FKMG.

Quand un corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau, y eſt plongé, il ceſſe, en deſcendant, de charger le fond du vaiſſeau avec toute ſa peſanteur,

630. On peut donc établir ce principe général, que tant qu'un corps étranger eſt ſoutenu dans l'eau, il fait partie de ſon poids total, & charge de toute ſa peſanteur le fond du vaiſſeau; mais que depuis l'inſtant qu'il commence à deſcendre librement juſqu'à ce qu'il ait atteint le fond, ce fond eſt ſoulagé de l'excès de la peſanteur du corps ſur celle du volume d'eau dont il occupe la place.

631. Il ſuit que plus la peſanteur ſpécifique d'un corps ſera grande, par rapport à celle du fluide dans lequel il eſt ſoutenu, plus le fond ſera ſoulagé lorſque ce corps viendra à deſcendre : par exemple, la peſanteur ſpécifique du mercure étant à celle de l'eau comme 14 eſt à 1 ; (627) ſi une certaine quantité de mercure étoit ſoutenue dans l'eau, par quelque moyen que ce ſoit, auſſi-tôt qu'il viendra à deſcendre, le fond ſera ſoulagé des treize quatorziemes de ſon poids.

632. M. *Leibnitz*, dans une lettre écrite à M. l'Abbé *Bignon* en 1711, pour lui expliquer ſon opinion ſur la cauſe de l'effet du *barometre*, dont il eſt fait mention dans l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de la même année, dit *qu'un corps étranger qui eſt dans un liquide, peſe avec ce liquide & fait partie de ſon poids total tant qu'il eſt ſoutenu; mais que s'il ceſſe de l'être, & tombe par conſéquent, ſon poids ne fait plus partie du liquide, qui par-là vient à peſer moins.*

J'ai été quelque tems en peine de ſçavoir dans quel ſens il falloit prendre ce diſcours, ne pouvant m'imaginer qu'un Sçavant de la premiere claſſe, tel que M. *Leibnitz*, eût penſé que lorſ-

qu'un corps plongé dans l'eau venoit à descendre, il cessoit de faire partie de son poids, & de presser le fond, comme il l'insinue en termes clairs; car que le corps soit soutenu, ou qu'il descende, il occupe toujours un volume d'eau égal au sien, qui ne peut être soutenu que par le fond du vaisseau; & pouvois-je croire qu'il ne se fût point apperçu que pendant la descente du corps, le fond ne pouvoit être soulagé que de l'excès de sa pesanteur sur celle de l'eau dont il occupe la place, comme je crois l'avoir prouvé. Ce qui paroît bien surprenant, c'est que M. de *Fontenelle*, après avoir formé les mêmes objections, semble vouloir prouver le sentiment de M. *Leibnitz*. Voici ses termes :

« Malgré ces objections, le principe subsiste, quand on l'examine » de plus près ; ce qui porte un corps pesant en est pressé ; une ta» ble, par exemple, qui porte une masse de fer d'une livre, en est » pressée, & ne l'est que parce qu'elle soutient toute l'action & tout » l'effort que la cause de la pesanteur, quelle qu'elle soit, exerce sur » cette masse de fer pour la pousser plus bas. Si la table cédoit » & obéissoit à l'action de cette cause de la pesanteur, elle ne se» roit point pressée & ne porteroit plus rien. De même le fond d'un » vase qui contient un liquide s'oppose à toute l'action de la cause » de la pesanteur contre ce liquide ; si un corps étranger y nage, » le fond s'oppose aussi à cette même action contre ce corps, qui » étant en équilibre avec le liquide, en est à cet égard une véri» table partie ; ainsi le fond est pressé, par le liquide & par le » corps étranger, & il les porte tous deux. Mais si ce corps tombe » il obéit à l'action de la pesanteur, & par conséquent le fond ne » la soutient plus, & il ne la soutiendra que quand le corps sera » descendu jusqu'à lui ; *donc pendant tout le tems de la chûte le fond » est soulagé du poids de ce corps qui n'est plus porté par rien*, mais » poussé par la cause de la pesanteur, à laquelle rien ne l'empêche » de ceder.

Le principe de M. *Leibnitz* pouvant avoir lieu sans aucune modification, lorsqu'il s'agira d'un corps dont la pesanteur spécifique sera infiniment plus grande que celle du fluide dans lequel il sera soutenu, il ne s'en sert pas moins heureusement pour expliquer d'une maniere ingénieuse & solide la cause des variations du barometre, comme nous le ferons voir au commencement du second volume, où il sera parlé des propriétés de l'air.

Expérience qui confirme que les corps qui descendent

633. Pour voir si effectivement le fond d'un vaisseau étoit moins chargé quand le corps descend, que lorsqu'il est soutenu dans l'eau ; M. *Ramazzini*, Professeur à *Padoue*, a attaché aux deux bouts d'un

dans l'eau ne pressent pas le fond avec toute leur pesanteur.

fil deux corps, l'un plus pesant, & l'autre plus léger que l'eau; les ayant mis dans un tuyau plein d'eau, suspendu à un des bras d'une balance, & disposé le tout en équilibre avec un poids, il a coupé le fil où étoit attaché les deux corps; aussi-tôt que le plus pesant a descendu, l'équilibre s'est rompu, & le poids qui étoit de l'autre côté a fait monter le tuyau; cette expérience a réussi de même à M. de *Reaumur*, à qui l'Académie Royale des Sciences en avoit donné le soin.

Selon l'arrangement que j'avois d'abord donné à ce premier Livre, il devoit contenir un quatrieme Chapitre *de la nature & des propriétés de l'air*, comme on a dû s'en appercevoir aux endroits où j'en ai fait mention; mais dans le cours de l'impression ayant pensé qu'il seroit mieux placé au commencement du second volume, pour être plus lié avec la théorie des pompes auxquelles il sert d'introduction, j'ai pris ce dernier parti.

Fin du premier Livre.



ARCHITECTURE

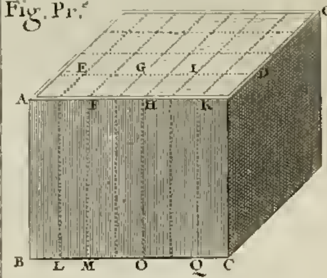
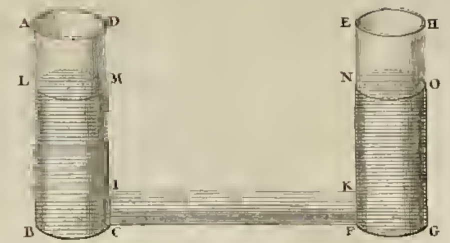
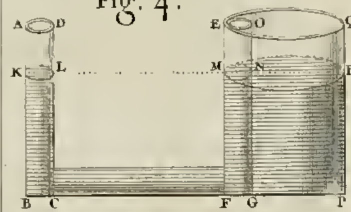
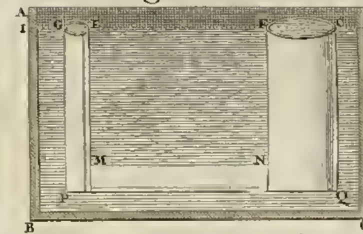
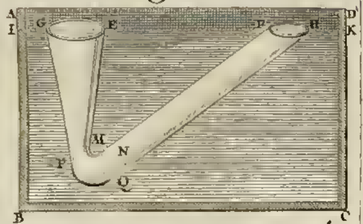

Fig. Pr.e

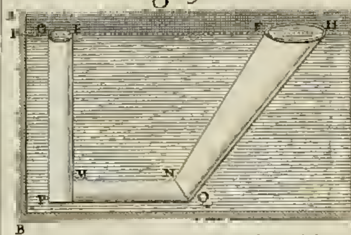

Fig. 2.e

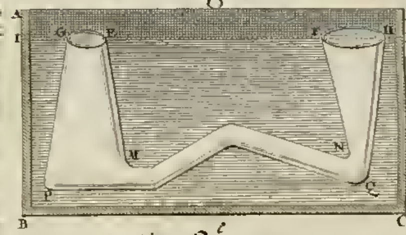

Fig. 3.e

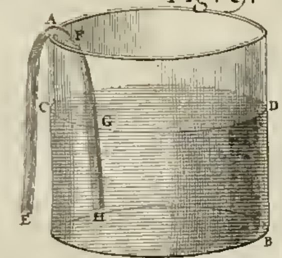

Fig. 4.e

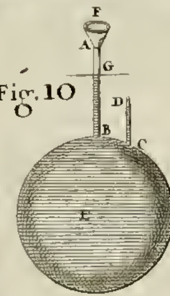

Fig. 5.e

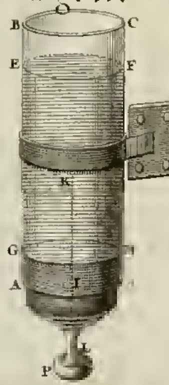

Fig. 6.e

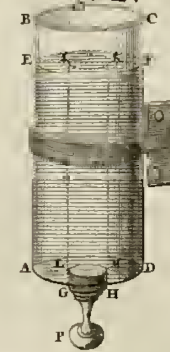

Fig. 7.e

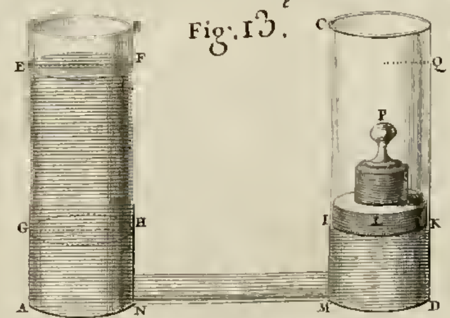

Fig. 8.e

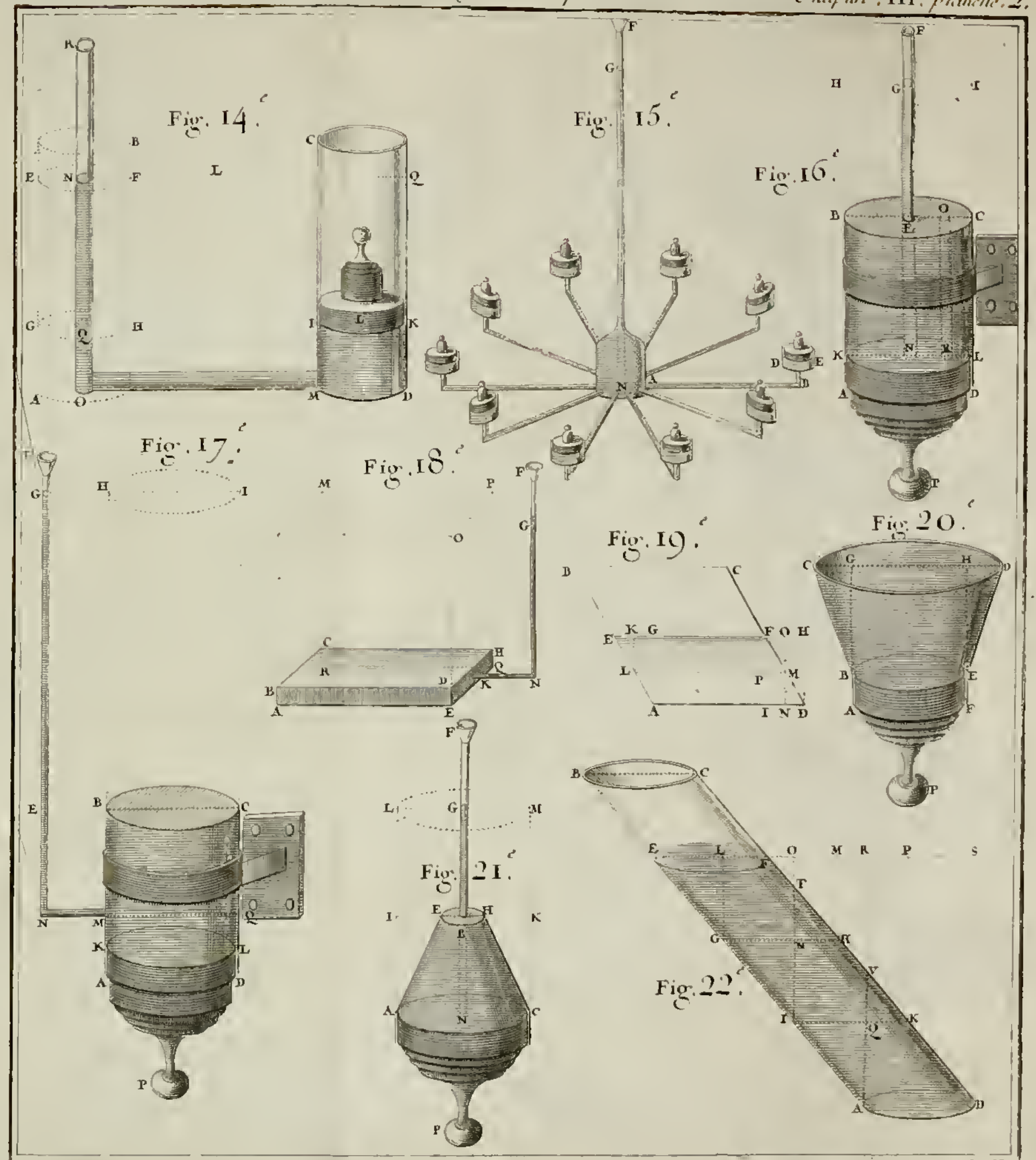

Fig. 9.e

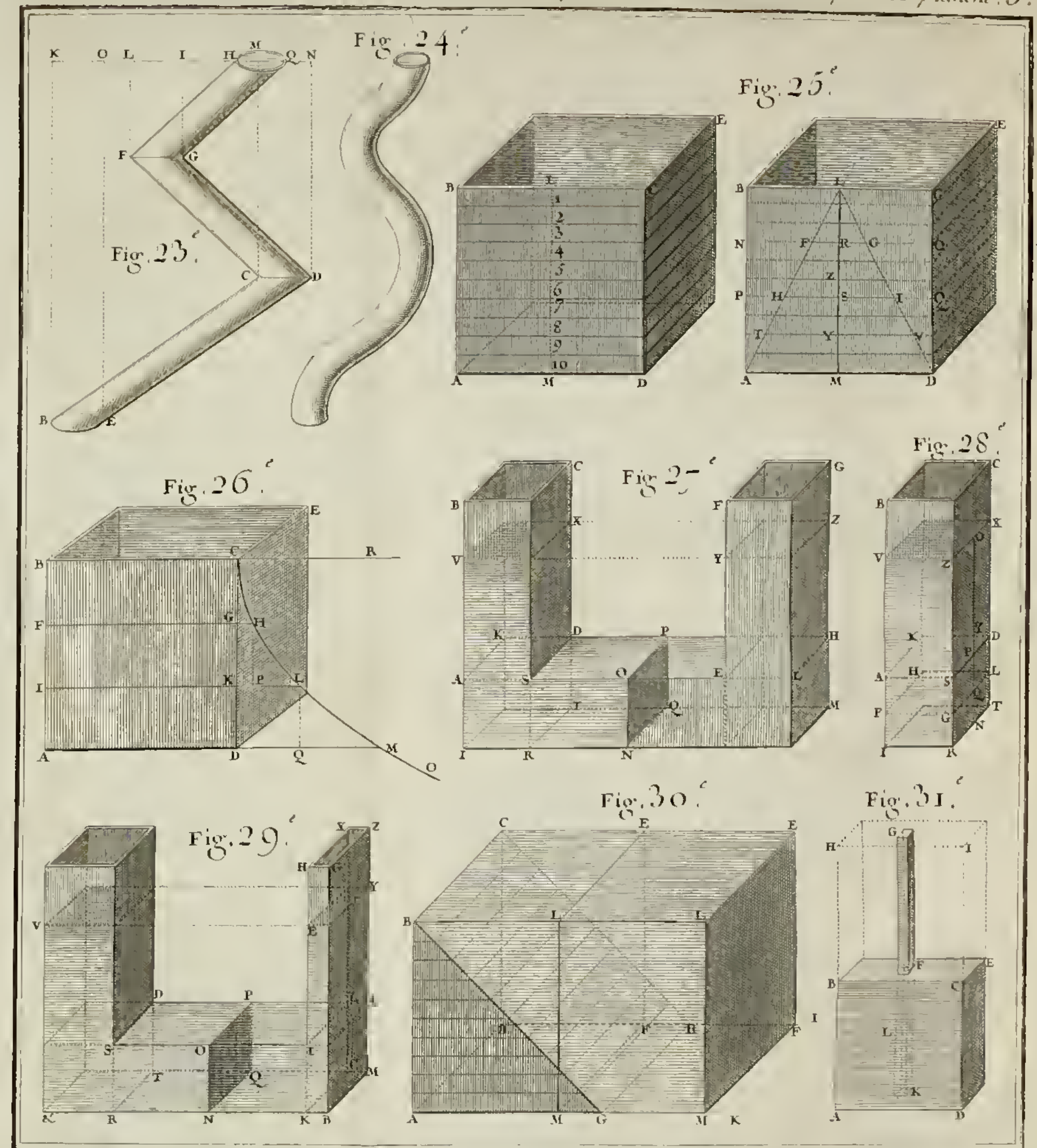

Fig. 10

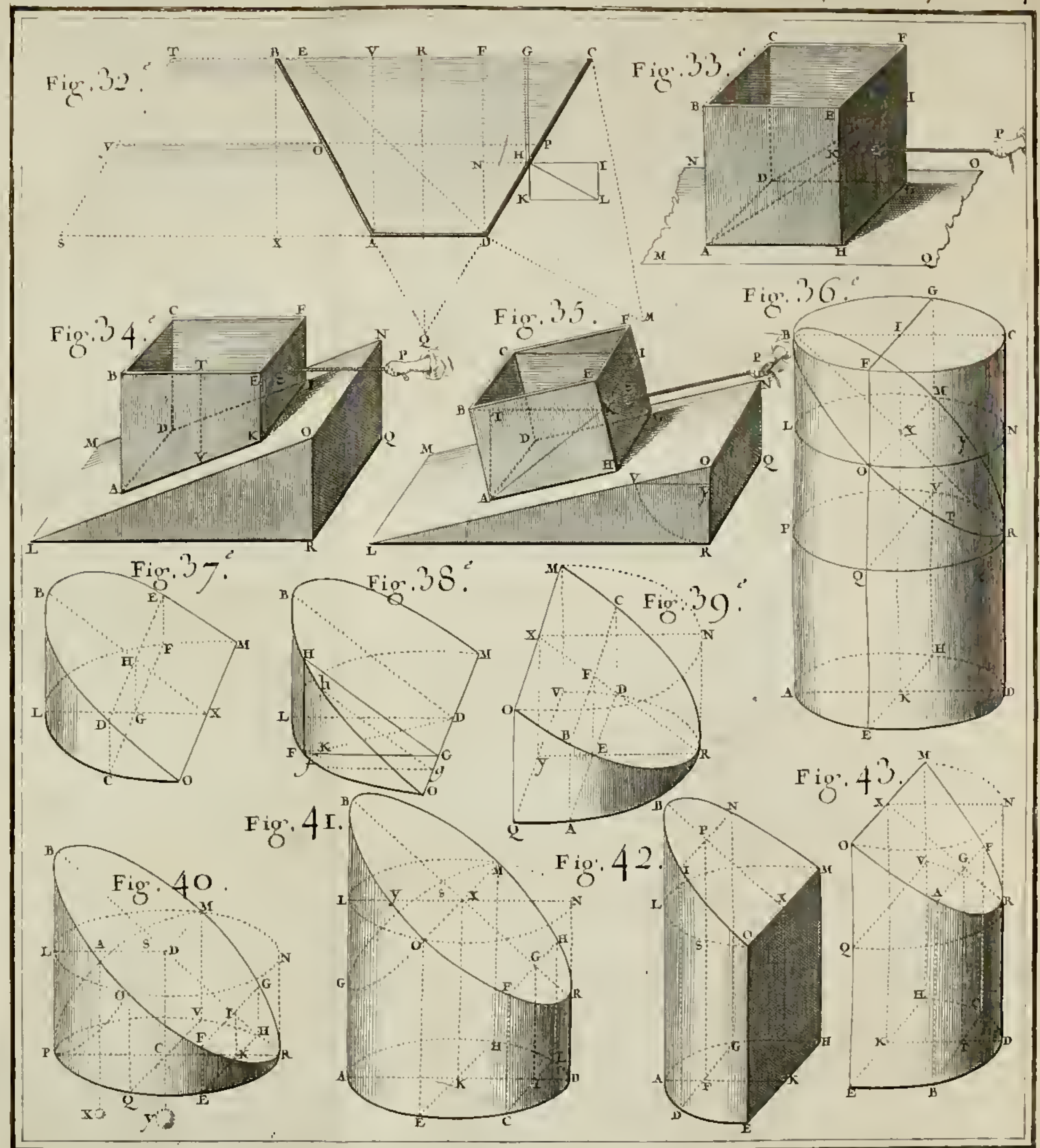

Fig. 11.

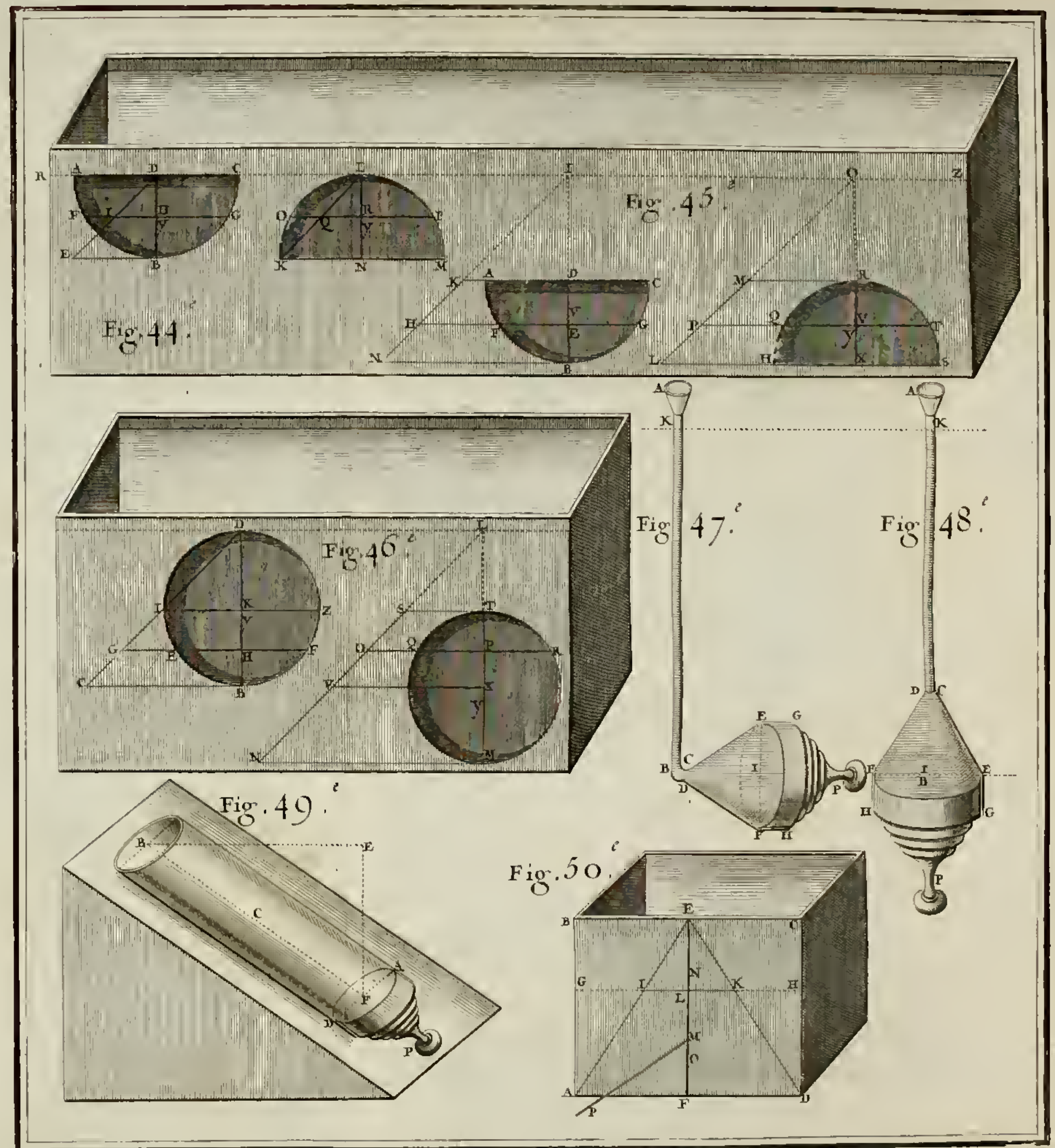

Fig. 12.e

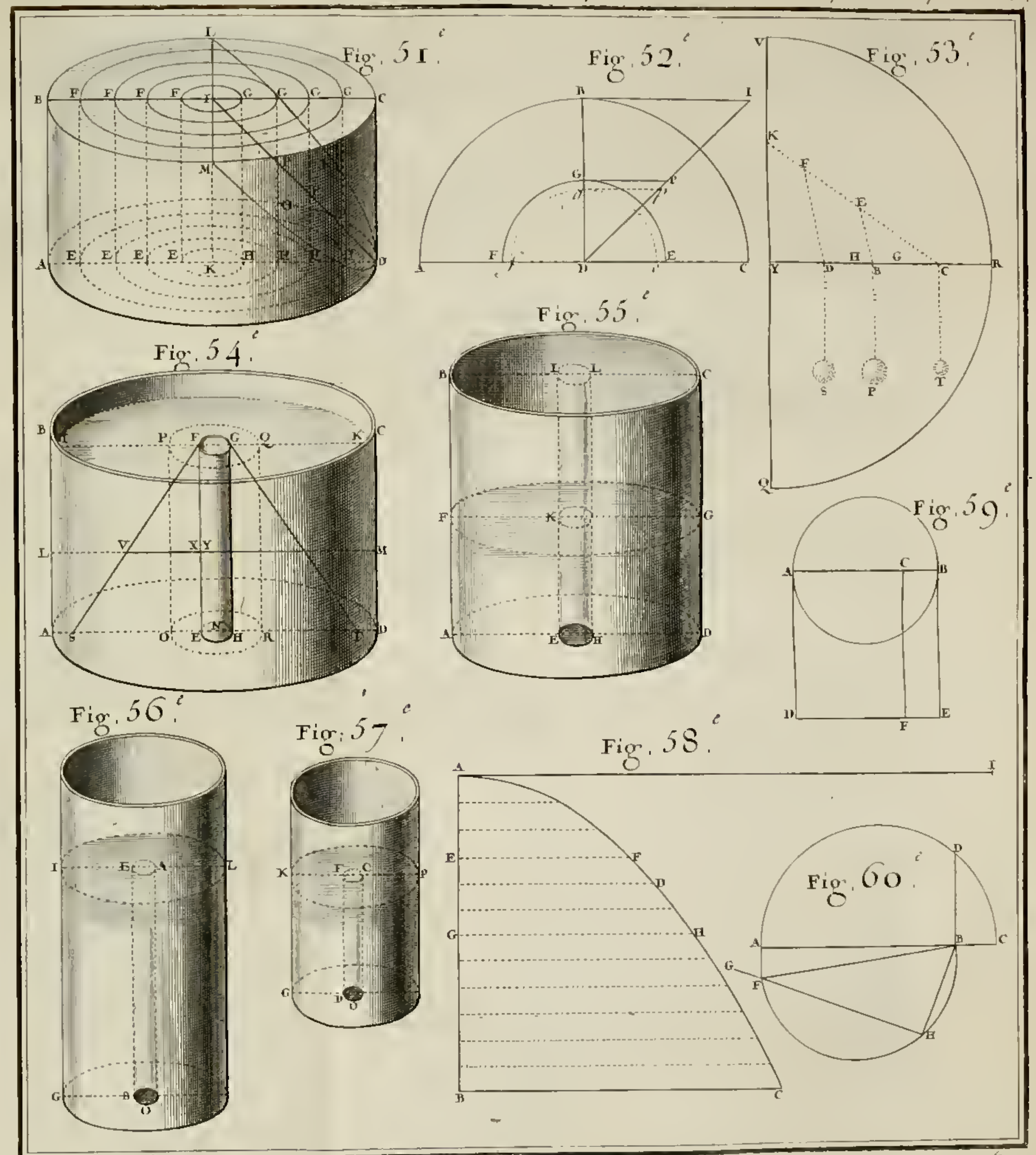

Fig. 13.e

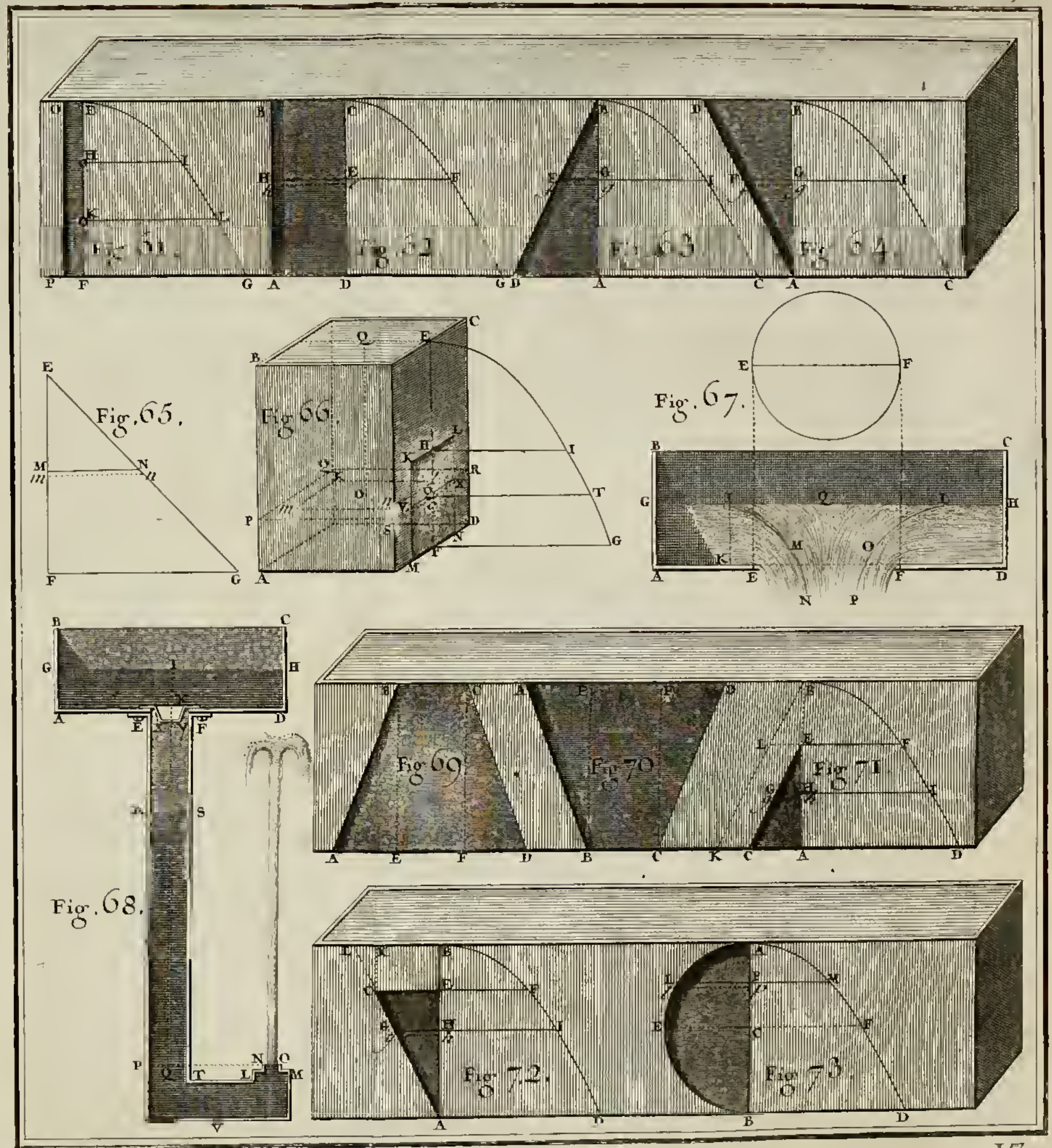

Fig. 14.e
Fig. 15.e
Fig. 16.e
Fig. 17.e
Fig. 18.e
Fig. 19.e
Fig. 20.e
Fig. 21.e
Fig. 22.e

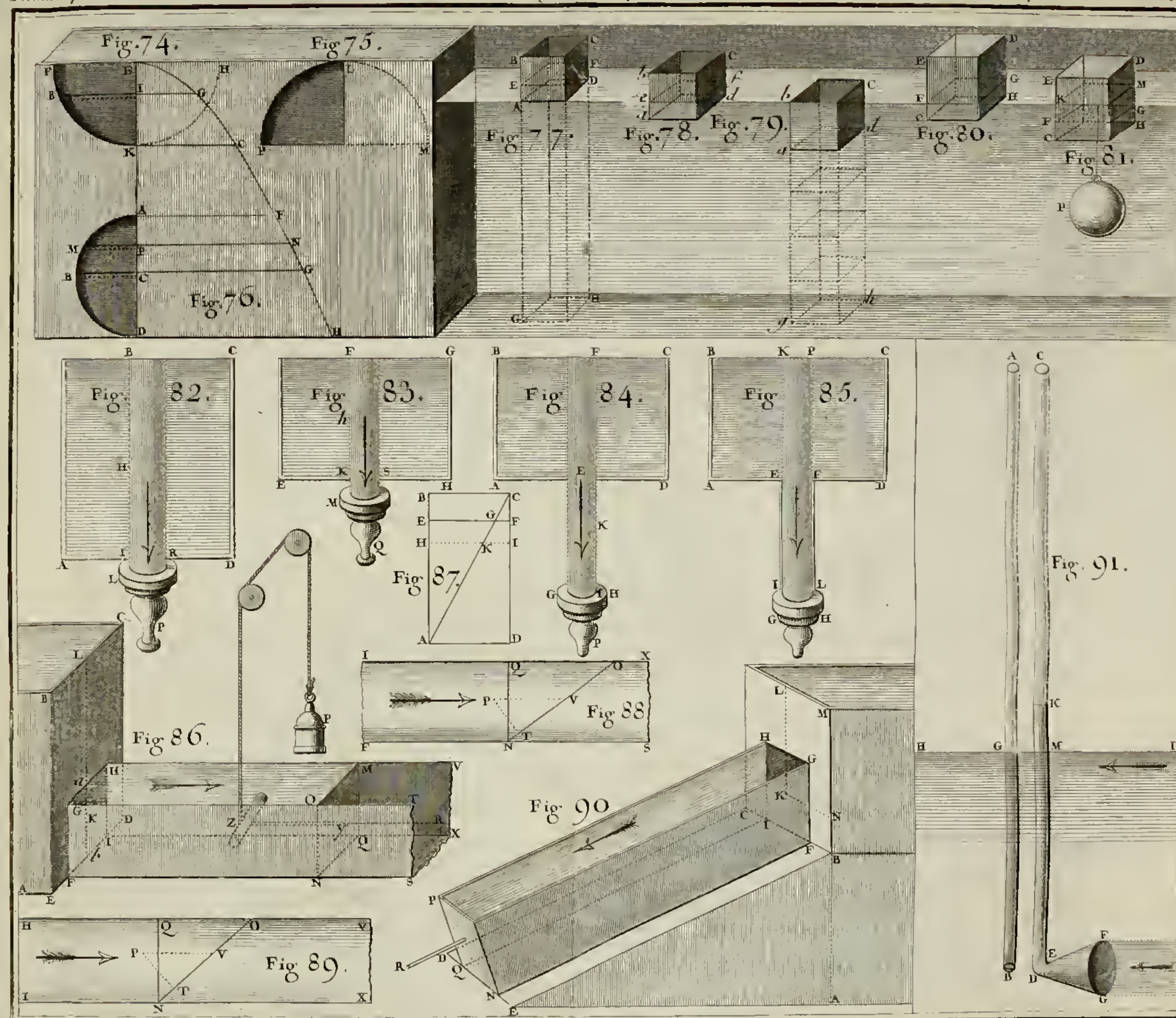

Fig. 23.e
Fig. 24.e
Fig. 25.e
Fig. 26.e
Fig. 27.e
Fig. 28.e
Fig. 29.e
Fig. 30.e
Fig. 31.e


Fig. 32e
Fig. 33e
Fig. 34e
Fig. 35e
Fig. 36e
Fig. 37e
Fig. 38e
Fig. 39e
Fig. 40
Fig. 41
Fig. 42
Fig. 43


Fig. 44.e
Fig. 45.e
Fig. 46.e
Fig. 47.e
Fig. 48.e
Fig. 49.e
Fig. 50.e


Fig. 51e
Fig. 52e
Fig. 53e
Fig. 54e
Fig. 55e
Fig. 56e
Fig. 57e
Fig. 58e
Fig. 59e
Fig. 60e

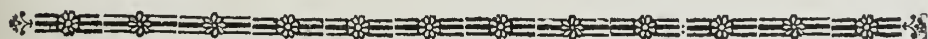

Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.
Fig. 66.
Fig. 67.
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.


Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 81.
Fig. 82.
Fig. 83.
Fig. 84.
Fig. 85.
Fig. 86.
Fig. 87.
Fig. 88
Fig. 89.
Fig. 90
Fig. 91.



ARCHITECTURE HYDRAULIQUE,

Ou l'Art de conduire, d'élever & de ménager les eaux pour les différens besoins de la vie.



LIVRE SECOND.

Où l'on donne la description de différentes sortes de Moulins, la maniere d'en calculer les effets & d'en découvrir le point de perfection.

CHAPITRE PREMIER.

Des Moulins pour moudre le bled, où l'on trouve l'application des principes qui peuvent contribuer à la perfection des Machines mues par un courant.

634. IL paroîtra peut-être étrange que je me sois donné la peine d'écrire sur un sujet aussi connu que celui-ci; mais si l'on veut bien entrer dans les raisons qui m'ont fait composer ce Chapitre, on trouvera assez de motifs pour me justifier. Les moulins sont com-

Raisons qui ont engagé l'Auteur à écrire sur cette matiere.

muns à la vérité; c'eſt juſtement ce qui en prouve l'utilité, & la néceſſité de chercher les moyens de les perfectionner; mais c'eſt aſſez le ſort des choſes les plus eſtimables de perdre de leur priſe par l'habitude de les voir, au lieu que ſouvent il ne faut qu'une bagatelle qui ait un air de nouveauté pour cauſer de l'admiration. Si un Machiniſte avoit préſenté à l'Empereur Auguſte le deſſein d'un moulin tel qu'on les fait aujourd'hui, il n'y a point à douter qu'il n'en eût été reçu avec beaucoup de diſtinction; car on prétend que ce n'eſt que dans le ſixieme ſiecle qu'on s'eſt aviſé d'employer la force de l'eau à la place des hommes & des animaux dont les Anciens ſe ſervoient pour faire tourner les meules, ne connoiſſant pas non plus la maniere de tirer parti du vent pour la même fin: en récompenſe ils avoient l'uſage de quantité de machines utiles qui ne ſont point paſſées juſqu'à nous, la barbarie des tems les ayant anéanti. Comme on ne peut pas répondre qu'il n'arrive encore de ces malheureuſes révolutions, il y a une ſorte d'équité de laiſſer à la poſtérité la deſcription de tout ce que nous avons d'eſſentiel à la vie; & c'eſt dans cette vue que l'Académie Royale des Sciences a entrepris ſon fameux Livre *des Arts & Métiers*.

Sans enviſager des tems qui paroiſſent ſi éloignés, n'y a-t'il pas actuellement des peuples auſſi deſtitués des ſecours de l'Art que l'étoient les premiers hommes, & pour leſquels tout eſt nouveau, mais qui ne manquant pas de génie & d'adreſſe, n'ont beſoin que de modeles pour les imiter. La Moſcovie nous en fournit un exemple récent; un de ſes Empereurs y fait venir d'habiles gens de toute eſpece, munis de bons Livres, & en moins de vingt-cinq ans ce grand Empire a changé entiérement de face. Sans ſortir du royaume de France, combien n'avons-nous pas de provinces où la néceſſité a donné lieu à l'invention de pluſieurs machines dont l'uſage eſt entiérement ignoré en d'autres où l'on en pourroit tirer le même avantage; les moulins ſont particuliérement dans ce cas là, c'eſt pourquoi j'ai cru que l'on me ſçauroit gré de donner la deſcription de ceux qui ſont venus à ma connoiſſance, afin qu'on en pût faire uſage ſelon la diſpoſition des lieux, & que les accompagnant de remarques curieuſes & utiles, on s'apperçût que les choſes dont on ſe ſert le plus communément n'en ſont pas moins dignes de recherches.

Maniere dont les meules agiſſent pour moudre le bled.

635. Peu de gens ignorent que le bled ſe moud avec deux meules poſées l'une au-deſſus de l'autre ſans ſe toucher, que la meule de deſſous que l'on nomme *giſante* eſt immobile, & qu'il n'y a que celle de deſſus qui tourne ſur un pivot. Comme cette derniere eſt

ſuſceptible de pluſieurs remarques auxquelles on n'a pas coutume de faire attention, il convient, avant que de paſſer outre, d'être prévenu de ce qui ſuit.

Les ſurfaces oppoſées de deux meules qui agiſſent pour moudre le bled ne ſont point *planes*, celle du deſſus eſt *creuſe*, & celle de deſſous a du *relief;* l'une & l'autre ſuivant la figure d'un *cône* dont à la vérité l'axe eſt fort petit par rapport au diametre de ſa baſe; quand la premiere a 6 pieds de diametre, elle n'a guere qu'un pouce de creux vers ſon centre, & la ſeconde 9 lignes de relief. Ainſi ces deux meules vont en s'approchant de plus en plus l'une de l'autre vers leur circonférence, ce qui donne au bled qui tombe de la *trémie* la facilité de s'inſinuer juſques vers les deux tiers du rayon, qui eſt l'endroit où il commence à ſe rompre, & où il oppoſe la plus grande réſiſtance dont il peut être capable, l'intervalle des meules n'étant, en cet endroit, que des deux tiers ou des trois quarts de l'épaiſſeur d'un grain de bled; mais comme les Meuniers ont la liberté de hauſſer & de baiſſer tant ſoit peu la meule ſupérieure, ils en reglent l'intervalle avec celle de deſſous, ſelon qu'ils veulent que la farine ſoit plus ou moins fine. PLAN. I. FIG. I.

L'effet d'une meule tournante dépend de ſa quantité de mouvement.

636. Il y a deux choſes à conſidérer dans l'effet d'une meule tournante, ſon *poids* & ſa *viteſſe;* le travail qu'elle fait dépendant de ſa quantité *de mouvement*, qui eſt *le produit de ſa viteſſe par une partie de ſa maſſe.* Je dis *une partie de ſa maſſe;* car comme cette meule tourne ſur un pivot, ſa peſanteur abſolue n'eſt pas totalement employée à moudre le bled, & il n'eſt pas aiſé de déterminer la partie qui peut y avoir le plus de part; on ſçait ſeulement qu'elle eſt toujours proportionnée à la peſanteur abſolue, l'expérience faiſant voir que ſi deux meules d'inégale peſanteur ont la même vîteſſe, leurs effets, ou la quantité de farine qu'elles produiſent dans le même tems, eſt à-peu-près dans le rapport de leur peſanteur abſolue. Comme on eſt obligé de piquer les meules preſque tous les mois, leur épaiſſeur, par conſéquent leur poids, diminue inſenſiblement, & quand elles parviennent à n'avoir plus que les trois quarts, ou la moitié de l'épaiſſeur qu'elles avoient étant neuves, elles ne produiſent plus qu'environ les trois quarts, ou la moitié de la quantité de farine qu'elles donnoient au commencement; c'eſt de quoi tous les Meuniers conviennent.

Raiſon qui fait voir pourquoi les meules font un effet proportion-

637. La force *centrifuge* emportant le bled du centre vers la circonférence, il eſt naturel que lorſqu'il eſt parvenu à un endroit où l'intervalle des deux meules eſt moindre que ſon épaiſſeur il y ſoit écraſé; cependant la meule ſupérieure ayant un point d'appui qu'elle

né à leur pesanteur.

n'abandonne jamais, on ne voit pas clairement pourquoi, à mesure qu'elle est plus pesante, elle fait plus d'effet, puisque si elle étoit toujours également éloignée de celle de dessous, elle ne pourroit être capable que d'une impression limitée; mais l'expérience prouvant le contraire, j'ai soupçonné que dans l'action de cette meule il devoit y avoir quelque chose de plus que ce qu'on a coutume d'y considérer, & qu'outre son mouvement circulaire elle devoit en avoir un autre de bas en haut & de haut en bas. Je fus examiner la chose de plus près que je n'avois fait, & je m'apperçus que j'avois rencontré juste; le pivot de la meule reposant sur le milieu du *palier*, qui est une piece de bois de 6 pouces de largeur sur 5 d'épaisseur, & d'environ 9 pieds de longueur entre ses deux appuis, la *force élastique* de cette piece donne à la meule un mouvement continuel le long de la verticale, peu sensible à la vérité, mais qu'on ne laisse pas d'appercevoir distinctement: en voici la cause.

La force centrifuge attirant, comme je l'ai déja insinué, les grains de bled du centre à la circonférence, en leur faisant décrire à chacun une spirale, ils s'introduisent comme autant de petits coins entre les deux meules, & contraignent celle de dessus à se soulever tant soit peu; alors le palier se trouvant soulagé d'une partie du poids dont il étoit chargé, se roidit & tend à se mettre dans son état naturel; mais un instant après la meule ayant écrasé le bled qui la soutenoit, le palier fléchit tout de nouveau, & d'autant plus que la meule a un plus grand poids: les grains dont nous parlons, & qui n'ont pu être que concassés, continuant de cheminer vers la circonférence pour y être entiérement pulvérisés, sont d'autant plus pressés par le poids de la meule, qu'ils se trouvent resserrés dans un espace plus étroit.

Les effets de deux meules différentes sont dans la raison composée de leur masse & de leur vîtesse.

638. Comme c'est le mouvement circulaire de la meule qui fait tomber le bled de la trémie par l'intervalle & avec une vîtesse qui dépend de celle de la meule, il succede d'autres grains qui la soulevent tout de nouveau, & la farine qui vient d'être faite cessant d'être pressée, est emportée dans le *blutoir* par la circulation de l'air que la meule met en mouvement, & qui forme un tourbillon dans le tonneau. Or puisque ce sont les deux mouvemens que je viens d'expliquer qui concourent à moudre le bled, je conclus que *les effets de deux meules différentes sont dans la raison composée de leur vitesse & de leur pesanteur*, & qu'en général les mêmes effets seroient beaucoup moindres si les pivots de ces meules, au lieu de reposer sur une piece à ressort, avoient un appui inébranlable, comme je l'ai éprouvé en faisant étançonner le palier; aussi-tôt que la meule

n'eut plus que ſon mouvement horizontal, la farine devint ſi groſſiere qu'à peine le ſon en étoit détaché.

On doit entendre par la *viteſſe* d'une meule le chemin que fait en tournant un des points de ſa circonférence *moyenne* pendant un tems déterminé, & ſe rappeller que cette circonférence a pour rayon les deux tiers de celui de la meule. (240) J'ajouterai qu'une meule doit faire au plus 60 tours par minute pour ne point échauffer la farine.

639. Je ne dis rien du plus ou du moins de ſurface que pourroit avoir la baſe de pluſieurs meules de différens diametres; car pourvu qu'elles aient la même quantité de mouvement, elles produiront toujours le même effet : il eſt vrai qu'il paroît d'abord que de deux meules de même peſanteur, celle qui a la plus grande baſe pouvant faire impreſſion ſur une plus grande quantité de bled, doit en moudre davantage à la fois ; mais c'eſt ce qui n'arrive pas, parce que s'il y avoit également répandu ſous ces meules une quantité de bled proportionnée à leurs baſes, le poids dont chaque grain ſera preſſé n'agira que dans la raiſon réciproque des quarrés des diametres, c'eſt-à-dire, que chaque grain qui répondra à la plus grande baſe ſera d'autant moins preſſé que chacun de ceux qui répondront à la petite, dans la raiſon que le quarré du diametre de celle-ci ſera plus petit que le quarré du diametre de l'autre : (219) cependant la raiſon ſimple des diametres, ne laiſſe pas que d'entrer pour quelque choſe dans l'effet de ces deux meules, puiſque leurs vîteſſes ſont dans la raiſon compoſée de leurs rayons & du nombre de tours que l'une & l'autre feront dans le même tems.

Les meules ordinaires ont depuis 5 juſqu'à 7 pieds de diametre, ſur 12, 15, 18 pouces d'épaiſſeur ; elles durent 35 à 40 ans, & après avoir tourné long-tems, & lorſque leur épaiſſeur eſt conſidérablement affoiblie, on les taille de nouveau pour donner à leur ſurface une figure oppoſée à celle qu'elle avoit, pour les faire ſervir de meules giſantes encore pendant pluſieurs années.

Comme il eſt à propos, avant que de conſtruire un moulin, de prendre de juſtes meſures qui en aſſurent le ſuccès, voici quelques obſervations qui pourront avoir leur utilité.

Attentions qu'il faut avoir avant que de conſtruire un moulin à eau.

640. Les eaux vives, de quelque part qu'elles viennent, ſuivant d'elles-même la pente du terrein qui leur eſt le plus propre pour s'écouler, il faut, avant que de faire aucune dépenſe pour les raſſembler, niveller cette pente pour voir à quelle hauteur on pourra les faire gonfler à l'aide d'une écluſe, digue, ou chauſſée, ſans incommoder le pays; & l'on jugera de-là quelle ſera la chûte à l'endroit

le plus convenable pour l'emplacement du moulin : obſervant qu'il faut que cette chûte ait au moins 3 pieds, ſi on veut faire paſſer l'eau au-deſſous de la roue, qui eſt la maniere la plus commode, parce qu'on a la liberté de faire ſon diametre auſſi grand qu'on veut, & d'élever le rez-de-chauſſée du moulin autant qu'il ſera néceſſaire pour le mettre à l'abri des crûes d'eau.

Enſuite il faut examiner ſi la ſource ſera aſſez abondante pour faire aller le moulin ſans interruption ; on en jugera en meſurant exactement ſon produit en été plûtôt qu'en hiver, autrement il pourroit arriver qu'on n'auroit de l'eau que pour faire aller le moulin une partie de l'année. Il faut donc contraindre l'eau à ne s'écouler que par un ſeul endroit, pour voir combien il en paſſe de pieds cubes pendant une minute. (524) Si l'on eſt obligé de rétrécir ſon paſſage & de la faire gonfler, il faut que pendant le tems de l'écoulement ſon niveau s'entretienne toujours à la même hauteur, & avoir égard à tout ce qui peut en rendre la meſure exacte : il y a pour cela mille moyens aiſés à imaginer ſans qu'il ſoit néceſſaire que je m'y arrête.

Prévenu de la quantité d'eau dont on pourra diſpoſer, & de la hauteur de la chûte, il faut voir ſi la dépenſe qui ſe fera par un pertuis égal à la ſuperficie d'une des aubes de la roue, ne l'excédera pas ; moyennant toutes ces conſidérations, on ſera en état de prendre ſon parti.

PLAN. 1. FIG. 2. 641. Lorſque les rivieres ne ſont pas navigables & qu'on y veut conſtruire des moulins, on en arrête le cours naturel par une *écluſe* qui ſoutient l'eau à une hauteur ſuffiſante, & à côté on fait un *déchargeoir* qui entretenant toujours l'eau au même point, facilite l'écoulement du ſuperflu, afin de ne point inonder les campagnes voiſines ; inconvénient eſſentiel à prévoir. C'eſt pourquoi il faut, avant toutes choſes, bien connoître la ſituation du pays, & s'informer où peuvent s'étendre les crûes d'eau qui ſurviennent dans certain tems & qui pourroient incommoder le voiſinage.

Il y a ſur-tout beaucoup de meſures à garder quand on veut conſtruire un moulin ſur une riviere où il y en a déja d'établis, de crainte de s'incommoder réciproquement : ſi l'on en fait un au-deſſous d'un ancien & qu'on n'en ſoit point aſſez éloigné, on n'aura que peu de chûte, & en voulant ſoutenir les eaux on noyera peut-être le moulin ſupérieur ; ſi au contraire on veut l'établir au-deſſus, cela ne ſe pourra ſans diminuer la chûte de l'inférieur, à moins qu'on ne remonte vers la ſource autant qu'il ſera néceſſaire. Il y a ſur ce ſujet mille choſes à prévoir qui ſont d'une extrême

conſéquence ; d'ailleurs il faut être bien ſûr du droit que l'on a de faire conſtruire un moulin à l'endroit que l'on a en vue, ſans avoir aucune oppoſition à craindre ; ſouvent un moulin bâti au hazard donne lieu à une ſource de procès qui entraînent la ruine du propriétaire. Au reſte, en quelqu'endroit qu'on veuille en établir, il faut, en faiſant l'écluſe qui doit ſoutenir les eaux, ménager une ou deux vannes de décharge, indépendamment de celles qui ferment le courſier.

Remarques ſur la diſpoſition qu'on doit donner aux courſiers d'un moulin.

642. Il faut que l'eau qui fait tourner une roue de moulin puiſſe s'échapper avec plus de vîteſſe que n'en a la roue, autrement elle devient un obſtacle, par l'oppoſition qu'elle préſente à celle qui frappe les aubes ; c'eſt pourquoi il faut donner beaucoup de pente au courſier, ménager à ſa ſortie le plus d'étendue que l'on pourra, afin que l'eau fuye ſans rien rencontrer qui la faſſe rejaillir. Entre la vanne & la roue il ne doit y avoir que le moins d'intervalle qu'il eſt poſſible, afin que l'eau, en ſortant du pertuis, vienne frapper les aubes par le chemin le plus court ; de même il ne faut donner entre les bords de l'*aube verticale* & le coffre du courſier, que le jeu néceſſaire pour le mouvement de la roue, afin que toute l'eau ſoit uniquement employée à la faire tourner. Je voudrois auſſi que le courſier allât en s'élargiſſant vers ſes deux extrémités, pour faciliter l'entrée & la ſortie de l'eau.

Les moulins que l'on établit ſur des bateaux ne demandent pas tant de ſujétion, puiſqu'il ſuffit ſeulement de faire enſorte, à l'aide des rouets & lanternes, que le courant puiſſe donner à la meule une vîteſſe qui lui faſſe faire environ 60 tours par minute. (638) Pour peu que l'on ſçache les principes de la Méchanique, il eſt bien aiſé de régler cette vîteſſe, eu égard à la force reſpective du courant, c'eſt pourquoi je ne m'arrêterai point à ces ſortes de moulins qui ne ſont ſuſceptibles d'aucuns calculs qu'on ne ſoit en état de faire quand on aura entendu les endroits les plus intéreſſans de ce Chapitre.

Deſcription des roues de moulin, nommées vulgairement roues à pot.

PLAN. 1, FIG. 4.

643. Dans pluſieurs provinces, lorſque l'eau deſtinée à faire tourner un moulin n'eſt pas abondante, on la conduit au-deſſus de la roue A par une buſe MN, dont l'entrée P ſe ferme avec une vanne QR, qui maintient le niveau ST à une hauteur médiocre ; cette eau provient ordinairement de pluſieurs ſources que l'on raſſemble dans un grand réſervoir ſoutenu par une chauſſée, ou digue.

La circonférence des jantes de la roue eſt couverte d'ais, & forme un tambour dont la ſurface ſert de fond à une eſpece d'auge circulaire renfermée par d'autres ais, comme VX, entretenus en-

ſemble par un nombre de petites cloiſons compoſées de deux planches BC & CD; ainſi l'eſpace renfermé entre deux cloiſons BCD & EFG forme une cellule dans laquelle l'eau venant tomber, ſon choc & ſon poids font tourner la roue : on voit que ſelon la figure que l'on a donnée aux cellules, il y en a toujours pluſieurs dans leſquelles le poids de l'eau agit, parce que les premieres H & I étant deſcendues en K & en L, retiennent encore la plus grande partie de l'eau qu'elles ont reçue. Quand la chûte n'eſt pas aſſez haute pour faire paſſer l'eau au-deſſus de la roue, on diſpoſe les cellules d'un ſens oppoſé à celui que nous venons de dire, comme
FIG. 3. on le voit dans la figure troiſieme, où l'eau ſe déchargeant à la hauteur du centre de la roue, il ſuffit que ſa chûte ſoit un peu plus haute que ſon axe; mais d'une maniere comme de l'autre, ces ſortes de roues, que les Meuniers nomment *roues à pot*, ſont défectueuſes en ce qu'elles perdent une bonne partie de l'eau qui s'échappe par les côtés; cependant quand on n'en a qu'en petite quantité on ne ſçauroit trop la ménager, autrement le moulin chôme tous les jours pendant quelques heures.

644. Pour remédier à cet inconvénient, on feroit beaucoup
FIG. 8. mieux de conduire l'eau par une auge inclinée CAB, terminée en portion de cercle vers le bas de la roue, faite de maniere que le fond & les côtés approchent de ſi près les aubes qu'il n'y ait que le jeu néceſſaire pour que toute l'eau ſoit employée à faire tourner la roue. Son impulſion ſera bien plus grande que dans le cas précédent, ſans en dépenſer davantage, parce que tombant de toute la hauteur de la chûte, elle acquérera une vîteſſe qu'elle n'avoit pas, & celle qui aura choqué les premieres aubes, agira encore par ſon poids juſqu'à la ſortie B.

Maniere de tirer le meilleur parti qu'il eſt poſſible d'une petite quantité d'eau qui répond à une chûte.

645. Voici encore un moyen, quand on a une chûte, de tirer tout l'avantage poſſible d'une petite quantité d'eau qu'on veut employer à faire tourner une roue. On ſçait (643) que la ligne ST exprime le niveau de l'eau d'un ruiſſeau, ou d'un réſervoir, d'une médiocre profondeur ſoutenu par une vanne, qui étant levée à une certaine hauteur, proportionnée à la dépenſe du réſervoir, entretient toujours l'eau à-peu-près au même niveau. L'opinion commune eſt que ſi l'on pratiquoit un pertuis au pied de la chûte, comme dans la ſeconde figure, l'eau ne ſuffiroit pas pour faire tourner une roue à aube; ſans réfléchir qu'en le faiſant plus petit, on gagnera beaucoup plus de force par la vîteſſe que l'on donnera à l'eau que l'on n'en perdra par la diminution de ſon volume.

Deux réſervoirs de différentes hauteurs donnant dans le même

tems

tems des quantités d'eau égales, lorſque les ſuperficies de leurs orifices ſont dans la raiſon réciproque des racines des hauteurs moyennes qui leur répondent, (455) nommant a, la baſe du pertuis ſupérieur ; b, ſa hauteur ; & h, la hauteur qui répond à la vîteſſe moyenne de l'eau ; c, la baſe qu'on veut donner au pertuis inférieur ; x, ſa hauteur, & H, la hauteur qui répondra à la vîteſſe moyenne ; on aura $ab, cx :: \sqrt{H}, \sqrt{h}$, qui donne $ab\sqrt{h} = cx\sqrt{H}$, ou $\frac{ab}{c} \times \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = x$, qui montre que *pour avoir la hauteur du pertuis ſitué au pied de la chûte, il faut diviſer la ſuperficie du premier pertuis par la baſe du ſecond, & multiplier le quotient par celui que donnera la racine de la petite hauteur moyenne, diviſée par la racine de la grande.*

Si la largeur du ſecond pertuis eſt égale à celle du premier, on aura $a = c$, par conſéquent $b \times \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = x$; alors ſi la profondeur de l'eau derriere la vanne QR étoit de 20 pouces, & la hauteur du pertuis de 8, on trouvera (533 ou 534) que la hauteur qui répond à la vîteſſe moyenne de l'eau ſera de 16 pouces $\frac{2}{27}$; ce qui donne, à peu de choſe près, $\sqrt{h} = 4$ pouces. Quant à la chûte, nous la ſuppoſerons de 9 pieds, qui eſt celle qui convient aux roues à pots ; ainſi la hauteur relative à la vîteſſe moyenne pourra être de 100 pouces, ce qui donnera $\sqrt{H} = 10$, par conſéquent $\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{H}} = \frac{2}{5}$, qui étant multiplié par 8, il vient $x = 3$ pouces $\frac{1}{5}$ pour la hauteur du pertuis de la chûte, afin qu'il ne dépenſe que la même quantité d'eau que celui d'en haut.

646. Pour connoître le rapport de *l'effet naturel* de l'eau qui ſortira des deux pertuis, en venant choquer les aubes d'une même roue, il faut ſe rappeller que les quantités de mouvement de la roue dans ces deux cas ſeront dans la raiſon compoſée des cubes des vîteſſes de l'eau, ou des racines des hauteurs qui les expriment, (593) & de la ſuperficie des pertuis ; par conſéquent comme $abh\sqrt{h}$ eſt à $cdH\sqrt{H}$, en ſuppoſant $x = d$, ou comme $bh\sqrt{h}$ eſt à $dH\sqrt{H}$, en ſuppoſant $a = c$, comme dans le cas précédent, qui étant rapporté aux nombres donne $8 \times 16 \times 4$, & $3\frac{1}{5} \times 100 \times 10$, ou $\frac{512}{3200}$, ou $\frac{4}{25}$, qui fait voir que la quantité de mouvement de la roue qui recevroit l'eau du ſommet de la chûte, ne ſera que les quatre vingt-cinquiemes de la quantité de mouvement de la même roue lorſqu'elle recevra l'eau du pied de la même chûte ; ainſi

dans cette derniere ſituation elle pourra, avec la même quantité d'eau, moudre par jour au moins ſix fois autant de bled que dans la premiere, pourvu que le poids des meules tournantes dans les deux cas ſoient dans le rapport des forces qui les mettront en mouvement; (638) c'eſt-à-dire, dans la raiſon composée des ſuperficies des pertuis & des hauteurs moyennes qui leur répondent.

Voilà aſſurément un avantage à ne point négliger, & qui mérite qu'on y faſſe attention, étant naturel que le revenu d'un moulin ſoit proportionné à ſon produit.

647. Il y a des provinces où les roues à pot ſont ſi communes qu'il ſemble qu'on ne ſçauroit faire aller un moulin ſans leur ſecours; & lorſqu'il n'y a point une chûte ſuffiſante pour donner à la roue un rayon, ou un bras de levier, d'une grandeur raiſonnable, & qu'on a d'ailleurs de l'eau à diſcrétion, on y fait les aubes fort larges. (FIG. 6.) Paſſant dans un endroit où j'en vis une dans ce goût-là, je demandai pourquoi employer une roue auſſi incommode, puiſqu'en faiſant une écluſe, on auroit pu en conſtruire une autre d'un diametre auſſi grand qu'on auroit voulu, qui auroit tourné en faiſant paſſer l'eau par deſſous; on me répondit que cela n'auroit pu ſe faire ſans une grande dépenſe, parce que la hauteur de l'eau dans le réſervoir n'étant que de 7 à 8 pouces, il auroit fallu, pour la rendre égale à la chûte, qui étoit de 5 pieds, faire une excavation immenſe. Comme cette erreur eſt commune à tous ceux qui ignorent les principes de l'Hydraulique, je vais faire enſorte de les déſabuſer, en mettant dans un plus grand jour ce que je viens d'inſinuer.

PLAN. I. FIG. 2.

Quand on ſoutient l'eau pour faire tourner une roue de moulin, la force du courant dépend uniquement de la hauteur moyenne de l'eau, & non de l'étendue du terrein qui lui ſert de baſe au pied de l'écluſe.

Je ſuppoſe que la ligne EG exprime la ſurface d'un terrein ſupérieur à VX de 5 à 6 pieds; que ce terrein ſert de lit à un réſervoir, ou ruiſſeau LM, qui n'aura, ſi l'on veut, que 6 pouces de profondeur; la plûpart s'imaginent que quand même on auroit aſſez d'eau pour fournir à la dépenſe du pertuis CD, elle ne peut avoir de force pour faire tourner la roue S qu'autant que le lit du réſervoir ſe trouve à la profondeur DY ſur une étendue conſidérable.

Prévenu que l'action de l'eau agit ſelon ſa hauteur, & non ſelon ſa quantité dans le réſervoir, (378, 379) il ſera indifférent à celle qui doit fuir par le pertuis qu'il y en ait ou non ſur l'étendue HY, pourvu que la ſource ſoit aſſez abondante pour entretenir toujours le niveau de l'eau à la hauteur LM, puiſque ſon impulſion dépendra de la hauteur de la colonne DLIH, ſi petite que ſoit ſa baſe DH; par conſéquent il ſuffira d'approfondir ſeulement le terrein vis-à-vis l'écluſe, en donnant au profil de l'excavation la figure d'un trapeze DEFH, afin que les terres puiſſent ſe ſoutenir ſelon

le talud naturel FH pour éviter la dépense d'un revêtement de maçonnerie, sans se mettre en peine de la profondeur MG de l'eau ni de l'étendue de son lit; on pourra donc, quand on n'aura qu'une médiocre quantité d'eau, pratiquer à peu de frais un pertuis au pied d'une chûte pour exécuter ce qui a été dit dans l'article 645. FIG. 7.

648. Les moulins dont nous avons parlé jusqu'ici sont composés d'une roue à aubes AB, dont l'arbre D appartient aussi à un rouet E qui s'engraine avec une lanterne G qui fait tourner la meule qu'on suppose dans le tonneau I, ayant pour essieu la barre de fer F.

Description des moulins à eau ordinaires.

On donne à la *roue* depuis 12 jusqu'à 18 pieds de diametre; les aubes ont ordinairement 2 pieds $\frac{1}{2}$ ou 3 pieds de largeur, sur 10 à 12 pouces de hauteur. A l'égard de l'arbre on lui donne depuis 15 jusqu'à 18 pouces de diametre.

Le *rouet* a ordinairement 8 pieds de diametre, pris de milieu en milieu de la largeur des jantes, c'est-à-dire, à la hauteur où les dents agissent contre les fuseaux de la lanterne; (287) les jantes doivent être composées de deux *membrures* chacune de 8 pouces d'épaisseur, croisées l'une sur l'autre, sur une largeur de 8 pouces; ce rouet a 48 dents de 4 pouces de hauteur sur 3 $\frac{1}{2}$ de largeur, 2 d'épaisseur à l'extrémité, & 2 & $\frac{3}{4}$ par le bas à cause du talon; leur racine est de 12 pouces de longueur sur 2 $\frac{1}{4}$ d'épaisseur en quarré par le haut, réduite à 1 pouce & $\frac{1}{2}$ par le bas.

La lanterne est composée de deux *tourteaux* de 22 pouces de diametre, & de 4 pouces d'épaisseur, dans lesquels on assemble 9 fuseaux de 2 pouces & demi de diametre sur 18 pouces de hauteur: le centre de ces fuseaux doit être placé sur une circonférence de 9 pouces de rayon, lequel doit être pris pour celui de la lanterne. (287) On fait les fuseaux, ainsi que les dents, d'un bon bois dur de *poirier sauvage*, ou de *cormier;* la lanterne est traversée d'un essieu de fer de 2 pouces $\frac{1}{2}$ en quarré, & d'une hauteur proportionnée à la situation des meules par rapport à la position du rouet; il doit être bien attaché à la meule de dessus, & réduit à un pivot d'environ 6 lignes de diametre, qui tourne dans une crapaudine pratiquée dans l'épaisseur du palier; les dimensions précédentes sont les mêmes que celles qu'on donne au rouet & à la lanterne des moulins à vent.

649. Il y a à la Fere plusieurs moulins semblables au précédent, j'en prendrai un pour exemple de la maniere de calculer tout ce qui peut intéresser dans une pareille machine, afin de découvrir principalement quelle est la force capable de surmonter la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule, en faisant en-

Maniere de calculer l'effet de toutes les parties qui concourent à moudre le bled dans un moulin à eau.

PLAN. I. FIG. 7. trer dans le calcul le frottement des tourillons C de la roue AB ſur les couſſinets K ; celui du rouet E contre les fuſeaux de la lanterne G ; & enfin celui du pivot de la même lanterne ſur ſa crapaudine encaſtrée dans le palier H, qui ſont les ſeuls auxquels on doit avoir égard, en ſuppoſant que l'on connoît la hauteur de la retenue, ou de la chûte de l'eau, la ſuperficie des aubes, la vîteſſe de la roue, le rayon de la même roue, ceux du rouet, de la lanterne & de la meule, avec le poids dont la crapaudine H eſt chargée, c'eſt-à-dire, celui de la meule, de la lanterne avec ſon eſſieu F, & enfin celui que ſoutiennent les tourillons C de l'arbre D.

La hauteur moyenne de l'eau qui s'échappe par le pertuis pour faire tourner la roue, eſt de 5 pieds; ainſi l'on trouvera dans la Table (469) que ſa vîteſſe, dans le courſier, eſt de 17 pieds 3 pouces 4 lignes par ſeconde.

La roue a 8 pieds de rayon depuis ſon centre juſqu'à celui d'impreſſion d'une des aubes, ce qui répond à une circonférence de 50 pieds $\frac{2}{7}$; & comme cette roue fait 10 tours en une minute, ſa vîteſſe par ſeconde ſera à-peu-près de 8 pieds 4 pouces 7 lignes, qui étant ſouſtraite de celle du courant, il reſtera 8 pieds 10 pouces 9 lignes pour la vîteſſe reſpective de l'eau qui frappe les aubes. (585)

Il faut chercher quelle eſt la hauteur d'une colonne capable d'une vîteſſe de 8 pieds 10 pouces 9 lignes par ſeconde, (608) on trouvera qu'elle doit être de 15 pouces 9 lignes, qui répond à un choc de 92 liv. $\frac{1}{5}$ qu'il faut multiplier par la ſuperficie d'une des aubes, qui eſt ici de 2 pieds 2 pouces quarrés; il vient 200 liv. pour la puiſſance qui fait agir la roue avec une vîteſſe de 8 pieds 4 pouces 7 lignes par ſeconde.

A quoi ſe réduit le frottement de la roue ſur les tourillons.

650. Pour calculer le frottement de la roue ſur les tourillons, j'ai commencé par en avoir le poids, auſſi-bien que du rouet & de l'arbre, en cherchant la quantité de pieds cubes dont le tout étoit compoſé : l'ayant fait, j'en ai trouvé 50 $\frac{1}{4}$, qui étant multipliés par 60 livres, peſanteur d'un pied cube de bois de chêne, il vient 3015 livres pour la charge des tourillons.

La preſſion du poids de la roue ne cauſe pas ſeule le frottement des tourillons, il y en a encore un autre qui doit y entrer néceſſairement : pour l'appercevoir, remarquez que la puiſſance appliquée à la roue, c'eſt-à-dire, l'eau qui la frappe agit ſelon une direction horizontale pour ſurmonter la réſiſtance que les dents du rouet rencontrent à faire tourner la lanterne, & que cette réſiſtance agit auſſi ſelon la même direction; on peut donc dire que le rayon de la roue & celui du rouet compoſent enſemble les bras d'un levier

ſitué verticalement, dont le point d'appui eſt à l'extrémité du diametre horizontal des tourillons de la roue, c'eſt-à-dire, diamétralement oppoſé aux puiſſances appliquées au levier, (76) & qui cauſent enſemble une preſſion de 600 livres; car comme le rayon de la roue eſt double de celui du rouet, la puiſſance motrice étant de 200 liv. celle qui réſiſte aux dents du rouet ſera de 400.

Il eſt donc manifeſte que le centre des tourillons eſt attiré par deux puiſſances, dont l'une, qui eſt le poids de la roue, agit verticalement; & l'autre, qui eſt la preſſion dont je viens de parler, agit horizontalement: or comme la preſſion horizontale ne détruit point l'action de la peſanteur de la roue, ni ne diminue point le frottement (68) cauſé par cette même peſanteur; il faut donc ajouter le tiers de cette derniere, qui eſt 1005 livres, avec 300 pour avoir 1305 livres pour le frottement des tourillons. (243)

Maniere de connoître le poids d'une meule.

651. Pour ſçavoir auſſi de quelle maniere je ſuis parvenu à connoître le poids de la meule tournante, on ſçaura qu'il y avoit à la porte du moulin une vieille meule tirée de la même meuliere que celle dont il s'agit, & dont la pierre m'a paru de même qualité; j'en ai fait rompre un morceau qui s'eſt trouvé du poids de 28 liv. $\frac{1}{4}$, je l'ai ſuſpendu à une balance romaine pour le peſer dans l'eau, (626) où ſon poids ne s'eſt plus trouvé que de 10 liv. $\frac{1}{4}$, par conſéquent il occupoit la place de 18 liv. d'eau. Pour en ſçavoir le volume, j'ai dit: Si 70 liv. d'eau contiennent 1728 pouces pour un pied cube, combien contiendront 18 livres, j'ai trouvé environ 444 pouces. Pour ſçavoir préſentement ce que peſe le pied cube, j'ai dit: Si 444 pouces peſent 28 livres $\frac{1}{4}$, combien peſeront 1728, j'ai trouvé environ 110 liv. pour le poids d'un pied cube de la pierre dont nous parlons; la meule ayant 6 pieds de diametre, & ſon épaiſſeur réduite, eu égard à ſon creux, s'étant trouvée de 16 pouces, ſa ſolidité eſt de 37 $\frac{5}{7}$ pieds cubes, qui étant multipliés par 110, donnent 4148 liv. pour le poids de la meule, à quoi il faut ajouter celui de la lanterne & de ſon eſſieu que j'ai eſtimé de 200 liv. afin d'avoir le poids dont le palier étoit chargé, c'eſt-à-dire, 4348 liv.

Voici le nom, la meſure & le poids de toutes les parties qui doivent entrer dans le calcul.

a = 8 pieds, rayon de la meule.
b = 4 pieds, rayon du rouet.
c = 9 pouces, rayon de la lanterne.
d = 2 pieds, rayon moyen de la meule.
f = 9 lignes, rayon des tourillons de la roue.
h = 2 lignes, rayon moyen de l'extrémité du pivot de la meule, ou de la lanterne.

p = 200 livres, force de la puiſſance qui fait tourner la roue.

q = 1305 livres, frottement des tourillons.

r = 4348 livres, poids de la meule, de la lanterne, & de ſon eſſieu.

x = le poids équivalent à la réſiſtance que la meule trouve à moudre le bled.

652. Pour commencer le calcul que nous nous ſommes propoſés, faites attention que la réſiſtance qu'éprouvent les dents du rouet pour faire tourner la lanterne, vient 1°. du frottement que le poids de la meule & de ſon équipage fait naître du pivot contre la crapaudine : 3°. de la réſiſtance que la meule rencontre de la part du bled qu'elle veut moudre.

Il faut donc, pour réduire ces deux réſiſtances à l'extrémité du rayon de la lanterne, multiplier le tiers de la charge du pivot par ſon rayon moyen, (240) ce qui donne $\frac{hr}{3}$; multiplier auſſi l'effort x de la meule par ſon rayon moyen, ajouter le produit dx au précédent, & diviſer l'un & l'autre par le rayon de la lanterne, (60) on aura $\frac{hr}{3c} + \frac{dx}{c}$ qu'il faut multipler par la fraction $\frac{19}{18}$, afin d'avoir égard au frottement du rouet & de la lanterne (290); multiplier $\frac{19hr}{54c} + \frac{19dx}{18c}$ par le rayon du rouet, il viendra $\frac{19hrb}{54c} + \frac{19bdx}{18c}$ pour le produit du poids par ſon bras de levier, à quoi il faut ajouter la réſiſtance cauſée par le frottement des tourillons C, (68) c'eſt-à-dire, le produit du frottement q des tourillons par le rayon des mêmes tourillons (64, 65) on aura $\frac{19hrb}{54c} + \frac{19bdx}{18c} + qf$, qui eſt une quantité égale au produit de la puiſſance p par le rayon de la roue dans l'état d'équilibre (45); d'où l'on tire cette équation $\frac{19hrb}{54c} + \frac{19bdx}{18c} + qf = ap$, de laquelle dégageant l'inconnue, il vient $x = \frac{18acp}{19bd} - \frac{hr}{3d} - \frac{18cqf}{19bd}$. Il ne reſte plus qu'à faire, avec les nombres, les mêmes opérations que celles qu'indiquent les lettres qui les expriment, on trouvera 142 $\frac{1}{5}$ pour le premier terme, 10 pour le ſecond, & 7 $\frac{1}{5}$ pour le troiſieme : ajoutant enſemble les deux derniers, il vient 17 $\frac{1}{5}$ pour la ſomme, qui étant retranchée de la valeur du premier, il reſte à-peu-près 125 liv. pour la valeur de x, c'eſt-à-dire, pour le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule.

653. Pour sçavoir présentement quelle partie de la puissance est employée à surmonter cette résistance, il faut être prévenu que le rouet a 48 dents, & la lanterne 9 fuseaux; que par conséquent la lanterne & la meule font 5 tours & $\frac{1}{3}$ tandis que la roue n'en fait qu'un.

Le rayon moyen de la meule étant de 2 pieds, (651) sa circonférence sera de 12 $\frac{4}{7}$, qu'il faut multiplier par 5 $\frac{1}{3}$, il vient 67 pieds pour le chemin que fait un des points de cette circonférence, tandis que le centre d'impression d'une des aubes en fait un de 50 pieds $\frac{2}{7}$. Ainsi multipliant la puissance 125 liv. par sa vîtesse 67 pieds, & divisant le produit par 50 pieds $\frac{2}{7}$, vîtesse de la puissance motrice, il viendra 166 $\frac{6}{11}$ pour l'expression d'une partie de cette puissance (89) uniquement employée à surmonter la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule, qui étant retranché de 200 livres, valeur entiere de la puissance motrice, il restera 33 $\frac{5}{11}$ pour l'autre partie de cette puissance, employée à surmonter le frottement de toutes les parties du moulin.

654. Pour connoître combien chaque piece qui frotte emprunte de la force qui surmonte le frottement total, nous commencerons par celui du pivot de la lanterne sur la crapaudine, en supposant qu'elle est toujours chargée de la pesanteur absolue de la meule & de son équipage, c'est-à-dire, de 4348 livres, quoique, selon l'article 637, l'action de ce poids varie sans cesse à cause du mouvement vertical de la meule, mais il faut statuer sur le plus grand obstacle. Ainsi le frottement dont nous parlons sera $\frac{r}{3}$ qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$ (290) à cause du rouet & de la lanterne, il vient $\frac{19r}{54}$: or comme entre ce poids & la puissance qui le meut, il y a quatre bras de levier, le rayon de la roue, celui du rouet, celui de la lanterne, & le rayon moyen du pivot: nommant y la puissance qui doit surmonter ce frottement, on aura (73, 74) $ac, bh :: \frac{19r}{54}, y$, ou 6 pieds 8 lignes :: 1530 livres, $y = 14$ liv. $\frac{1}{6}$.

Nommant u la puissance qui surmonte le frottement causé par l'action de la meule sur le bled, & m, cette même action qu'on peut regarder comme un poids de 125 livres; $\frac{m}{18}$ exprimera le frottement à la rencontre du rouet & de la lanterne; (276) & comme l'on a encore ici quatre bras de levier entre la puissance & la résistance $\frac{m}{18}$, qu'on doit regarder comme un poids qui répond à l'ex-

trémité du rayon moyen de la meule, on aura (73, 74) *ac*, *bd* :: $\frac{m}{18}$, u, ou 6 pieds 8 livres :: 6 livres $\frac{8}{9}$, $u = 9\frac{1}{6}$.

Si l'on nomme z, la puiſſance qui doit ſurmonter le frottement des tourillons de la roue, qui eſt q, & qu'on multiplie ce poids par ſon bras de levier f, diviſant le produit par le rayon de la roue (48), on aura $\frac{qf}{a} = z = 10 + \frac{1}{5}$.

Ajoutant enſemble la valeur de y, u, z, il vient à-peu-près $33\frac{1}{2}$ pour la puiſſance qui ſurmonte le frottement total, qu'on peut regarder comme le même nombre que nous avons trouvé dans l'article 653, n'ayant point d'égard à la différence des deux fractions qu'on doit regarder comme zero, puiſque cela ſuffit pour prouver la juſteſſe de tout ce qui précede, & pour ſervir d'introduction au calcul des machines en général.

Je ferai remarquer en paſſant l'erreur de ceux qui s'imaginent que dans les machines compoſées il y a toujours *un tiers* de la puiſſance motrice employé à ſurmonter le frottement, ſans avoir égard à la longueur des bras de levier, à la ſituation des parties qui frottent, & ſi la machine eſt plus ou moins compoſée, puiſqu'il eſt aiſé de voir dans cet exemple, qu'il n'y a guere qu'un ſixieme de cette puiſſance d'employé pour cela ; $33\frac{1}{2}$ étant la ſixieme partie de 200 ; cependant je puis bien aſſurer que les calculs précédens répondent parfaitement à l'effet du moulin dont il s'agit, m'en étant convaincu par pluſieurs expériences faites avec beaucoup de ſoin.

La puiſſance qui ſurmonte l'action de la peſanteur relative d'une meule ſur le bled, eſt à-peu-près la trente-cinquieme partie de la peſanteur abſolue de la meule.

655. Comme la puiſſance qui ſurmonte la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule agit ſelon une direction horizontale, on ne peut pas dire qu'elle eſt égale à la peſanteur relative de la meule, que nous ne connoiſſons pas. On ſçait ſeulement que cette peſanteur relative eſt toujours une même partie de la peſanteur abſolue de la meule, mais ſans nous en mettre en peine, il n'y a point de doute que la puiſſance qui la ſurmonte n'ait toujours avec elle le même rapport. Cette puiſſance pourra donc avoir auſſi un rapport conſtant avec la peſanteur abſolue de la meule, je veux dire, par exemple, que ſi la peſanteur relative d'une meule étoit la dixieme partie de ſa peſanteur abſolue, & que la puiſſance qui ſurmonte la réſiſtance du bled fût la moitié de la peſanteur relative, cette puiſſance ſeroit toujours la vingtieme partie de la peſanteur abſolue.

Le calcul précédent ayant donné 125 livres pour la puiſſance qui ſurmonte la réſiſtance que le bled oppoſe à une meule du poids de

4348 liv.

4348 livres, cette puiſſance ſera à la peſanteur abſolue de la meule comme 125 eſt à 4348, ou à-peu-près comme 1 eſt à 35, qui eſt un rapport que nous regarderons comme exact, afin de nous en ſervir dans la ſuite.

Eſtimation de la quantité de bled que le moulin précédent peut moudre par jour.

656. Un moulin tel que celui dont nous venons de faire le calcul, qui a une meule mobile de 6 pieds de diametre du poids d'environ 4348 livres, & qui fait 53 tours par minute, peut moudre en 24 heures 120 ſeptiers de bled du poids de 75 liv. chacun, quand la meule eſt nouvellement piquée & qu'elle eſt de bonne qualité : circonſtance qui entre pour beaucoup dans le plus ou moins de farine qu'elle peut faire, l'expérience faiſant voir que les plus dures & les plus *ſpongieuſes* ſont préférables aux autres. Cependant, comme dans une théorie telle que je l'ai établi ici, on ne peut ſe diſpenſer de faire abſtraction des accidens, nous ſuppoſerons dans la ſuite que les meules dont il ſera queſtion ſeront à-peu-près de même nature que celle ſur laquelle j'ai fait mes obſervations, parce que tout bien conſidéré, quand cela ne ſe rencontreroit pas abſolument de même, la choſe ne peut pas tirer à conſéquence dans l'application que l'on fera de nos principes.

Examen du moulin précédent pour voir de combien il eſt éloigné du plus grand effet.

657. Il reſte à examiner ſi le moulin ſur lequel nous venons d'opérer fait tout l'effet qu'on peut en attendre : il faut ſe rappeller que nous avons démontré qu'une machine miſe en mouvement par un courant étoit dans ſa perfection lorſque la vîteſſe de la roue étoit le tiers de celle du courant qui la fait agir, (588, 589, 594) c'eſt ce qui ne ſe rencontre pas ici où la vîteſſe de la roue eſt à-peu-près la moitié de celle du courant, ainſi la roue va beaucoup plus vîte qu'elle ne devroit aller, ce qui vient de ce que la meule n'eſt point aſſez peſante, eu égard à la force du courant dont la vîteſſe reſpective n'eſt pas bien ménagée.

Voulant ſçavoir quel eſt le poids de la meule qu'il faudroit employer à ce moulin pour le rendre capable du plus grand effet, il faut commencer par chercher la force reſpective de l'eau contre les aubes dans le cas dont nous parlons, en diſant : ſi le quarré de 8 pieds 10 pouces 9 lignes donne 200 livres, que donnera le quarré de $11\frac{1}{2}$, qui eſt les deux tiers de $17\frac{1}{4}$, on trouvera 339 livres. (568)

Il faut préſentement avoir recours à l'équation $\frac{19hrb}{54c} + \frac{19bdx}{18c} + qf = ap$, (652) & faire attention que puiſque x exprime la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule, $35x$ exprimera le poids de la même meule, y compris celui de ſon équipage; (655) on pourra donc à la place de r, ſubſtituer $35x$, & l'on

aura $\frac{665hbx}{54c} + \frac{19bdx}{18c} + qf = ap$, dont tous les termes étant multipliés par $54c$, donnent, après la réduction, $665hbx + 57bdx + 18cfq = 54acp$, d'où dégageant l'inconnue, il vient $x = \frac{54acp - 54cfq}{665bh + 57bd}$, dans laquelle les lettres connues ont la même valeur que ci-devant, puisqu'il s'agit de la même machine, excepté p, qui exprime la puissance, qui vaut ici 339 liv. au lieu de 200, & q, qui vaut 1513 liv. au lieu de 1305, à quoi il faut bien prendre garde dans le calcul numérique, lequel donnera $54acp = 109836$, & $54cfq = 3704$, qui étant soustrait du nombre précédent, il vient 106132 pour la différence. On trouvera de même $665bh = 27$, & $57bd = 456$; ajoutant ces deux nombres ensemble, on a 483 pour le diviseur de 106132, dont le quotient donne 220 liv. pour la valeur de l'inconnue x, c'est-à-dire, pour le poids équivalent à la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule, qui étant multiplié par 35, donne 7700 liv. pour le poids dont le palier doit être chargé, d'où retranchant celui de la lanterne & de son essieu, (651) il reste 7500 liv. pour la pesanteur de la meule.

Si on donne à cette meule le même diametre qu'à la premiere, les vîtesses de l'une & de l'autre seront dans le rapport de celle qu'aura la roue dans ces deux cas, c'est-à-dire, comme $8\frac{5}{17}$ est à $5\frac{3}{4}$: or si l'on multiplie le poids de chaque meule par la vîtesse qui lui répond, les produits seront dans la raison des quantités de bled qu'elles pourront moudre dans le même tems. (638) Si l'on en fait la proportion, on trouvera que la meule qui convient au plus grand effet pourra moudre environ 145 septiers en 24 heures, c'est-à-dire, 25 de plus que ne faisoit le moulin dans l'état où il étoit quand j'en ai fait le calcul. On peut juger de-là combien il importe de mettre dans une juste proportion toutes les parties d'une machine : on n'auroit peut-être pas soupçonné que celle-ci fût susceptible de tant de recherches.

Voulant connoître, comme ci-devant, quelle est la force appliquée à la roue uniquement employée à surmonter la résistance du bled, on fera attention qu'entre la puissance & le poids il y a quatre bras de levier, qui sont le rayon de la roue, celui du rouet, celui de la lanterne, & le rayon moyen de la meule; qu'il y a même raison du produit du premier par le troisieme, à celui du second par le quatrieme, je veux dire de 6 à 8, que du poids 220 liv. à la puissance, (73) qu'on trouvera de 293 liv. $\frac{1}{3}$, laquelle étant retranchée de 339, il reste 45 liv. $\frac{2}{3}$ pour la force qu'il faut de plus à

cette puiſſance pour ſurmonter le frottement de toute la machine, au lieu de 33 liv. $\frac{1}{3}$ que nous avons trouvé ci-devant; ce qui fait une différence de 12 liv. $\frac{1}{3}$ que la ſeconde meule cauſeroit de plus que la premiere, vu ſa plus grande peſanteur.

Maniere de diſpoſer les parties d'un moulin, pour que la même roue faſſe tourner deux meules à la fois.

658. Quand on a beaucoup d'eau & une chûte ſuffiſante, on peut diſpoſer le moulin de façon que la même roue faſſe tourner deux meules à la fois, comme on en peut juger par la ſeconde & la troiſieme figure de la Planche 8, où l'on voit que le rouet G, qui répond à l'arbre de la roue F, s'engraine avec la lanterne I, dont l'eſſieu K eſt auſſi celui d'un autre rouet L, qui tournant horizontalement s'engraine avec les lanternes M & N pour faire tourner les meules H.

PLAN. 9. FIG. 2 & 4.

Comme on n'a pas toujours aſſez de grain à moudre pour occuper les deux meules à la fois, il faut faire la lanterne de deux pieces, ſuivant les deſſeins D, E, F, afin qu'elle puiſſe s'ouvrir par le moyen des charnieres pour n'être plus en priſe aux dents du rouet; quand on veut qu'elle agiſſe, on la referme. Pour que la lanterne, étant ouverte, n'abandonne pas l'eſſieu, il faut qu'une de ſes moitiés y ſoit arrêtée haut & bas par des colliers de fer, comme on le voit au bas de la figure 4, par le plan D d'un des tourteaux: on pourroit, au lieu de briſer la lanterne, ſe contenter d'ôter deux fuſeaux à celle qui répond à la meule que l'on veut faire chomer.

Pour qu'un moulin ſoit complet, il faut qu'il puiſſe bluter la farine à meſure que le bled eſt moulu.

PLAN. 9. FIG. 4 & 5.

659. Pour qu'un moulin ſoit complet, il doit bluter la farine; voici comme on s'y prend: on a des chauſſes de pluſieurs eſpeces, plus ou moins fines, faites avec du canevas comme aux tamis; on met une de ces chauſſes dans un tonneau percé par les deux fonds; on la ſoutient tendue par pluſieurs petits cerceaux, ſervant auſſi à la ſuſpendre dans le tonneau qui doit être un peu incliné; le fond le plus élevé reçoit la farine, laquelle étant entrée dans la chauſſe eſt ſecouée deux ou trois fois à chaque tour de lanterne, par le moyen du bâton H, qui eſt mis en mouvement par des bouts de fuſeaux qui excedent le tourteau ſupérieur ou inférieur; ou bien l'on met deux morceaux de bois en croix formant une eſpece de tourniquet qu'on attache au ſommet, ou au bas de la lanterne, & qui donne le mouvement au bâton; ainſi la farine tombe dans le tonneau & ſe ſépare du ſon, qui de ſon côté ſuit la pente du blutoir pour ſe rendre dans une auge, ou dans un ſac. Afin que le bâton H faſſe bien ſon effet, il doit être un peu forcé par un bout de regle paſſé entre deux cordes tordues enſemble.

La cinquieme figure eſt un autre blutoir où l'on voit plus diſtinctement ce que je viens d'inſinuer, mais différemment diſpoſé;

comme le deſſein en fait aſſez ſentir la manœuvre, je ne m'y arrêterai pas, ce n'eſt même qu'avec répugnance que je parle de ſemblables bagatelles, mais il faut ſçavoir préférer l'utile à des objets plus intéreſſans à décrire, & qui n'auroient pas la même fin.

Deſcription d'un moulin exécuté à Mont-Royal, avant la démolition de cette Place.

PLAN. 2 & 3.

660. Voici un moulin qui a été exécuté autrefois à *Mont-Royal:* on ſçait que cette Place étoit ſituée dans la preſqu'iſle de *Trabanne*, ſur un rocher eſcarpé, entouré en partie de la Moſelle : il y a dans cette riviere pluſieurs iſles, dans l'une deſquelles on avoit établi un poſte ; & comme il étoit aiſé de rétrécir en cet endroit le paſſage du courant pour faire gonfler les eaux, on a fait un moulin dans une tour élevée exprès pour le mettre à l'abri de l'ennemi, étant d'une grande conſéquence pour la garniſon. Quoique ce moulin n'ait rien de ſingulier, je ne laiſſerai pas de le rapporter comme un exemple, pour étendre davantage l'application de nos principes ſur le frottement.

Cette tour eſt rectangulaire, comme on en peut juger par la figure ABCD qui en eſt le plan intérieur, dont on a ſupprimé l'épaiſſeur des murs : on y remarquera que chaque flanc eſt percé par un aqueduc, dont le premier EF ſert à introduire l'eau dans un canal qui traverſe la tour, & le ſecond GH en facilite la ſortie ; à l'endroit IK eſt une vanne pour retenir l'eau à une certaine hauteur, & faire tourner deux roues L, M placées de ſuite. Pour juger de la diſpoſition de ces roues, il faut conſidérer les profils de la tour, l'un coupé ſur la largeur du plan, & l'autre ſur la longueur. Dans ce dernier (Planche 3.) on voit la vanne IK qui répond à l'entrée de l'eau, & la premiere roue qui en reçoit le choc ; ſur la gauche en eſt une autre dont on s'eſt contenté de ponctuer la circonférence, pour qu'on puiſſe voir diſtinctement pluſieurs parties cachées par la précédente.

Si l'on conſidere les deux profils (Planches 2 & 3.) on verra que chaque roue eſt accompagnée d'un rouet, dont les dents s'engrainent dans une lanterne ; que cette lanterne eſt traverſée par un arbre au ſommet duquel eſt un autre rouet qui fait tourner une ſeconde lanterne qui donne le mouvement à la meule.

Maniere de faire chomer une ou pluſieurs roues qui ſe trouvent dans le même courſier, ſans empêcher que les autres ne tournent.

661. Les deux roues ſe trouvant de ſuite, on a fait enſorte que lorſque l'on ſeroit obligé d'en faire chomer une, l'autre pût toujours aller : on a poſé ſur les bords du canal (Planche 3.) un chaſſis VTXY des deux côtés de la roue ; dans les montans TV & XY ſont des couliſſes, le long deſquelles les extrémités V & Y des couſſinets qui portent les tourillons de la roue, peuvent monter & deſcendre ; c'eſt pourquoi on y a fait des écroues où entrent les ve-

rins qui accompagnent les chaſſis. Quand on veut empêcher qu'une roue agiſſe, on l'éleve à la hauteur où on veut l'arrêter, & on paſſe des boulons dans les trous que l'on a fait aux montans des couliſſes, afin d'en ſoutenir le poids; ce qui ſe fait ſans que la lanterne renfermée dans le chaſſis devienne un obſtacle, parce que les dents du rouet s'engrainant au bas des fuſeaux, qui ont au moins 18 pouces de hauteur, on peut élever la roue autant qu'il le faut pour que les aubes ne ſoient pas choquées par le courant.

Je paſſe ſous ſilence le détail de ce qui appartient à la tour; puiſque les batteries de canon, haute & baſſe, qui ſervoient à défendre le paſſage de la riviere ſont aſſez diſtinctement marquées par les embraſures; on voit auſſi que la voûte, qui n'a que 18 pieds de largeur ſur 3 pieds d'épaiſſeur, recouverte de 4 pieds de terre, mettoit ce moulin à l'épreuve de la bombe.

On remarquera en paſſant qu'il y a bien des endroits où dans le tems des grandes eaux les roues des moulins ſont ſubmergées pendant une partie de l'hiver. Pour éviter cet inconvénient, le moyen le plus ordinaire eſt d'élever l'arbre de la roue de quelques pieds, en ſe ſervant d'une machine deſtinée à cet uſage, & rien ne me paroît plus ſimple que celle dont nous venons de parler, mais pour cela il faut que les fuſeaux de la lanterne ſoient d'une hauteur convenable, afin que les dents du rouet puiſſent toujours s'engrainer avec les fuſeaux, qu'il faut fortifier par deux tourteaux poſés horizontalement dans l'intérieur de la lanterne.

Quelles devoient être les proportions du moulin de Mont-Royal dans l'état de perfection.

662. Il y a apparence que le peu de chûte qu'avoit le courant qui faiſoit aller les roues du moulin de Mont-Royal, eſt cauſe que l'on a été obligé d'employer deux roues & deux lanternes pour donner aux meules une vîteſſe convenable. Il eſt vrai que la machine devenant par-là plus compoſée, les frottemens en ſont auſſi devenus plus conſidérables, ce qui demande néceſſairement une augmentation de force au moteur; & voilà le cas où ſe trouvent tous les moulins qu'on établit ſur des bateaux, & les autres machines qui ſont miſes en mouvement par le courant d'une riviere; la ſeule reſſource qui reſte eſt de donner aux *aubes* autant de ſuperficie qu'il en faut pour ſuppléer à la vîteſſe du courant. Nous allons préſentement faire voir de quelle maniere on auroit dû déterminer les principales proportions du moulin dont nous parlons pour le rendre parfait, en connoiſſant ſeulement le diametre de la roue, celui de la meule, ſon poids & la vîteſſe du courant; ainſi, ſans nous mettre en peine de ce que l'on a ſuivi dans l'exécution, nous nous attacherons à la premiere roue.

On ſuppoſe que l'on a été aſſujetti à donner 7 pieds de rayon à cette roue, dont la circonférence ſera par conſéquent de 44 pieds, & que le courant n'a que 9 pieds de vîteſſe par ſeconde, parce qu'on ne peut faire gonfler les eaux qu'à une hauteur médiocre, ainſi ſa vîteſſe par minute ſera de 540 pieds, dont le tiers, qui eſt 180, ſera celle qu'aura le centre d'impreſſion d'une des aubes dans le même tems pour le *plus grand effet ;* (595) ainſi cette roue fera environ 4 tours par minute. Si l'on veut que la meule en faſſe 60 dans le même tems, (638) il faut proportionner le nombre des dents des rouets & celui des fuſeaux de lanternes de façon que la quantité de tours de la premiere lanterne, multipliée par la quantité de tours de la ſeconde, à chaque tour de roue donne 15 au produit, parce qu'alors la roue faiſant 4 tours par minute, la meule en fera 60. Pour cet effet il n'y a qu'à donner 4 pieds de rayon au premier rouet, & l'accompagner de 48 dents; 16 pouces de rayon à ſa lanterne, & la faire de 16 fuſeaux, alors elle fera trois tours, contre un que fera le rouet. D'autre part, ſi l'on donne 3 pieds 9 pouces au rayon du ſecond rouet, qu'on l'accompagne de 45 dents, 9 pouces au rayon de ſa lanterne, & qu'elle ſoit de 9 fuſeaux, elle fera 5 tours contre le rouet un; ainſi on aura les nombres 3 & 5, dont le produit répond à l'objet qu'on s'eſt propoſé.

Il nous reſte à déterminer la ſuperficie qu'il faut donner aux aubes, pour que le courant ſoit capable de ſurmonter la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule, eu égard à ſon poids & à tous les frottemens qui ſe rencontrent ici. Nous ſuppoſerons que la meule a 3 pieds de rayon, & que ſon épaiſſeur réduite eſt de 12 pouces, ce qui donne 28 pieds 3 pouces cubes de ſolidité, mais nous négligerons les 3 pouces pour le vuide de *l'œil;* multipliant 28 par 110, (651) il vient 3080 liv. pour le poids de la meule, auquel il faut ajouter 200 liv. pour celui de la lanterne & de ſon eſſieu; (651) ainſi la crapaudine ſera chargée de 3280 liv. qui étant diviſé par 35, il vient 94 liv. pour le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe à la meule, (655) qui étant multiplié par ſon bras de levier, c'eſt-à-dire, par les deux tiers du rayon de la meule, (240) donne 188.

Maniere de faire le calcul de toutes les parties du moulin de Mont-Royal.

663. Pour calculer le frottement du pivot de la meule ſur ſa crapaudine, il faut, comme à l'ordinaire, prendre le tiers du poids dont elle eſt chargée, qui eſt 1093 liv. le multiplier par les deux tiers du rayon du pivot, (240) c'eſt-à-dire, par 2 lignes, il vient 15, qui étant ajoutés avec le produit précédent, je veux dire avec 188, il vient 203, qu'il faut diviſer par le rayon de la lanterne qui eſt de 9 pouces, on aura 270 $\frac{2}{3}$ pour la réſiſtance du bled, jointe au frot-

tement du pivot de la meule réduite au point où les fuſeaux & les dents du rouet ſe rencontrent ; c'eſt pourquoi il faut multiplier ce nombre par $\frac{19}{18}$, (290) il vient 286 liv. pour le poids qui répond à l'extrémité du rayon du rouet ſupérieur, qui étant multiplié par ce même rayon, qu'on peut conſidérer comme un bras de levier de 3 pieds 9 pouces, & le produit diviſé par le rayon de la premiere lanterne, qui eſt de 16 pouces, que l'on peut regarder auſſi comme le ſecond bras de levier, donnera 804 liv. pour une partie de la réſiſtance que les dents du premier rouet rencontreront à mouvoir les fuſeaux de la lanterne. Car il faudra y ajouter encore celle que peut cauſer le frottement de l'extrémité du pivot de l'arbre vertical ſur ſa crapaudine, (240) que nous ſuppoſerons chargée de 960 liv. dont on multipliera le tiers, qui eſt 320 liv. par les deux tiers du rayon du pivot, c'eſt-à-dire, par 4 livres, & diviſer le produit par 16 pouces, rayon de la lanterne d'en-bas, il vient 6 liv. $\frac{2}{3}$, qui étant ajoutés avec 804 liv. donnent 810 liv. $\frac{2}{3}$, qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$ (292) à cauſe du frottement du rouet & de la lanterne, pour avoir 856 liv.

Le rayon du rouet d'en-haut & celui de la lanterne d'en-bas compoſant enſemble un levier recourbé à angle droit, qui a pour point d'appui la crapaudine du pivot d'en-bas & le colier du pivot d'en-haut; il faut chercher la diagonale du parallelogramme rectangle (72) qui auroit pour côtés les nombres 286 & 856, qu'on trouvera de 902, dont on prendra la moitié (251) qui eſt 451 liv. pour le frottement, qu'on multipliera par 6 lignes, rayon des pivots, & diviſer le produit par 16 pouces, rayon de la lanterne, il vient à-peu-près 14 liv. $\frac{1}{8}$ pour ce frottement réduit au fuſeau de la lanterne, qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$, il vient 15 liv. qui étant ajoutés avec 856, donnent 871 liv. pour la réſiſtance totale que les dents du rouet d'en-bas rencontreront à faire tourner la lanterne. Or multipliant ce nombre par 4 pieds, rayon du rouet, & diviſant le produit par 7, rayon de la roue, il viendra 498 liv. pour la puiſſance qui doit être appliquée à la roue ; à quoi il faut ajouter ce qui lui manque pour ſurmonter le frottement des tourillons de la même roue.

Je ſuppoſe que la roue, le rouet qui l'accompagne & l'arbre qui leur eſt commun, peſent enſemble 3450 liv. dont il faut prendre le tiers, qui eſt 1150, pour la preſſion qui ſe fait ſelon la verticale, enſuite ajouter enſemble les nombres 871 & 498, c'eſt-à-dire, les puiſſances qui agiſſent ſur les fuſeaux de la lanterne d'en-bas & à l'extrémité du rayon de la roue, & prendre la moitié de leur ſomme, qui eſt 684 liv. $\frac{1}{2}$, ſelon l'article 251, & l'ajouter avec 1150 ; il

viendra 1834 liv. $\frac{1}{2}$ pour le frottement des tourillons, qu'il faut multiplier par le rayon des mêmes tourillons, c'est-à-dire, par 9 lignes, & diviser le produit par celui de la roue; il vient environ 16 liv. qui étant ajoutés avec 498 liv. donnent 514 liv. pour la puissance qui doit surmonter tous les obstacles qui se rencontrent dans la machine.

Connoissant la vîtesse d'un courant & la puissance qu'il faut pour faire tourner une roue de moulin, trouver la superficie des aubes.

664. Ayant dit (662) que la vîtesse du courant étoit de 9 pieds par seconde, & supposé que celle de la roue en étoit le tiers, la vîtesse *respective* de l'eau contre les aubes sera de 6 pieds par seconde, laquelle répond (*Table I, page* 190) à un réservoir de 7 pouces $\frac{1}{5}$ de hauteur, dont la base étant d'un pied quarré sera chargée d'une colonne d'eau de 42 liv. (*Table III, pag.* 259); ainsi la force respective du courant sera capable d'une impulsion de 42 liv. par pied quarré; & comme la puissance doit être de 514, divisant ce nombre par 42, il vient 12 pieds $\frac{1}{4}$ pour la superficie qu'il faudra donner à chaque aube (596) que l'on fera de telle largeur & hauteur que l'on voudra, pourvu que le produit de ses deux dimensions ne fasse pas moins de 12 pieds $\frac{1}{4}$, & que son centre d'impression soit éloigné de 7 pieds de celui de la roue, puisque c'est le bras de levier sur lequel nous avons fait notre calcul. (576)

N'ayant égard qu'à la résistance que le bled oppose à la meule que nous avons trouvée (662) de 94 liv. & à la raison réciproque de la vîtesse de ce poids & de celle de la puissance motrice, qui est comme 7 est à 30; on trouvera 403 liv. pour la puissance motrice, qui étant retranchée de 514 liv. il reste 111 liv. pour la force destinée à surmonter tous les frottemens, c'est-à-dire, à-peu-près la cinquieme partie de la force totale.

Maniere de régler la pente qu'il faut donner à un coursier dans lequel il se trouve plusieurs roues de suite, pour que le courant puisse les frapper toutes de la même force.

665. On remarquera, au sujet des roues qui se rencontrent dans le même coursier, qu'afin que l'eau qui a choqué la premiere acquierre ensuite la vîtesse qu'elle a perdu pour choquer la seconde, il faut donner au coursier une certaine pente. Par exemple, nous avons supposé ici que la vîtesse de l'eau étoit de 9 pieds, & que la vîtesse de la premiere roue étoit le tiers de celle du courant, il ne lui restera donc, après avoir choqué les aubes, que la vîtesse de 3 pieds par seconde; ainsi il faudra donner au coursier une certaine pente, pour que le courant puisse acquérir encore 6 pieds de vîtesse. Pour cela, il n'y a qu'à voir de quelle hauteur il faudroit que tombât un corps pour acquérir une vîtesse uniforme de 9 pieds par seconde; on trouvera dans la Table III, (page 260) qu'elle doit être de 16 pouces 2 $\frac{1}{3}$ lignes, dans le cas où il n'auroit eu d'abord aucun mouvement; mais si ce corps étoit déja capable d'une vîtesse de 3

pieds par seconde, il ne faudroit pas qu'il tombât de si haut; c'est pourquoi il faudra diminuer de la hauteur précédente celle qu'il auroit dû d'abord parcourir pour avoir cette vîtesse de 3 pieds, laquelle doit être d'un pouce $9\frac{1}{2}$ lignes, qui étant retranché de 16 pouces $2\frac{1}{2}$ lignes, reste 14 pouces 5 lignes pour la différence des deux hauteurs, qui est la pente qu'il faut donner au coursier dans l'intervalle des deux roues. Quand il y auroit 5 ou 6 roues de suite, elles iront toutes avec la même vîtesse, dès qu'elles se trouveront dans le cas des deux précédentes.

666. En Provence & dans une bonne partie du Dauphiné, les moulins y sont d'une grande simplicité, n'ayant qu'une roue horizontale D de 6 ou 7 pieds de diametre, dont les aubes sont faites en *cuilleres* pour recevoir le choc de l'eau qui coule ordinairement dans une auge A; l'arbre E qui répond à la meule supérieure est la seule piece qui sert à lui communiquer le mouvement, & je ne crois pas qu'il soit possible de faire un moulin à moindres frais; il est vrai qu'il faut pouvoir ménager une chûte comme celle que l'on voit ici, & qui sont très-fréquentes dans ce pays-là.

Description d'un moulin fort simple, dans le goût de ceux qu'on fait en Provence.

PLAN. 4.

La roue tourne sur un pivot dans une crapaudine pratiquée au milieu de l'entretoise du chassis OF, servant à approcher les deux meules, par le moyen de la vis qui est à l'extrémité de la piece G, & de l'écrou H que l'on fait tourner pour hausser ou baisser le chassis.

Les roues que l'on voit exécutées dans le goût de celle-ci ont leurs cuilleres simplement assemblées à l'arbre par un tenon & une cheville, fortifiées par le dessous par des membrures qui les entretiennent toutes ensemble; d'autres sont faites comme on le voit au plan M, & a son profil N, que la seule inspection de la figure fait assez connoître pour n'avoir pas besoin d'explication.

Quand le Meunier veut arrêter le moulin, il peut, sans sortir, interrompre le cours de l'eau en poussant la perche I, baisser le clapet L qui est attaché, aussi-bien que le bras de levier K, à un tourniquet qui facilite cette manœuvre; plus haut il y a une vanne à l'entrée du canal, comme on le voit marqué à l'endroit C du plan, pour empêcher que l'eau n'y entre, & qu'elle ne se perde en passant par dessus les bords, comme cela arriveroit si l'on ne fermoit que le clapet L: on la ménage dans un réservoir lorsque le moulin chôme pendant quelque tems pour en avoir ensuite avec plus d'abondance.

Ce moulin est exécuté à *Briançon* : l'eau de la *Durance* en fait tourner trois semblables dans le même bâtiment.

667. Pour profiter de l'occasion que me fournit la Planche qua-

Maniere de calcule la

force que l'eau acquiert en coulant dans un canal incliné.

PLAN. 4.

trieme de donner un exemple de la maniere de meſurer le choc de l'eau qui coule ſur un plan incliné ; nous ſuppoſerons que celle du réſervoir, que ſoutient la vanne C, eſt toujours entretenue à 17 pouces de profondeur, que le pertuis a 4 pouces de hauteur ſur 12 de largeur ; ainſi la hauteur moyenne de l'eau ſera à-peu-près de 15 pouces, (534) qu'il faut, ſelon l'article 578, multiplier par 16 pieds qui eſt la hauteur que nous donnerons au canal incliné A, ou à l'élévation du pertuis au-deſſus de la roue D ; enſuite extraire la racine quarrée du produit, qu'on trouvera de 4 pieds 5 pouces 8 lignes pour la hauteur de la colonne d'eau qui auroit pour baſe le pertuis, ou le tiers d'un pied quarré : prenant dans la Table troiſieme le tiers du choc qui répond à une chûte de 4 pieds 5 pouces 8 lignes, on trouvera 103 liv. $\frac{1}{3}$ pour l'expreſſion du choc de l'eau qui fait tourner la roue, quoique celui de la même eau ne ſoit capable que d'environ 29 liv. immédiatement à la ſortie du pertuis ; ce qui fait voir combien elle a acquis de force par ſon accélération.

Si la vanne étoit élevée juſqu'au niveau de l'eau, & que la ſource fût aſſez abondante pour fournir à la dépenſe d'une ouverture de 12 pouces de largeur ſur 17 de hauteur, qui donne un pied 5 pouces de ſuperficie ; la hauteur moyenne ſeroit alors les quatre neuviemes de la profondeur de l'eau, (524) c'eſt-à-dire, de 7 pouces 6 lignes 8 points, qui étant multipliés par 16, hauteur du canal incliné, (578) on aura un produit dont la racine quarrée donne environ 3 pieds 2 pouces pour la hauteur de la colonne qui auroit pour baſe le plan de la ſection de l'eau au ſommet du canal. Cherchant dans la Table troiſieme le choc qui répond à une chûte de 3 pieds 2 pouces, on le trouvera de 222 liv. qui étant multipliés par un pied 5 pouces, donnent 314 liv. $\frac{1}{2}$ pour le choc de l'eau à la ſortie du canal, au lieu qu'elle ne peut être capable que d'un choc de 62 liv. à ſon ſommet.

Autre eſpece de moulin en uſage ſur la Garonne.

PLAN. I. FIG. 5.

668. On voit à quelques endroits, ſur la Garonne, des moulins qui ſont encore d'une conſtruction aſſez ſinguliere ; la roue eſt une eſpece de tambour qui a la figure d'un cône tronqué renverſé qui tourne dans une cuve de maçonnerie faite exprès : les aubes de cette roue ſont appliquées obliquement ſur la ſurface du tambour où elles forment des portions de ſpirales. Ces aubes ainſi diſpoſées obligent la roue à tourner avec une extrême vîteſſe, par conſéquent la meule qui répond à ſon eſſieu, & pour cela il ne faut qu'un filet d'eau.

Deſcription des moulins

669. De tous les moulins à eau qui ont été imaginés juſqu'ici, je crois qu'il n'y en a pas de plus ingénieux & de plus ſimples que

ceux qui ont été exécutés au *Baſacle* à *Toulouſe*, comme on en va juger. *du Baſacle à Toulouſe.*

Il y a aux moulins du Baſacle 25 meules de front, qui vont inceſſamment & qui entretiennent de farine la ville & les environs; & comme elles agiſſent toutes de même par la force du courant, & que leur action eſt indépendante l'une de l'autre, je ne rapporterai que ce qui convient à trois de ces meules.

La premiere figure montre le plan de pluſieurs piles de maçonnerie ſervant de piédroits à des arcades fermées par des vannes (PLAN. 5 & 6.) qu'on voit dans la huitieme figure, qui eſt une élévation priſe ſur la (FIG. 1 & 6) longueur AB; chaque vanne répond à un courſier 7, revêtu de maçonnerie, allant en rétréciſſant juſqu'à l'endroit CD où il aboutit à un cylindre, ou tonneau CED ſans fond, qui eſt auſſi de maçonnerie. L'eau retenue derriere la vanne 5 paſſant par le pertuis 22, entre avec précipitation dans le courſier, & ne trouvant point pour ſortir un paſſage auſſi grand que celui par lequel elle eſt entrée, gonfle & s'introduit avec plus de force dans le tonneau en formant un tourbillon, & contraint de tourner avec elle une roue horizontale qui eſt dans le fond, repréſentée aux endroits F, & mieux encore dans les Figures 4 & 5. L'arbre 1 de cette roue aboutit à la meule K de la ſixieme figure.

L'eau qui eſt entrée dans le tonneau, après avoir fait pluſieurs tours & frappé les aubes de la roue, s'échappe par le vuide qui ſe trouve dans l'intervalle que ces mêmes aubes laiſſent entr'elles, ſort par le fond du tonneau, & s'écoule du côté d'aval où on a ménagé une pente; voilà une idée générale de la manœuvre de ces ſortes de moulins que je vas détailler ſuccinctement.

A la roue eſt un pivot tournant ſur la crapaudine pratiquée dans le palier N: ce palier eſt appuyé à l'endroit V ſur un ſeuil avec lequel il eſt encaſtré de quelques pouces; l'extrémité X eſt attachée avec un boulon à un poteau pendant O, ſuſpendu au balancier (FIG. 6.) PQ, appuyé d'une part à l'endroit P, ſuſpendu de l'autre à la piece QR, percée vers le haut de pluſieurs trous pour recevoir un boulon. Comme toutes les pieces jouent enſemble quand on hauſſe ou baiſſe l'extrémité R, on peut, par leur moyen, faire monter ou deſcendre la roue F, afin d'approcher la meule ſupérieure K de ſon inférieure, ſelon l'uſage ordinaire des moulins.

La hauteur du tonneau eſt exprimée par LM, & l'on voit que du côté de la ſortie de l'eau, la maçonnerie dont il eſt compoſé eſt portée par des poutres M & T, & qu'à cet endroit il y a une arcade S derriere chaque tonneau, qu'on ne peut bien diſtinguer

que dans la ſeptieme figure, qui eſt une élévation du moulin du côté d'aval, priſe depuis le radier juſqu'à la hauteur du rez-de-chauſſée, où l'on diſtingue les différentes parties que l'on peut voir dans l'enfoncement depuis l'entrée de l'eau juſqu'à ſa ſortie. Pour les reconnoître, il ne faut que chercher les chiffres & les lettres ſemblables répandues dans les différentes figures, qui font voir la relation qu'elles ont entr'elles, puiſqu'elles répondent aux mêmes choſes vues de différens ſens. La troiſieme figure montre le plan du radier du côté d'aval, & de quelle maniere ſont aſſemblées les pieces de charpente ſur leſquelles on a établi la maçonnerie qui compoſe les tonneaux; car comme l'eau paſſe par deſſous, il a fallu les porter en l'air, & ſe contenter d'appuyer leur baſe ſur les piles Y.

La deuxieme figure fait voir le plan du rez-de-chauſſée du moulin où ſont placées les meules, & l'aſſemblage des pieces de charpente qui en font la ſéparation: elles ſont diſpoſées de maniere qu'on peut démonter tout ce qui appartient à une des meules, quand il y a quelque réparation à faire, ſans interrompre le travail des autres, ayant chacune leur courſier qu'il ſuffit de fermer pour avoir la liberté de manœuvrer haut & bas.

Comme il n'y a que 5 pieds 4 pouces du centre d'une meule à celui de l'autre, ſur une riviere de 10 à 11 toiſes de large, on peut en placer juſqu'à 12, au lieu qu'ordinairement on n'en met que 4, encore faut-il faire deux bâtimens, un ſur chaque bord. Ici il n'y a ni rouet, ni lanterne, & par conſéquent d'autre frottement que celui du pivot de la roue, ce qui rend les réparations moins fréquentes. Cette roue, qui n'a que 3 pieds de diametre, eſt compoſée d'une ſeule piece; pour la faire, on prend un tronçon d'un gros arbre, & on y taille les aubes que l'on incline ſur ſon épaiſſeur, les faiſant un peu courbes, comme on le peut voir par la quatrieme & cinquieme figure qu'on a rapporté en grand pour la rendre plus ſenſible.

Pour donner à cette roue toute la perfection dont elle me paroît ſuſceptible, il y auroit pluſieurs recherches curieuſes à faire, auxquelles je ne m'arrêterai point: je dirai ſeulement que l'eau qui la pouſſe la fait agir avec une force compoſée de l'action de ſa peſanteur & de la direction circulaire que le tonneau lui donne; que la courbure des aubes devroit ſuivre celle de la développée d'un cercle, & que l'obliquité qu'elles ont de haut en bas devroit faire avec l'arbre qui leur ſert d'eſſieu un angle de 55 degrés, puiſque ces aubes ſont dans le même cas que les aîles d'un moulin à vent.

Maniere de ſe ſervir du flux & reflux

670. Il me reſte à décrire une autre eſpece de moulin dont je crois qu'aucun Auteur n'a parlé, étant nouvelle & peu connue:

elle se réduit à faire ensorte d'assujettir le flux & le reflux de la mer pour faire tourner des roues toujours du même sens, ce qui s'exécute d'une maniere fort ingénieuse ; l'on en attribue la premiere invention à un nommé *Perse*, Maître Charpentier de Dunkerque, qui mérite assurément beaucoup d'éloge, n'y ayant point de gloire plus digne d'un bon citoyen, que celle de produire quelqu'invention utile à la société. En effet, combien n'y a-t'il point de choses essentielles à la vie, dont on ne connoît le prix que quand on en est privé : les moulins en général sont dans ce cas-là. On doit sçavoir bon gré à ceux qui nous ont mis en état d'en construire par-tout : par exemple à Calais, comme il n'y serpente point de rivieres, on n'y a point fait jusqu'ici de moulins à eau, & ceux qui vont par le vent chômant une partie de l'année, il y a des tems où cette ville se trouve sans farine, & j'ai vu la garnison en 1730, obligée de faire venir du pain de Saint-Omer, au lieu qu'en se servant du flux & reflux de la mer, on pourroit construire autant de moulins à eau que l'on voudroit : il y a d'autres villes dans le voisinage de la mer sujettes au même inconvénient, parce qu'apparemment elles ignorent le moyen d'y remédier. C'est principalement en leur faveur que j'ai écrit ce qui suit.

de la mer, pour faire tourner des roues toujours du même sens.

La figure premiere comprend trois canaux dont celui du milieu KCM se ferme avec deux vannes placées aux endroits B & E, les deux autres GDL & HFI se ferment aussi par les vannes D & F. Pour entendre la manœuvre qui fait aller le moulin dont la roue est placée en C, on suppose que l'eau de la mer entre du côté de M, & sort du côté de K, pour s'aller rendre dans un grand réservoir où elle reste en dépôt.

PLAN. 7. FIG. 1.

Quand la mer monte, on leve les vannes B, E, & l'on baisse les deux autres D & F ; alors l'eau passant par le canal du milieu, fait tourner la roue environ 4 heures $\frac{1}{2}$ des 6 que la mer emploie à monter, parce que lorsqu'elle approche de se mettre de niveau avec l'eau du réservoir, la roue cesse de tourner pendant une heure & demie avant que la marée ait atteint sa plus grande hauteur, & encore une heure & demie après : ainsi des 12 heures que comprend le tems du flux & reflux, il y en a 3 pendant lesquelles le moulin chôme.

Quand la mer commence à baisser, l'on ferme les vannes E & B, & l'on ouvre les deux autres D & F ; l'eau du réservoir est contrainte de passer dans le canal GDL, & ne pouvant s'échapper du côté de la mer, elle vient passer sous la roue C qu'elle fait tourner du même sens qu'auparavant : de-là elle s'échappe par le canal

HFI & va s'écouler à la mer; ainſi toute la manœuvre ſe réduit à ouvrir & à fermer alternativement tous les ſix heures les vannes E, B, & D, F. Pour interrompre le moulin quand on le juge à propos, on a placé une vanne à l'endroit A, qui empêche que la mer ne paſſe au-delà.

La ſeconde figure comprend deux moulins qui agiſſent de la même maniere que le précédent, mais avec un peu plus de circuit; on ſuppoſe que le côté L répond au rivage, & le côté K au réſervoir. Quand la mer monte, on ouvre les trois vannes A, G, C, & l'on ferme les trois autres B, D, H; ainſi l'eau fait tourner d'abord la roue F, enſuite l'autre E, de-là paſſe dans le canal MCI pour ſe rendre au réſervoir.

Quand la mer baiſſe on ferme les trois paſſages A, G, C, & l'on ouvre les trois autres B, D, H, l'eau du réſervoir vient faire tourner la roue E de même ſens qu'auparavant, de-là coule par le paſſage D, & va faire tourner la roue F comme en premier lieu, enſuite elle s'échappe par le canal PBO, & va ſe jetter à la mer; ainſi la manœuvre conſiſte à ouvrir & à fermer alternativement les vannes.

Exemple d'un moulin exécuté autrefois à Dunkerque, & qui alloit par le flux & reflux.

671. Voici les développemens d'un moulin dans le goût des précédens, qui a été exécuté à Dunkerque, & qui a ſubſiſté encore long-tems après la démolition; n'ayant été détruit que depuis quelques années par le propriétaire même, piqué de voir qu'on vouloit l'obliger d'entrer dans les frais de l'entretien des canaux de *Furnes* & de *la Moëre*, qui facilitoient la manœuvre de ce moulin ſitué dans la ville entre ces deux canaux. Il faut être prévenu que le fond du canal de la Moëre eſt de niveau avec l'ancien port, & que le fond de celui de Furnes eſt de 6 pieds plus élevé; ainſi le moulin manœuvroit à la marée montante par le canal de la Moëre, & continuoit à la marée deſcendante par celui de Furnes de la maniere du monde la plus commode, comme on en va juger.

PLAN. 8.

Ce moulin contenoit huit meules marquées H, dont 6 tournoient par le moyen de la mer, & les deux autres par celui du vent; c'eſt pourquoi on a pratiqué la gallerie de charpente KL en-dehors de la tour pour diſpoſer l'axe des aîles dans la direction du vent.

Le plan fait voir trois courſiers A, B, C, dans chacun deſquels tournoit une roue qui donnoit le mouvement à deux meules, comme le profil le fait aſſez ſentir. Je ne dis rien du mouvement de la roue F, qui répondant dans le courſier C, avoit la liberté de tourner tantôt d'un ſens tantôt d'un autre, ſuivant le flux & le reflux, pour ne m'arrêter qu'aux deux autres répondans aux courſiers A

& B, dont l'équipage de chacune eſt repréſenté par le ſecond profil. Pour leur donner le mouvement, on a fait quatre portes à deux battans D, E, F, G, qui s'ouvroient & ſe fermoient alternativement d'elles-mêmes par l'action de l'eau. Par exemple, à la marée montante les portes E & F s'ouvroient, & les deux autres D & G ſe fermoient, l'eau venant paſſer par les courſiers du ſens marqué par les fleches faiſoit tourner les roues pendant le flux; & à la marée deſcendante les portes G & D s'ouvroient, & les deux premieres E & F ſe fermoient; l'eau ſe trouvant arrêtée en E paſſoit par la porte G, & ſortoit par l'entrée D, après avoir fait tourner les deux roues du même ſens qu'auparavant.

672. J'ai fait réflexion que l'on pouvoit ſe ſervir de la marée pour faire aller des moulins d'une maniere encore plus ſimple que celle que je viens de décrire. Je ſuppoſe que RST marque la baſſe mer, & KQM la haute mer; que l'on a creuſé le terrein au niveau des plus baſſes marées ſur l'étendue SLAGNT, qui aboutit à deux réſervoirs DOH & GPI, dont le lit du premier doit être de 6 ou 7 pieds plus élevé que celui du ſecond qu'on fera de niveau avec la baſſe mer; ainſi l'on ménagera une chûte à l'endroit HI, accompagnée d'une écluſe fermée avec des vannes pour ſoutenir les eaux du canal ſupérieur, & faire tourner pluſieurs moulins. A l'entrée du baſſin ſupérieur, il faudra faire une écluſe AB fermée par deux portes buſquées D qui s'ouvriront d'elles-mêmes du côté du canal à la marée montante; l'eau entrera à la hauteur de 7 à 8 pieds, & s'y trouvera enfermée ſans en pouvoir ſortir qu'en ouvrant les pertuis des moulins, parce que les portes D ſe refermeront d'elles-mêmes auſſi-tôt que la mer commencera à baiſſer.

PLAN. 7. FIG. 8. *Autre maniere de ſe ſervir du flux & reflux pour faire tourner des roues.*

On conſtruira auſſi une écluſe EF à l'entrée du baſſin inférieur, dont les portes G regardant la mer ſe fermeront d'elles-mêmes quand elle montera, & elle ne pourra entrer dans ce baſſin uniquement deſtiné à recevoir les eaux d'en-haut; car le radier des moulins étant à-peu-près de niveau avec le lit du baſſin ſupérieur, l'eau pourra paſſer de l'un dans l'autre, & de-là aller ſe jetter à la mer, lorſque la marée, en baiſſant, laiſſera la liberté aux portes G de s'ouvrir pour mettre ce baſſin à ſec de 12 heures en 12 heures. Or ſi l'on proportionne l'étendue de celui d'en-haut à la quantité d'eau que les moulins dépenſeront pendant 9 ou 10 heures, afin d'avoir égard au tems que la mer mettra à baiſſer & à remonter juſqu'à un certain point, les moulins iront continuellement ſans aucune ſujétion.

Comme toutes les rivieres qui vont ſe jetter à la mer ont un flux

PLAN. 7. FIG. 9.

& reflux qui s'étend sensiblement à plusieurs lieues en-deçà de leur embouchure, on peut encore profiter de cet avantage pour la commodité des villes qui en sont à portée. Par exemple, ABCDE représente une riviere qui va se jetter à la mer du côté de A ; on se servira du circuit BCD, afin de construire les moulins à l'endroit MN. Pour cet effet, il faudra creuser deux bassins FMNG & MIKN, le premier plus profond que le second, le faisant de niveau avec le lit HA ; ce qui s'exécutera d'autant plus commodément que les rivieres ont toujours beaucoup de profondeur à mesure qu'elles approchent de leur embouchure : on fera une écluse FG dont les portes H regarderont la mer, & une autre IK dont les portes L regarderont les moulins. On apperçoit d'abord que la mer venant à monter fermera l'écluse d'en-bas, & ouvrira celle d'en-haut, & que quand elle se retirera, l'eau du bassin supérieur fermera l'écluse d'en-haut, & l'eau du bassin inférieur ouvrira celle d'en-bas pour s'aller jetter à la mer ainsi alternativement.

Maniere de faire une roue de moulin qui puisse tourner étant entiérement plongée dans l'eau d'une riviere.

673. Les rivieres qui sont dans le cas que nous venons de supposer, grossissant de 12 ou 15 pieds, on ne peut y faire de moulin dont les roues ne soient submergées deux fois par jour, & les machines qu'elles font agir ne remplissent guere que le quart de leur destination, à moins qu'on n'éleve les roues de la façon que nous l'avons insinué dans l'article 661, mais c'est une sujétion qu'on peut éviter par une nouvelle construction de roues imaginées par Messieurs *Gosset* & *de la Deuille*, Prêtres du Diocese de *Laon*, à l'occasion d'un projet d'une machine qu'on devoit exécuter contre l'une des arches du Pont-au-Change à Paris. Il s'agissoit de donner une plus grande abondance d'eau à la ville que ne font les pompes du Pont Notre-Dame, qui ne vont pas lorsque la riviere est fort grosse, quoiqu'on éleve les roues jusqu'à une certaine hauteur, au lieu que celle dont je parle tournera continuellement sans bouger de sa place que la riviere soit haute ou basse, parce qu'elle peut y être entiérement plongée : en voici le détail.

PLAN. 7. FIG. 10.

On suppose que la ligne GH exprime la surface des plus hautes eaux, la ligne LM celle des plus basses, & que le courant suit la direction de la fleche N ; il est question de faire ensorte que la roue puisse toujours tourner sur son axe IK. Il faut être prévenu que la figure que nous donnons ici est un profil composant un assemblage de charpente qui doit être répété plusieurs fois le long de l'arbre, selon la longueur que l'on veut donner aux aubes, afin que les planches qui doivent composer ces aubes ayent autant de points d'appui qu'il convient de leur en donner pour soutenir le choc de

l'eau ſans fléchir. Ce que cette roue a de ſingulier ſe réduit ſeulement à attacher ſur les rets, avec des charnieres, les planches qui doivent compoſer les aubes, afin qu'elles puiſſent ſe préſenter en face, comme D, quand elles ſont au bas de la roue pour recevoir le choc de l'eau, & qu'au contraire elles ne ſe préſentent que de profil, comme A, lorſqu'elles ſont vers le ſommet, parce qu'alors l'eau ayant incomparablement plus de priſe en bas qu'en haut, la roue ſera contrainte de tourner, au lieu que ſi les planches étoient arrêtées à demeure, comme de coutume, le choc ſe trouvant égal en bas & en haut, la roue reſteroit immobile.

On voit qu'auſſi-tôt que les planches D ſont parvenues vers M, elles commencent à flotter, comme en E & plus encore en F, & que ce n'eſt qu'en A qu'elles ſe trouvent dans une ſituation horizontale; qu'enſuite étant parvenues en B, elles ſont prêtes à ſe coucher ſur leur appui, & c'eſt à quoi le courant les contraindra lorſqu'elles ſeront deſcendues au-deſſous de l'axe de la roue, ce qui arrivera toujours de même à quelque hauteur que ſoit le niveau GH de l'eau, au-deſſus ou au-deſſous de l'axe IK, pourvu que lorſqu'il ſera au plus bas LM, l'aube verticale PQ ſoit entiérement plongée. J'ai été appellé à la premiere épreuve que l'on a fait d'une pareille roue à Paris, qui a réuſſi avec tout le ſuccès qu'on pouvoit deſirer.

674. Il ne paroît pas que dans la conſtruction des roues de moulins on ait ſuivi juſqu'ici aucune regle pour déterminer le nombre des aubes qu'il convenoit d'y appliquer, eu égard à leur hauteur, & relativement à la grandeur du diametre qu'il faudra donner à la roue; cependant il importe qu'elles ſoient diſtribuées à propos, ſans en employer plus qu'il ne faut, comme on le fait toujours, ce qui les empêche de recevoir toute la force du courant, parce que ſe couvrant les unes ſur les autres, elles n'en ſont choquées qu'imparfaitement.

Regle pour déterminer le nombre d'aubes qu'il faut donner aux roues ſelon la grandeur de leur diametre.

Si l'on ſuppoſe la circonférence d'une roue diviſée en un nombre de parties égales par autant de rayons, à chacun deſquels on ait attaché une aube, comme LE & CB, la premiere oblique au courant, & la ſeconde perpendiculaire : il eſt certain que ſi la premiere trempe dans l'eau tandis que la ſeconde eſt encore dans la verticale, tirant du point E la perpendiculaire ED, ſur le rayon AB, que ſi la ligne HI repréſente la ſurface du courant, la partie EF couvrira l'aube CB ſur toute la hauteur CD, qui ne ſera point choquée, puiſqu'elle ne peut l'être que ſur la hauteur BD. Il eſt vrai que cette diminution ſemble être réparée par l'impulſion que

PLAN. 7. FIG. 5.

recevra la partie FE ; mais comme elle eſt oblique au courant, elle ſera moindre que celle que recevroit CD, ou FG, dans la rai-
FIG. 6. ſon réciproque de FG à FE (583), ou de AD à AE, c'eſt-à-dire, du ſinus de l'angle AED, complément de l'angle EAD, au ſinus total. Il faut donc, pour bien faire, que la baſe E de l'aube LE ne faſſe que rencontrer la ſurface du courant HI, au moment que l'aube CB ceſſe d'être verticale ; alors la hauteur CB de chaque aube pourra être exprimée par le ſinus verſe de l'angle EAB que doivent former entr'eux les rayons de la roue.

Préſentement il ſera aiſé, lorſqu'on connoîtra le rayon d'une roue & la hauteur qu'on voudra donner aux aubes, de déterminer le nombre des mêmes aubes ; ou bien le nombre des aubes étant donné, avec leur largeur, de trouver le diametre de la roue ; ou encore le diametre de la roue étant donné & le nombre des aubes, de trouver leur hauteur, puiſque ces trois cas ſe réduiſent à des ſimples calculs de Trigonométrie : cependant, pour plus de commodité, voici une petite Table qu'a donné M. *Pitot*, qui eſt le premier que je ſçache qui ait traité ce ſujet exactement.

Nombre des Aubes.																
4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
Largeur des Aubes.																
1000.	691.	500.	377.	293.	234.	191.	159.	134.	114.	99.	86.	76.	67.	60.	54.	49.

675. Pour faire uſage de cette Table, il faut être prévenu qu'elle a été calculée pour un rayon diviſé en 1000 parties égales, & que les chiffres qui ſont dans la ſeconde ligne, comprennent le nombre des parties du rayon qu'il faudra donner à la hauteur des aubes. Voulant ſçavoir combien il en faudra employer de 2 pieds de hauteur à une roue qui auroit 10 pieds de rayon, il faut faire cette regle de proportion : Si 10 pieds, rayon de la roue propoſée, donnent mille pour le rayon de la Table, combien donneront 2 pieds, hauteur des aubes propoſées, pour le nombre des parties des aubes de la même Table ; on trouvera 200 pour le terme que l'on demande ; on cherchera le nombre le plus approchant dans la ſeconde ligne de la Table ; on trouvera 191, & le nombre 10 qui répond au-deſſus marquera la quantité d'aubes qu'il faut donner à la roue.

Si l'on vouloit réſoudre la même queſtion ſans le ſecours de la

Table, considérez qu'ayant le rayon AB de la roue, & la hauteur CB des aubes, on connoîtra dans le triangle rectangle AEC les côtés AE & AC; par conséquent la valeur de l'angle EAC formé par deux rayons. Si l'on divise 360 par le nombre de degrés que comprendra cet angle, il viendra au quotient le nombre des aubes qu'il faudra donner à la roue; les autres questions que l'on peut faire sur ce sujet sont si aisées à résoudre, que je ne crois pas devoir m'y arrêter. PLAN. 7. FIG. 6.

Je ne dis rien ici de la largeur qu'on peut donner aux aubes en général, parce qu'elle est arbitraire, & qu'elle dépend de la force que l'on veut emprunter du courant, puisque cette force sera toujours proportionnée à la superficie des aubes: quant à leur hauteur, il n'en est pas de même, étant le plus souvent assujettie à la profondeur de l'eau où elles doivent tremper. Je ne dis rien non plus de la grandeur du rayon de la roue; elle dépend du bras de levier dont on a besoin, ou de la situation de la machine au-dessus du niveau de l'eau.

676. Les aubes formant à chaque instant des angles différens avec la verticale, l'impulsion qu'elles reçoivent du courant varie continuellement; & comme la situation verticale est la plus avantageuse de toutes, il y en a aussi une autre qui répond à la plus désavantageuse, laquelle se rencontre lorsqu'une aube est entiérement couverte par celle qui la suit immédiatement; ce qui arrive toutes les fois que l'angle BAL que forment leurs rayons est divisé en deux également par la verticale AG, parce que l'eau ne frappe que la premiere CB obliquement, & ne s'étend que sur la partie DB, y en ayant toujours une autre DC hors de l'eau; ainsi on pourra comparer la plus grande impression avec la moindre, en supposant l'aube verticale FG, & en abaissant la perpendiculaire BE pour avoir le triangle rectangle BED, afin de faire le même raisonnement que dans l'article 674. PLAN. 7. FIG. 7.

677. Ayant promis sur la fin du Chapitre onzieme du quatrieme Livre de la *Science des Ingénieurs*, la description de quelques moulins à bras & à cheval, pour entretenir de farine, en tems de siege, la garnison d'une forteresse: voici l'occasion de satisfaire à mes engagemens. *Description d'un moulin à bras.* PLAN. 9.

La premiere figure représente le profil d'un moulin à bras; deux hommes le font aller avec assez d'aisance avec des especes de béquilles attachées à la manivelle B, qui a 2 pieds de coude: cette manivelle donne le mouvement à la lanterne C, qui a 15 pouces de diametre & 15 fuseaux qui s'engrainent dans la roue D de 18 pouces de diametre & de 16 dents: cette roue fait tourner la lan-

terne E de 7 pouces de diametre, composée de 6 fuseaux. Suivant la disposition de ces pieces, chaque tour de manivelle en fait faire 2 $\frac{1}{2}$ à la meule, laquelle a 3 pieds de diametre sur 5 pouces d'épaisseur, & peut se hausser & se baisser avec le palier G; l'essieu de la lanterne est accompagné d'une volée H, composée de deux regles chacune de 6 pieds de longueur, mises en croix & chargées aux extrémités de tables de plomb pour rendre le mouvement plus uniforme.

Autre moulin à bras.

Fig. 3.

678. Comme dans les machines qui concourent à la même fin, on doit préférer les plus simples à celles qui le sont le moins : voici un autre moulin dans le goût du précédent, dont la troisieme figure représente le profil. Ce moulin, comme on le verra par la suite, peut être mis en mouvement par deux hommes appliqués à une manivelle de 12 pouces de coude, laquelle répond à un rouet de 12 pouces de rayon accompagné de 12 dents; ainsi l'on peut regarder la puissance comme si elle agissoit immédiatement sur les fuseaux de la lanterne, laquelle a 6 pouces de rayon & 6 fuseaux, par conséquent la meule fera deux tours, contre la manivelle un. Pour entretenir l'uniformité du mouvement, on a accompagné l'essieu de cette lanterne d'une volée semblable à celle du moulin précédent, & on en a aussi ajouté une autre à la manivelle.

Le diametre de la meule est de 3 pieds 6 pouces, & son épaisseur à sa circonférence est de 6 pouces 6 lignes, & seulement de 5 pouces 9 lignes au centre, parce que son creux est de 9 lignes de profondeur; ainsi son épaisseur réduite est de 6 pouces, & sa solidité de 8316, d'où il faut retrancher le vuide formé par l'œil, lequel ayant 5 pouces de diametre, se trouve d'environ 170 pouces cubes; par conséquent la solidité de la meule ne sera que de 8146, dont on aura le poids, en disant: Si 1728 pouces cubes donnent 110 liv. pour la pesanteur d'un pied cube de la pierre dont on fait les meules, combien donneront 8146? On trouvera 518 livres pour le poids de la meule, à quoi il faut ajouter celui de la lanterne, de son essieu & de la volée qui l'accompagnent, que j'estime ensemble de 182 livres: on aura donc 700 livres pour la charge du palier.

Calcul d'un moulin à bras, y compris celui des frottemene.

679. Selon l'article 655 la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule est la trente-cinquieme partie de la charge du palier; ainsi divisant 700 par 35, il vient 20 pour cette résistance que je multiplie par son bras de levier, c'est-à-dire, par 14 pouces, rayon moyen de la meule, & divisant le produit par 6 pouces, rayon de la lanterne, le quotient donne 46 liv. $\frac{2}{3}$ pour la puissance appliquée à la manivelle, & uniquement employée à moudre le bled.

Il reſte à chercher de combien il faudra augmenter cette puiſſance pour la rendre capable de ſurmonter le frottement ; nous commencerons par celui du pivot de la lanterne dont nous ſuppoſerons le diametre de 4 lignes à ſon extrémité, ſon rayon moyen, ou le bras de levier du frottement, ſera d'une ligne & un tiers qu'il faut multiplier par le tiers de la charge du palier, (240) & le produit par $\frac{19}{18}$, à cauſe du frottement du rouet & de la lanterne, (290) & diviſer ce ſecond produit par le rayon de la lanterne ; il viendra 4 liv. $\frac{1}{2}$ pour la puiſſance appliquée à l'extrémité du même rayon.

Le poids équivalent à la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule étant de 20 livres, le frottement que ce poids cauſera à la rencontre du rouet & de la lanterne en ſera la dix-huitieme partie, c'eſt-à-dire, $\frac{20}{18}$, ou $\frac{10}{9}$, qui étant multipliés par le rayon moyen de la meule, & le produit diviſé par celui de la lanterne, il vient 2 liv. $\frac{4}{7}$, qui étant ajoutés à 4 liv. $\frac{1}{2}$, donnent à-peu-près 7 liv. pour la ſomme des deux frottemens ; par conſéquent la puiſſance appliquée à la manivelle doit être de 53 livres $\frac{2}{3}$, ou de 54 liv. pour ſurmonter les trois réſiſtances dont nous venons de faire mention.

Pour le frottement de la manivelle, il faut ſe rappeller qu'il doit être exprimé dans le cas où il eſt le plus grand, c'eſt-à-dire, lorſque la direction de la puiſſance & du poids ſont paralleles ; (248) ce qui arrive quand la manivelle ſe trouve dans la ſituation où elle eſt repréſentée dans la figure ; alors le point d'appui ſe rencontre à l'extrémité du diametre horizontal de la manivelle, & ſe trouve preſſé ſelon la même direction par le poids & la puiſſance, c'eſt-à-dire, par 108 livres, parce que le poids, qui ſe réduit à la difficulté que les dents du rouet ont à faire tourner la lanterne, a la même vîteſſe que la puiſſance ; mais comme la peſanteur de la manivelle, celle du rouet & de la volée, que nous ſuppoſons enſemble de 200 liv. preſſe les deux appuis ſelon une direction verticale ; il réſulte une preſſion compoſée des deux précédentes, qui ſera par conſéquent exprimée par la diagonale d'un rectangle (72) dont l'un des côtés ſeroit de 108 parties & l'autre de 200 ; cette diagonale ſe trouvant de 226 parties, il en faut prendre la moitié pour le frottement, (250) qui ſera par conſéquent de 113 liv. qui étant multipliés par le rayon de la manivelle, (108) que je ſuppoſe de 8 lignes, & le produit diviſé par la longueur de ſon coude, il vient 3 liv. $\frac{1}{2}$, qui étant ajoutés avec 54 livres, on aura 57 livres pour la puiſſance qui moud le bled & qui ſurmonte tous les frottemens.

680. La force d'un homme ordinaire, appliquée à une manivelle, étant de 27 à 28 livres, (120) on voit que deux hommes pourront

faire agir ce moulin ſans difficulté, & faire faire à la manivelle 30 tours par minute, qui eſt une vîteſſe modérée, en ne les faiſant travailler que pendant une heure ſans interruption; ayant remarqué pluſieurs fois à la conſtruction des écluſes du *canal de Picardie*, & ailleurs, que les manœuvres qui épuiſoient l'eau avec des chapelets, ne faiſoient pas moins de 55 tours de manivelle par minute, encore la manivelle avoit-elle 16 pouces de coude, & qu'ils agiſſoient chacun avec une force de 35 liv. $\frac{1}{2}$, ſelon le calcul que j'en ai fait. Il eſt vrai que ce travail eſt un peu forcé, auſſi n'ai-je pas voulu me régler là-deſſus, pour ne compter que ſur ce qui ſe pratique communément; je ne détermine point le tems qu'on donnera pour le repos de ceux qu'on relevera du travail, ce qui dépend du monde dont on peut diſpoſer : au reſte, quand il s'agit de la ſubſiſtance d'une garniſon aſſiégée, les hommes ne manquent pas pour une ſemblable beſogne.

681. Pour ſçavoir la quantité de farine que ce moulin pourra moudre en 24 heures, il faut ſe rappeller que les produits de deux meules différentes ſont dans la raiſon compoſée de leur peſanteur abſolue, & de leur vîteſſe par minute, (638) & que chacune de ces vîteſſes doit être exprimée par le produit du rayon moyen, multiplié par le nombre de tours que chaque meule fait dans le même tems. Sur quoi nous ſçavons qu'une meule du poids de 4348 livres, dont le rayon moyen eſt de 24 pouces, & qui fait environ 53 tours par minute, moud 120 ſeptiers de bled en 24 heures. (656) On pourra donc faire cette proportion 4348 liv. × 24 pouces × 53 tours, 120 ſeptiers : : 700 liv. × 14 pouces × 60 tours, à un quatrieme terme, qu'on trouvera de 12 ſeptiers & environ $\frac{2}{3}$ pour la quantité de farine que le moulin pourra moudre en 24 heures, ce qui revient à un demi ſeptier de bled par heure, le ſeptier dont je parle peſant 75 liv. comme j'ai dit ailleurs.

C'eſt ainſi que dans les machines de même eſpece, lorſqu'on eſt parvenu à en bien développer une, on en tire de juſtes conſéquences pour les autres; & ce qui me ſatisfait le plus eſt de voir que toute la théorie ſur laquelle j'ai fondé les calculs précédens, ſe trouve conforme à l'expérience.

PLAN. 10. FIG. 1. 682. La premiere figure de la planche dixieme exprime une autre maniere de faire agir une petite meule, en donnant le mouvement aux manivelles G d'une façon fort commode. Ce mouvement eſt entretenu par trois volées D, E, F, dont chacune eſt croiſée par une ſeconde volée qu'on ne peut voir dans le deſſein, lequel eſt aſſez intelligible, ſans qu'il ſoit beſoin que je m'y arrête davantage.

683. La troisieme & la quatrieme figure de la planche septieme, représentent le plan & le profil d'un autre moulin à bras qui est de la derniere simplicité, n'ayant d'autre frottement que celui de deux pivots : il est composé de deux roues AB & CD, posées horizontalement, ayant chacune un canal à leur circonférence comme aux poulies ; la premiere est de 4 pieds de diametre, & l'autre de deux : ces roues sont embrassées par une corde sans fin, ainsi la premiere ne peut tourner que la seconde ne tourne aussi.

Description d'un moulin à bras, plus simple encore que le précédent.

PLAN. 7. FIG. 3 & 4.

L'essieu F de la roue CD est commun à une autre roue GH de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de diametre, & de 5 à 6 pouces d'épaisseur, laquelle sert de volée pour rendre uniforme le mouvement de la meule : quant à l'essieu de la roue AB, on voit qu'il est coudé à la hauteur de 4 pieds pour former une manivelle K, & qu'il est aussi accompagné d'une double volée E, E : deux hommes font tourner la manivelle en se servant de bequilles, comme je l'ai dit dans l'article 677, ou de deux potences tournantes LM, dont il est aisé de s'imaginer l'effet.

Comme la meule fera deux tours contre la manivelle un, si l'on suppose à cette meule les mêmes dimensions qu'au moulin précédent, elle pourra moudre, comme l'autre, un demi-septier de bled par heure, avec une puissance de 50 liv. tout au plus.

684. La seconde figure de la planche 10, comprend le dessein d'un moulin à cheval composé d'un grand rouet A, que l'on suppose accompagné de 100 dents qui s'engrainent avec la lanterne B de 20 fuseaux, dont l'essieu répond à un autre rouet C de 48 dents qui s'engrainent avec la lanterne D qui a 6 fuseaux. Selon cette disposition le cheval attelé au palonneau H faisant un tour, la meule en fera 40 : cependant, pour éviter les engrainemens inutiles, voici un autre moulin représenté par la figure 6 de la planche 9, lequel est beaucoup plus simple, & par conséquent préférable à celui de la planche 10.

Maniere de déterminer les dimensions d'un moulin mis en mouvement par un cheval.

PLAN. 10. FIG. 2.

685. Pour montrer de quelle maniere on doit s'y prendre lorsqu'on veut faire le projet d'une machine, nous allons déterminer les parties du moulin dont il est question, en nous servant des regles tirées de l'expérience & du raisonnement, ce qui pourra servir d'exemple pour se conduire dans tout autre cas que celui-ci.

Mon premier objet est de faire ensorte que la machine soit la plus simple qu'il est possible ; cependant je ne puis me dispenser d'employer un rouet & une lanterne pour donner à la meule une vîtesse qui lui fasse faire au moins 40 tours par minute ; ensuite je vois qu'il faut proportionner la résistance qu'on aura à surmonter

PLAN. 9. FIG. 6.

à la force moyenne d'un cheval, eſtimée de 180 liv. (123) lorſqu'il agit ſelon une direction horizontale, & qu'il fait une petite lieue par heure, ou deux mille toiſes (124).

Je donne 8 pieds au rayon du rouet, & j'accompagne ſa circonférence de 112 dents, leſquels s'engrainant avec une lanterne de 7 fuſeaux, la meule fera 16 tours contre un que fera le rouet; & comme il doit y avoir même raiſon du nombre des dents à celui des fuſeaux, que du rayon du rouet à celui de la lanterne, le rayon de la lanterne doit être de 6 pouces.

Quant au bras de levier à l'extrémité duquel doit être attelé le cheval, je conſidere que ſi je le fais trop long, l'animal ayant une grande circonférence à décrire, ne fera qu'un petit nombre de tours par minute, & qu'il faudra un bâtiment d'une largeur conſidérable pour loger le moulin. Ainſi, ſans avoir égard à l'avantage que la puiſſance peut tirer d'un plus grand bras de levier, je le détermine de 12 pieds, ne pouvant guere lui en donner moins, autrement le cheval ne tourneroit pas commodément; il décrira donc à chaque tour une circonférence de 12 toiſes $\frac{4}{7}$, & comme il en peut parcourir 2000 par heure, il fera 160 tours dans le même tems, qui étant multipliés par 16, on a 2560 pour le nombre de tours que fera la meule en une heure, ce qui revient à 42 par minute.

Il s'agit préſentement de connoître les dimenſions de la meule, & comme on a la liberté de lui donner tel diametre que l'on veut, nous le déterminerons de 5 pieds, afin d'avoir le rayon moyen, ou le bras de levier qui doit répondre à la puiſſance réſiſtante; il ne reſte donc plus qu'à trouver ſon épaiſſeur, qui n'eſt point arbitraire, dépendant de la puiſſance motrice.

La meule devant tourner ſur un pivot, on ſçait que ce n'eſt pas ſon poids que la puiſſance motrice doit ſurmonter, mais ſeulement la trente-cinquieme partie, qui eſt égale à la réſiſtance que le bled oppoſe à ſon mouvement. (655) Ainſi nommant x, la peſanteur de la meule jointe à celle des autres parties qui repoſent ſur le palier, on aura $\frac{x}{35}$, qu'on ne peut connoître que par l'analyſe: c'eſt pourquoi voici le nom & la valeur des grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

$a =$ 12 pieds, bras du levier du moteur.
$b =$ 8 pieds, rayon du rouet.
$c =$ 6 pouces, rayon de la lanterne.
$d =$ 20 pouces, rayon moyen de la meule.
$f =$ 9 lignes, rayon du pivot du rouet.
$g =$ 2 lignes, rayon moyen du pivot de la lanterne.

$p =$

$p =$ 180 livres, force de la puiſſance motrice.

$q =$ 1500 livres, poids du rouet & de ſon arbre.

$x =$ le poids de la meule & de la lanterne enſemble.

$\frac{x}{h} = \frac{x}{35} =$ la réſiſtance que le bled oppoſe au mouvement de la meule.

$\frac{m}{n} = \frac{19}{18} =$ le frottement du rouet & de la lanterne.

686. Voulant comprendre, dans le calcul que nous allons faire, le déchet cauſé par les frottemens, nous commencerons par celui du pivot de la lanterne qui ſera ſur la crapaudine $\frac{x}{3}$ qu'il faut multiplier par g ſon rayon moyen, & le produit par $\frac{m}{n}$ à cauſe qu'il y a ici un engrainement, (290) on aura $\frac{mgx}{3n}$. Il faut de même multiplier la réſiſtance du bled, j'entends $\frac{x}{h}$ par d, rayon moyen de la meule, & le produit par $\frac{m}{n}$, on aura $\frac{mdx}{nh}$ qu'il faut ajouter avec $\frac{mgx}{3n}$, & diviſer ces deux termes par c, rayon de la lanterne, il viendra $\frac{mgx}{3nc} + \frac{mdx}{nhc}$ pour la réſiſtance qui répond aux dents du rouet.

Pour avoir auſſi égard au frottement de la ſurface du pivot de l'arbre du rouet, il faut ajouter la puiſſance P aux deux termes précédens, prendre la moitié de la ſomme, (243) multiplier le tout par f rayon du pivot, on aura $\frac{mfgx}{6nc} + \frac{mdx}{2nch} + \frac{fp}{2}$, à quoi il faut ajouter le tiers du poids q, (240) multiplié par $\frac{2f}{3}$, c'eſt-à-dire, $\frac{2fq}{9}$, il vient $\frac{mfgx}{6nc} + \frac{mfdx}{2nch} + \frac{fp}{2} + \frac{2fq}{9}$ pour le frottement horizontal & vertical du pivot dans le cas le plus déſavantageux où ſe trouveroit la puiſſance, (69) enſuite multiplier $\frac{mgx}{3nc} + \frac{mdx}{nhc}$ par b, rayon du rouet, ajouter le produit aux termes précédens; on aura une quantité égale au produit de la puiſſance par ſon bras de levier, c'eſt-à-dire, l'équation ſuivante $\frac{mbgx}{3nc} + \frac{mbdx}{nhc} + \frac{mfgx}{6nc}$

$+ \frac{mfdx}{2nhc} + \frac{fp}{2} + \frac{2qf}{9} = ap$; ou $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{bgx}{3c} + \frac{bdx}{hc} + \frac{fgx}{6c} + \frac{fdx}{2hc}}$ $= ap - \frac{fp}{2} - \frac{2qf}{9}$, d'où dégageant l'inconnue, il vient enfin

$$x = \frac{ap - \frac{fp}{2} - \frac{2qf}{9} = 25602 \text{ livres.}}{\frac{m}{n} \times \frac{bg}{30} + \frac{bd}{ch} + \frac{fg}{6c} + \frac{fd}{2ch} = 10\frac{2}{3}.}$$

Or, si l'on divise 25602 liv. par $10\frac{2}{3}$, le quotient donnera 2400 liv. pour la valeur de x, c'est-à-dire, pour le poids dont la crapaudine de la meule sera chargée, d'où retranchant celui de la lanterne & de son essieu, que je suppose de 200 livres, il restera 2200 livres pour le poids de la meule.

A l'égard de l'épaisseur de cette meule, il faut chercher combien elle contiendra de pouces cubes, en disant : Si 110 liv. (651) donnent 1728, combien 2200, il vient 34560, qu'il faut diviser par la superficie d'un cercle de 5 pieds de diametre, qui est de 2828 pouces quarrés, le quotient donnera 12 pouces 3 lignes pour l'épaisseur que l'on cherche ; & comme le creux de la meule doit être d'environ 10 lignes, il faudra ajouter le tiers de cette profondeur à ce que l'on vient de trouver, on aura 12 pouces 6 lignes pour l'épaisseur réduite.

Maniere de calculer le produit du même moulin.

687. Pour connoître le produit de ce moulin, il faut faire la même proportion que dans l'art. 681, c'est-à-dire, comme 4348 liv. × 24 pouces × 53 tours est à 120 septiers ; ainsi 2400 liv. × 20 pouces × 42 tours est à un quatrieme terme, qu'on trouvera d'environ 44 septiers, qui est la quantité que ce moulin pourra moudre en 24 heures.

Si l'on divise 2400 liv. par 35, on trouvera 68 liv. $\frac{4}{7}$ pour la résistance que le bled oppose au mouvement de la meule, (655) ainsi voulant sçavoir quelle partie de la puissance motrice est employée à moudre le bled, considérez que le rapport du rayon moyen de la meule au rayon de la lanterne est $\frac{10}{3}$, & que celui du rayon du rouet au bras de levier de la puissance est $\frac{2}{3}$; multipliant ces deux rapports l'un par l'autre, & le produit $\frac{20}{9}$ par 68 $\frac{4}{7}$, on aura $152\frac{2}{3}$ pour ce que l'on cherche, qui étant retranché de 180 livres, il en restera $27\frac{1}{3}$ pour la partie de la puissance qui doit surmonter le frottement.

Pour faire agir un moulin comme celui-ci rondement & sans

interruption, j'estime qu'il faut trois chevaux, dont chacun travaillera trois heures de suite alternativement.

On compte ordinairement qu'un cheval, attelé à une machine, tient lieu de sept hommes, (123) lesquels font ensemble à-peu-près le même effet; or si l'on se rappelle que dans l'article 681, nous avons trouvé que deux hommes pouvoient moudre 12 septiers $\frac{2}{3}$ en 24 heures, cherchant, par proportion, ce que pourroient faire sept hommes, on trouvera qu'ils pourront moudre 44 septiers, c'est-à-dire, à-peu-près autant que le cheval qui feroit agir le moulin que nous venons de détailler; car la pesanteur des meules de part & d'autre étant proportionnée à la force des moteurs, il y aura aussi, à-peu-près, la même force dans les frottemens.

Pour estimer le nombre des moulins à bras & à cheval qu'il faudra dans une forteresse, eu égard à la garnison qu'on jugera devoir y être enfermée en tems de siege, il est bon de sçavoir que les Entrepreneurs des vivres ont pour regle qu'un sac de farine pesant 200 livres, suffit pour la subsistance d'un soldat pendant six mois, en lui donnant la ration simple.

Description des greniers à poire, pour conserver le bled, à l'imitation de ceux d'Ardres.

688. Après avoir parlé de plusieurs sortes de moulins, il ne sera pas hors de propos de rapporter une excellente maniere de conserver long-tems le bled. Il y a sous le terre-plein d'un bastion de la ville d'Ardres, petite place forte proche Calais, neufs magasins construits dans un grand soûterrein, destinés à renfermer le grain de la garnison, en cas de siege, appellés communément *les Poires d'Ardres;* c'est sur leur modele que j'ai fait le plan & les profils que l'on voit sur la planche 10.

On peut construire plus ou moins de ces poires, suivant le besoin & la capacité du terrein, & les faire plus grandes ou plus petites que celles-ci. Je me contente d'en rapporter six seulement, ce qui suffira pour en faire connoître la disposition. Il faut creuser en terre à la profondeur de 30 pieds, & établir une premiere voûte pour avoir le soûterrein GG, représenté dans la quatrieme figure, & en même-tems élever les poires, ou cylindres de maçonnerie FF, dont le sommet, terminé en demi-sphere, ira aboutir à une seconde voûte, répondant à un rez-de-chaussée, prenant garde que chaque poire soit isolée, afin que l'air circulant autour, puisse tenir le bled plus sec. On pourroit bien aussi les construire ailleurs que dans des caves, & les placer entre deux planchers; mais il seroit plus difficile de les garantir de la bombe.

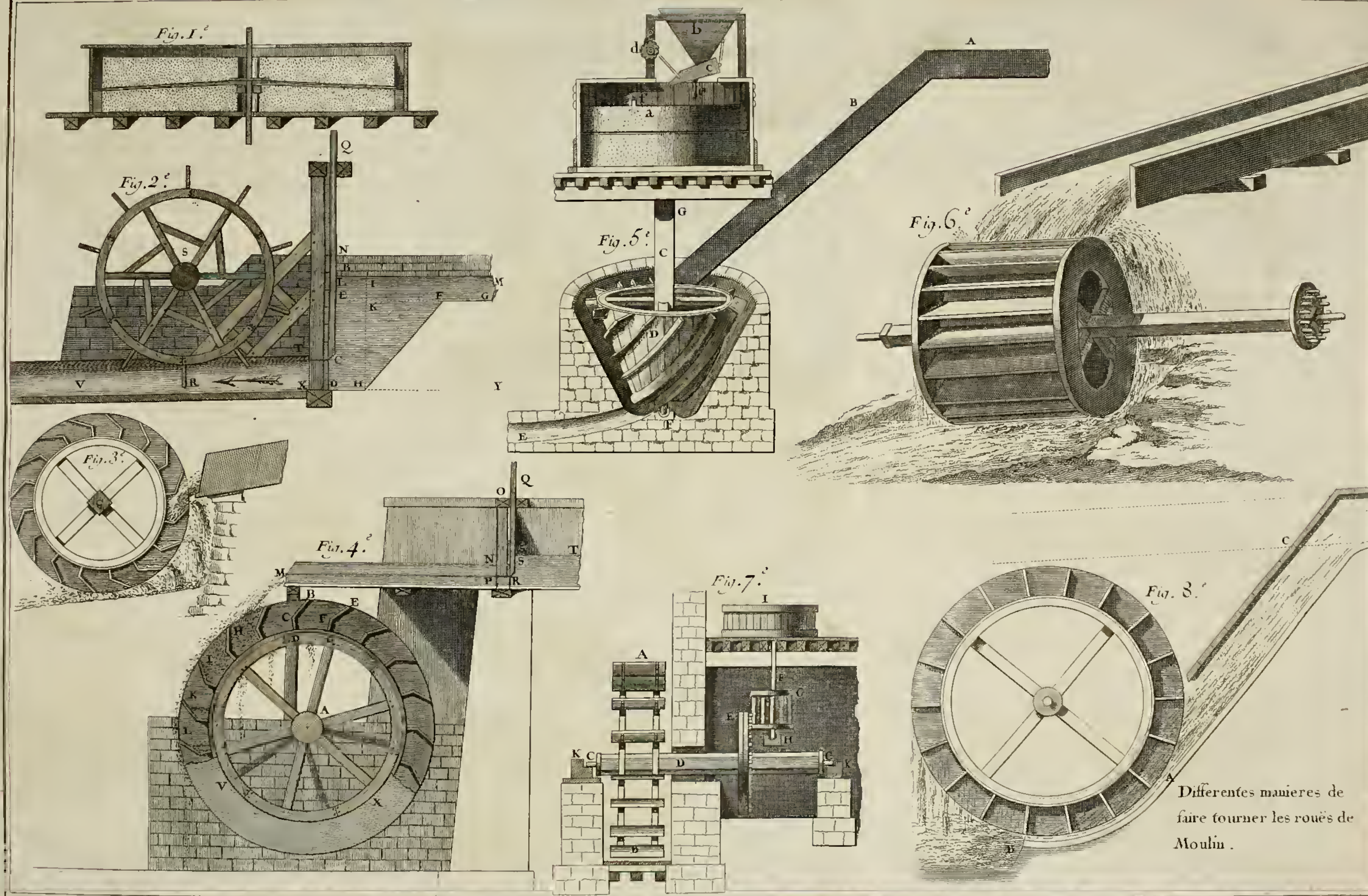
PLAN. 10. FIG. 3, 4 & 5.

On fait à chaque poire deux ouvertures E & G, l'une en-haut

pour l'entrée du bled, & l'autre en bas pour sa sortie; la premiere, qui se ferme par une trape, doit avoir 18 pouces en quarré; la seconde, terminée en forme de tuyau, se ferme avec un clapet à charniere & un cadenas.

Tous ceux qui connoissent ces poires conviennent qu'on n'a jamais rien imaginé de mieux, je crois qu'on pourroit s'en servir avec autant d'avantage pour conserver la poudre à canon; on y en mettroit une bien plus grande quantité dans un même espace qu'aux magasins ordinaires, où il ne peut y avoir, tout au plus, que quatre barils en gerbe, & elle se maintiendroit seche & en bon état fort long-tems. Dans les lieux éminens, comme sont ordinairement les forts & citadelles, on seroit sûr, en prenant les précautions ordinaires, de mettre ces magasins à l'épreuve de la bombe, & de n'avoir rien à craindre de ce côté-là.

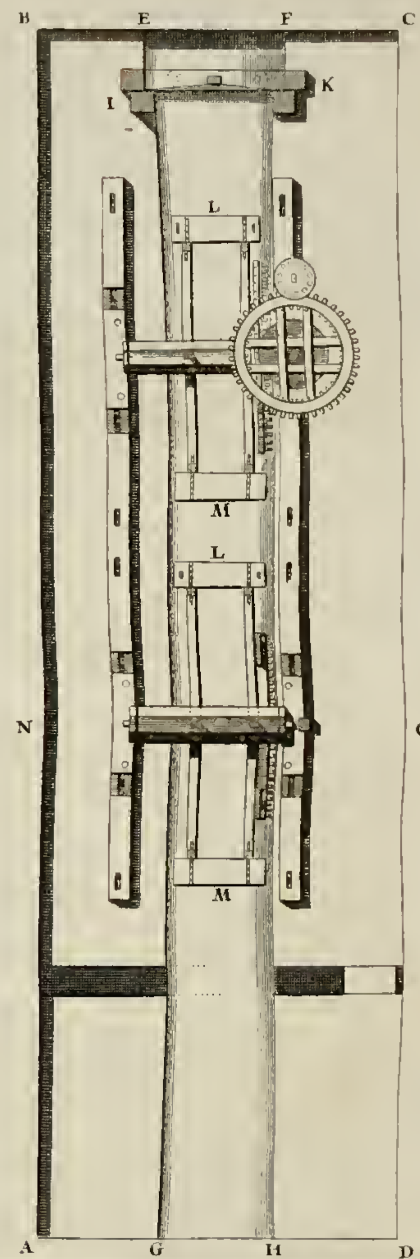




Differentes manieres de faire tourner les rouës de Moulin.

PROFIL Coupé sur la largeur **NO** d'un Moulin pratiqué dans une Tour.

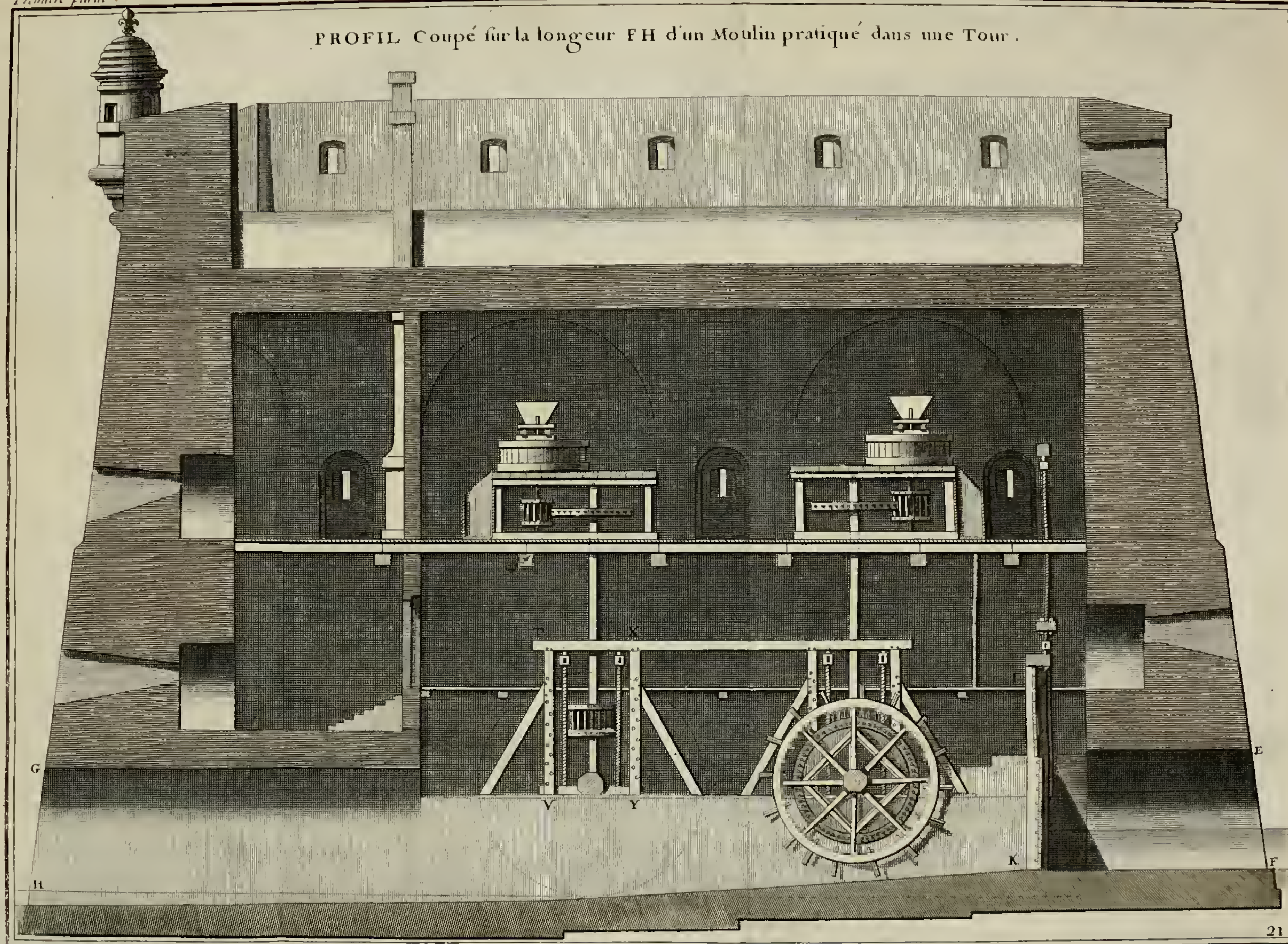
PLAN Interieur du rez de chaussée de la Tour & du Moulin.



Echelle des Figures rélatives a ce Moulin.

2 4 6 Pieds … 8 Toises.

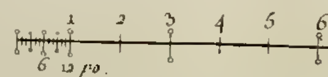
PROFIL Coupé sur la longeur FH d'un Moulin pratiqué dans une Tour .



Dessein d'un moulin, comme on les fait en Provence & en Dauphiné.

Plan d'un bout du Canal.

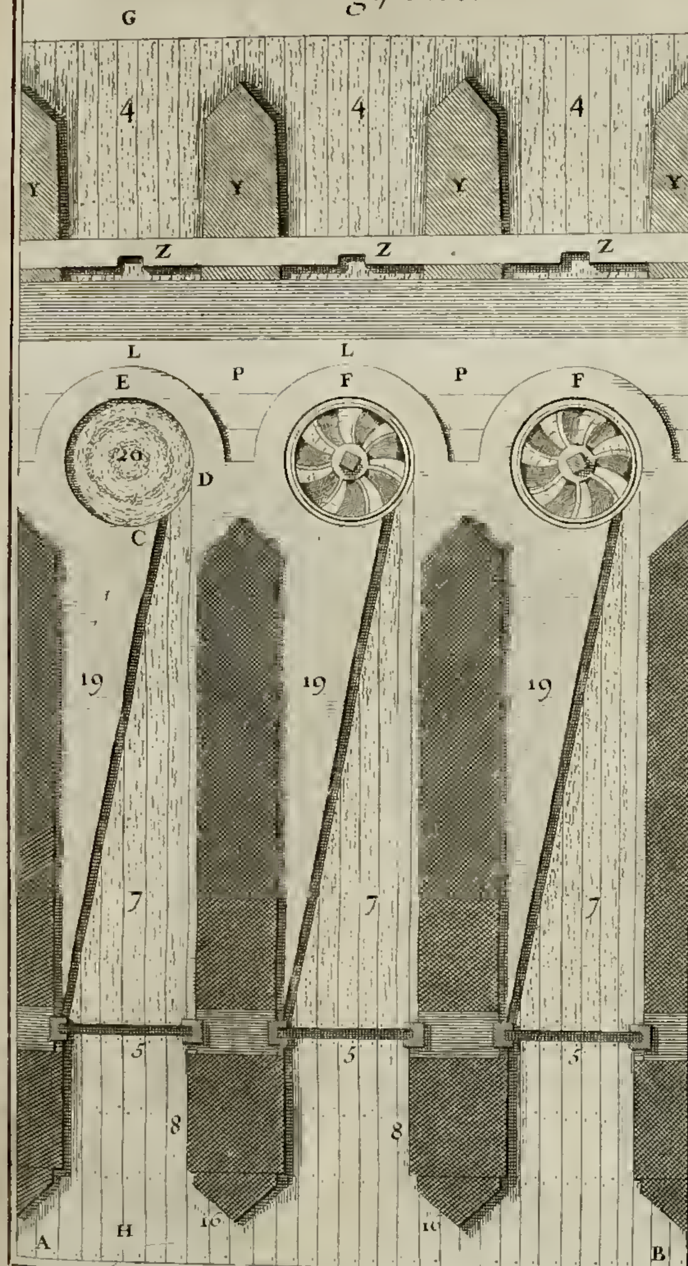
Echelle pour les figures de cette planche.

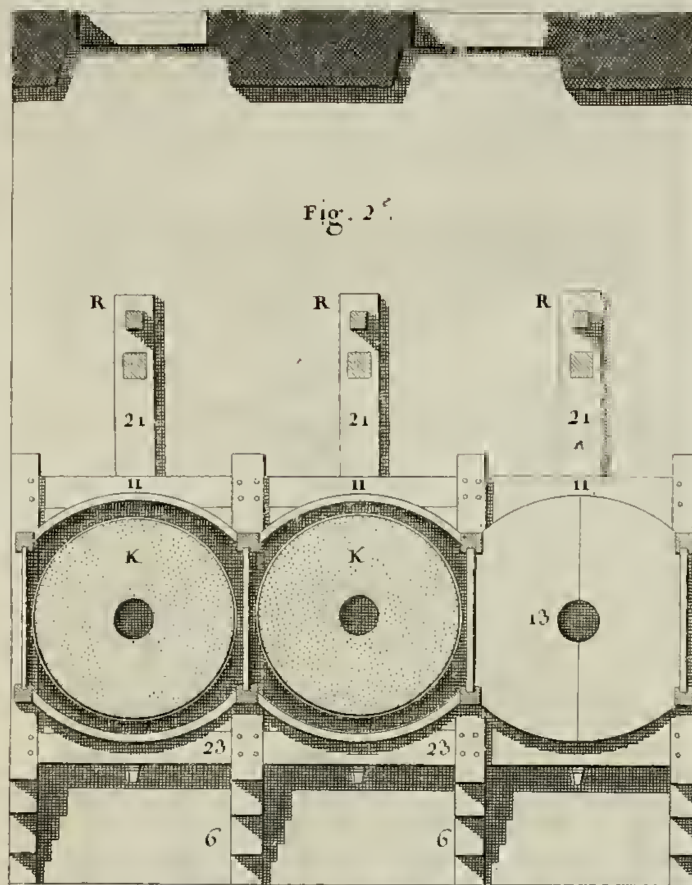




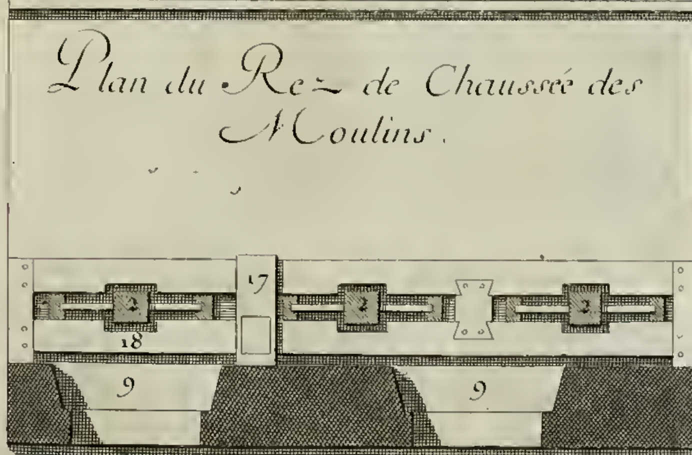
PLAN du radier des Moulins du Basacle .

Fig. premiere.



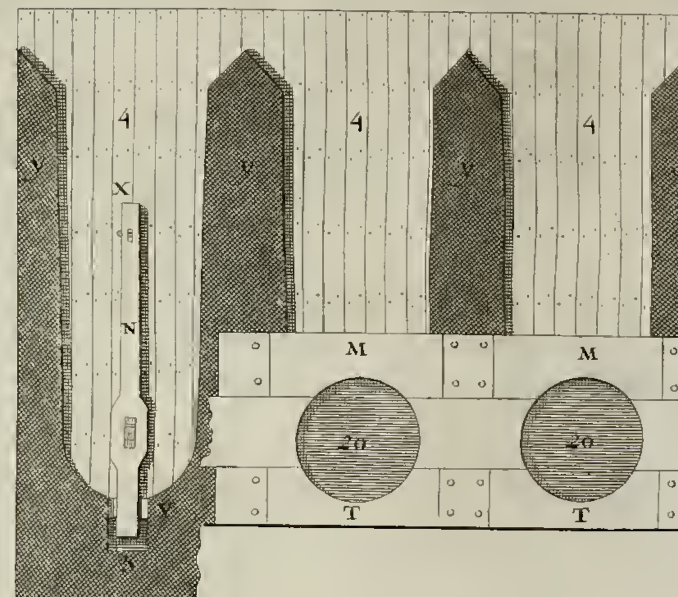


Plan du Rez de Chaussée des Moulins .

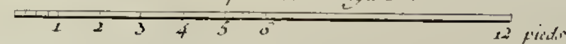


PLAN du radier du côté d'Aval et des cilindres ou Tonneaux vus a la hauteur des Roues .

Fig. 3.e



Echelle de la p.re 2.e et 3.e Figure .



Plan de la Roue que l'on nomme aussi rodet.

Elévation de la Roue .

Fig. 4.e

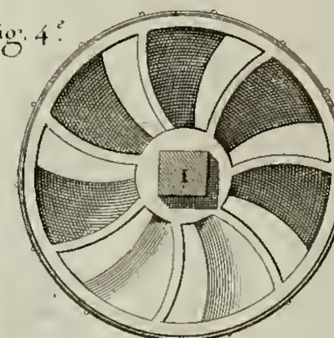
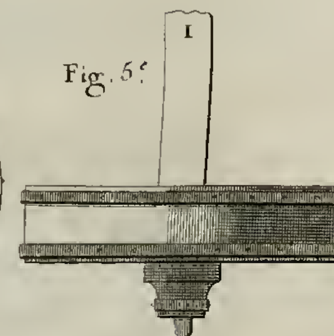
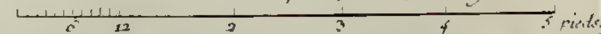


Fig. 5.e



Echelle de 5. pieds pour la 4 et 5.e Figure .



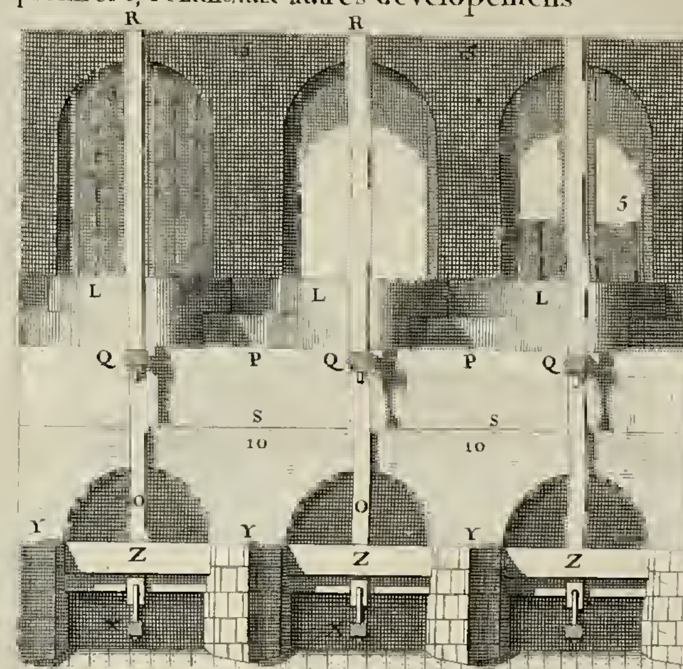
PROFIL Coupé sur la ligne GH. qui fait voir la disposition de toutes les parties qui ont raport aux plans & élévations des Moulins du Basacle.

Fig. 6ᵉ

Echelle pour toutes les Fig. de cette planche.

1 2 3 4 5 6 12 Pieds.

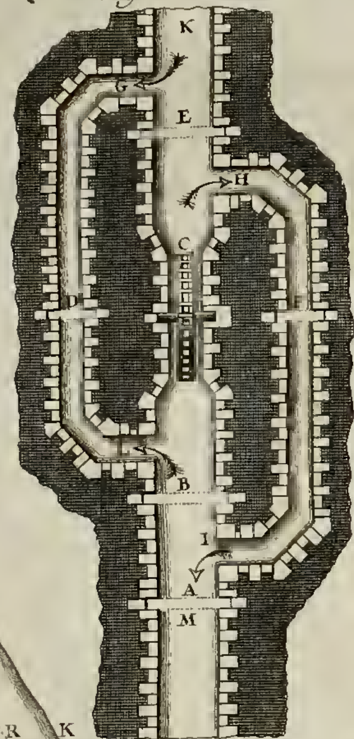
PROFIL & Elevation pris sur la ligne QR. de la figure premiere, rélatifs aux aûtres dévélopemens

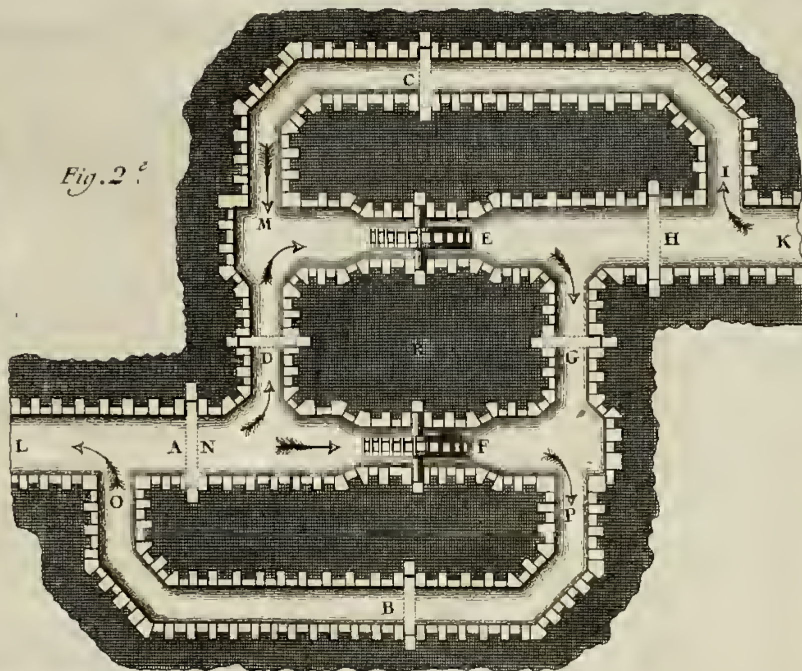


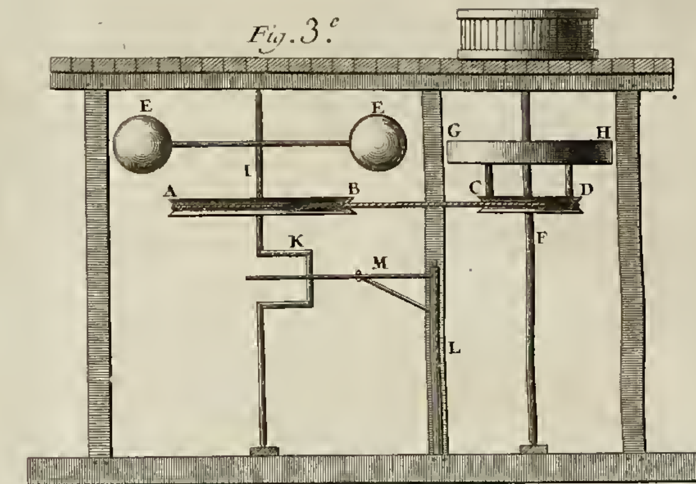
Elevation prise sur la ligne AB. *de la 1ʳᵉ Fig.*

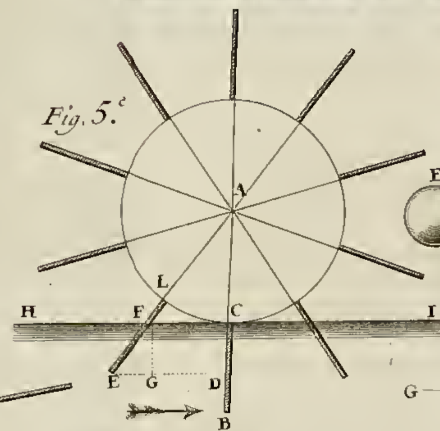


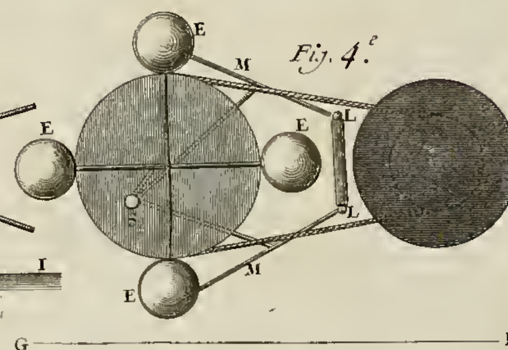
Moulin qu'on fait aller par le flux & reflux de la mer.

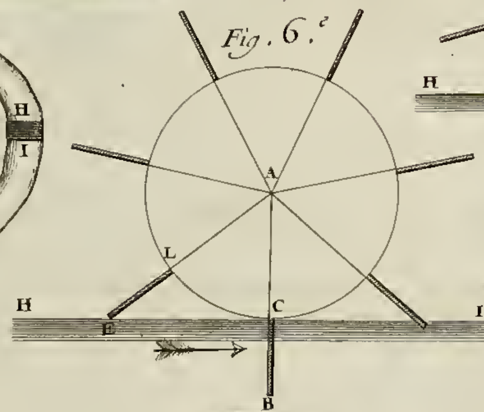


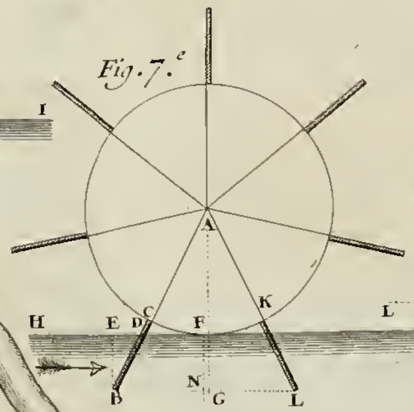


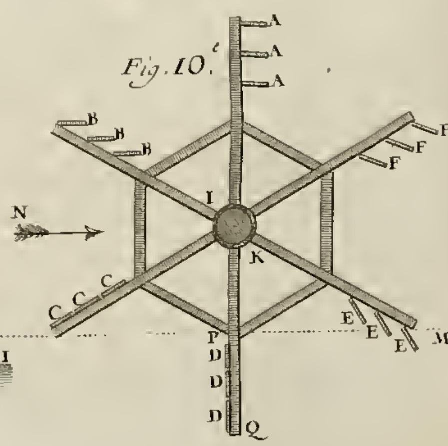




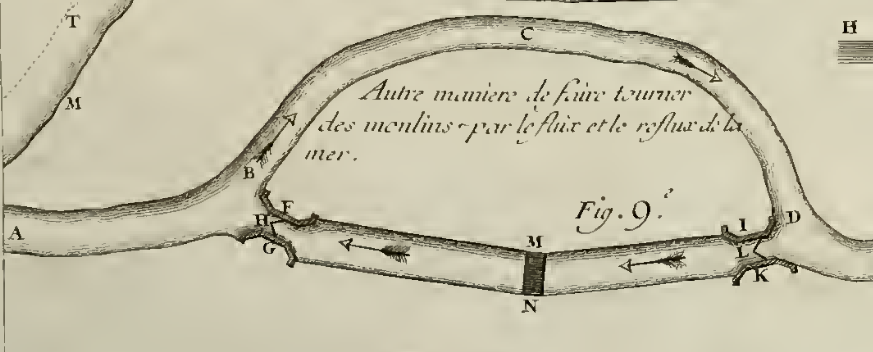


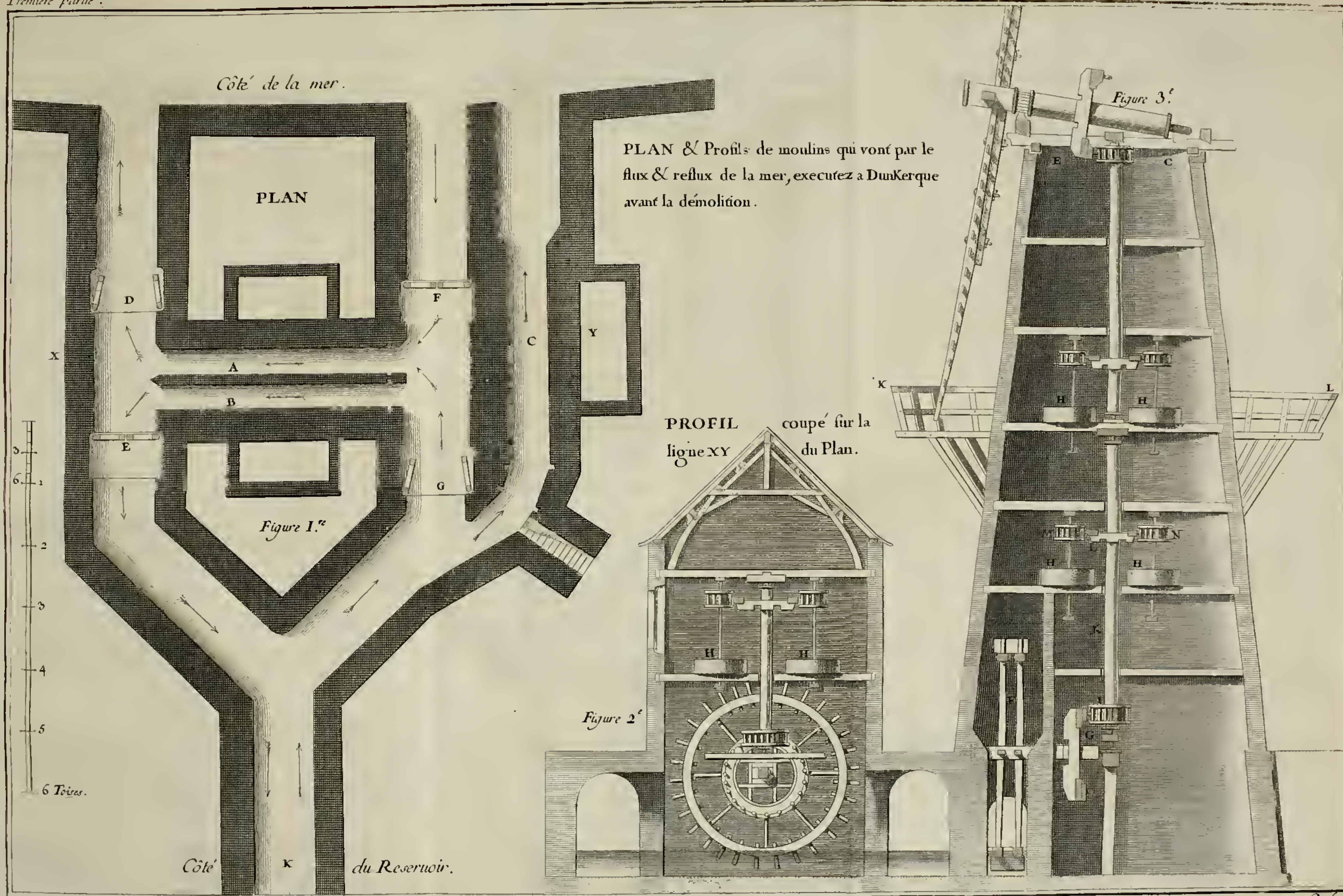











Côté de la mer.
PLAN
PLAN & Profils de moulins qui vont par le flux & reflux de la mer, executez a Dunkerque avant la démolition.
Figure 3.e
D
F
X
A
B
C
Y
E
G
Figure 1.re
PROFIL coupé sur la ligne XY du Plan.
Figure 2.e
H
K
L
6 Toises.
Côté du Reservoir.

Desseins de deux moulins a bras.

Fig. 1.ere

Fig. 2.e

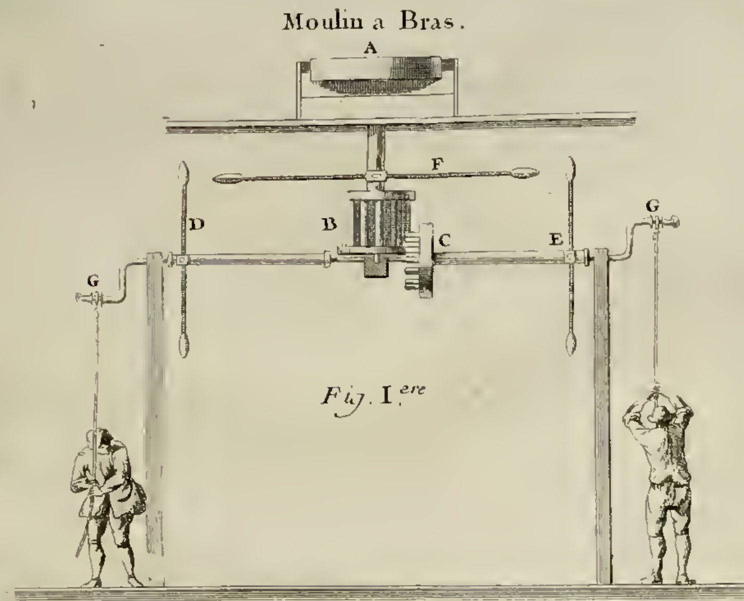
Fig. 3.e

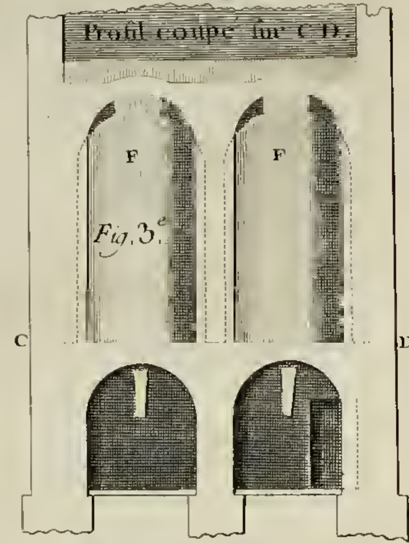
Fig. 4.e

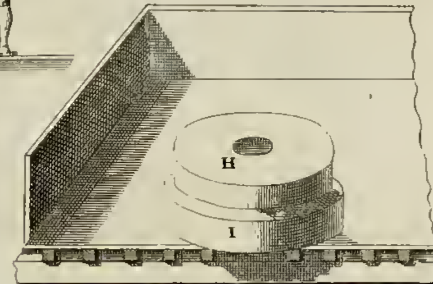
Fig. 5.e

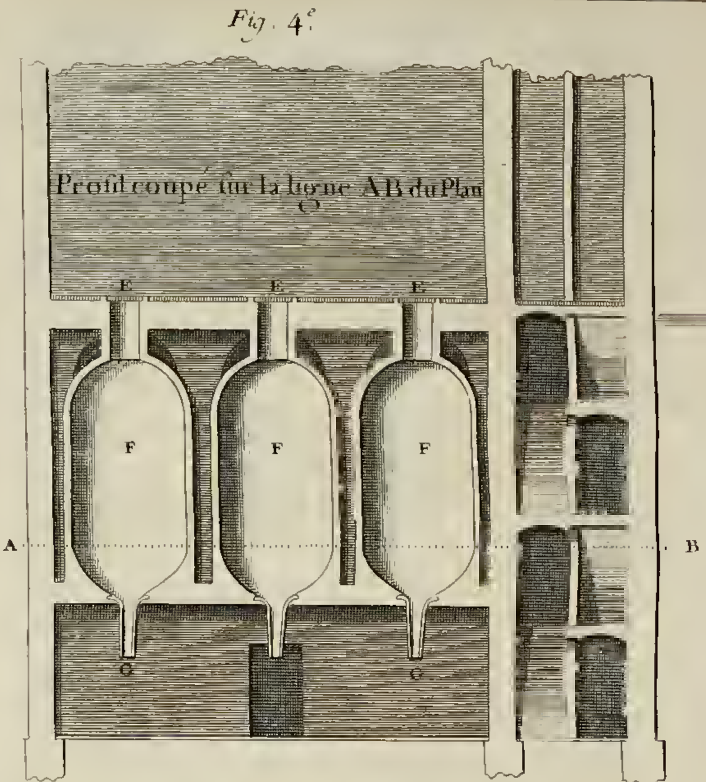
Fig. 6.e

Moulin a Cheval.

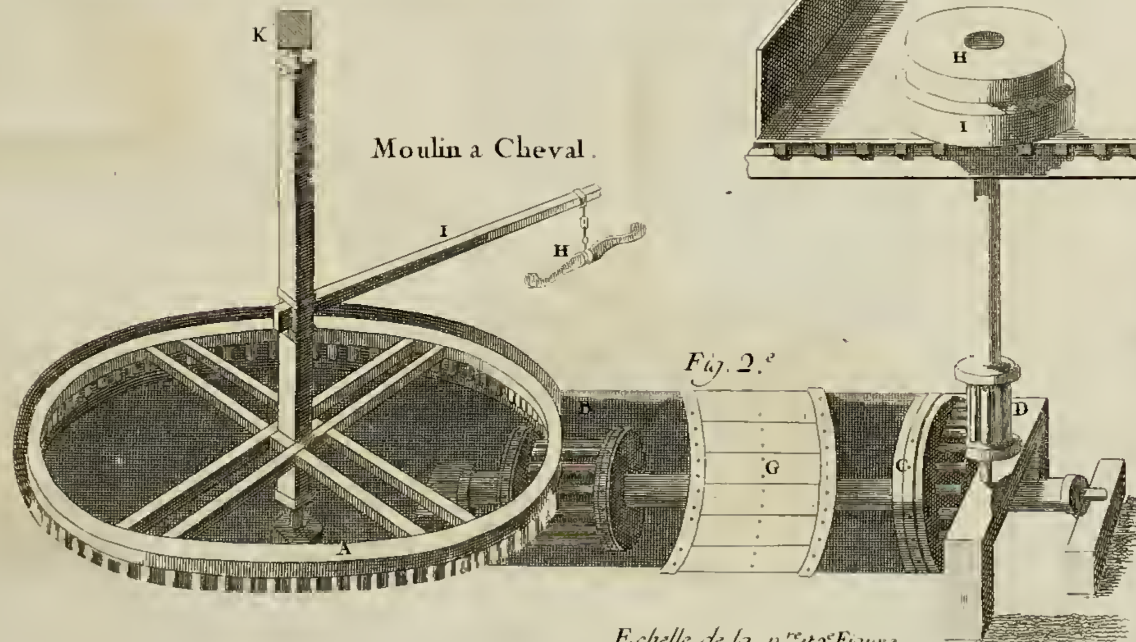






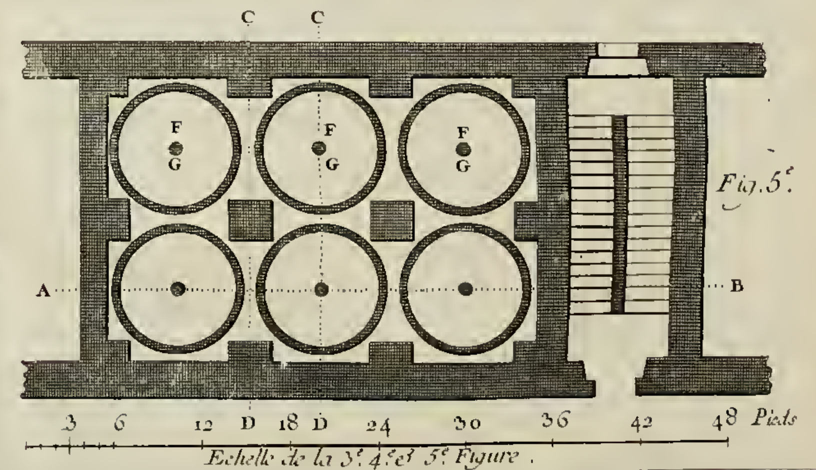


PLAN & profil d'un magasin a poire pour conserver le Bled.



Echelle de la p.re et 2.e Figure.

3 6 12 18 *Pieds.*



3 6 12 D 18 D 24 30 36 42 48 *Pieds*

Echelle de la 3.e 4.e et 5.e Figure.

CHAPITRE II.

Des Moulins à ſcier le bois, le marbre, & à percer des tuyaux.

JE crois qu'il n'eſt pas néceſſaire de faire ſentir les avantages d'un moulin à ſcier dans les endroits où l'on fait de grands travaux, comme aux Arſenaux de Marine & de l'Artillerie, auſſi-bien que dans les autres lieux où l'on débite une grande quantité de bois qu'on ne pourroit faire ſcier à force de bras qu'avec beaucoup de dépenſe, au lieu que le moulin une fois conſtruit, ſon entretien eſt un petit objet & d'une bien plus prompte exécution, pouvant faire travailler trois ou quatre ſcies à la fois, pourvu que l'on ait aſſez d'eau pour donner à la roue un certain degré de vîteſſe.

Ce ſont ces conſidérations qui ont engagé la Cour d'en faire conſtruire un à la Fere, en 1736, à l'uſage de l'Arſenal; comme j'ai été chargé du projet & de ſon exécution, je n'ai rien négligé pour lui donner toute la perfection dont il pouvoit être ſuſceptible; on en pourra juger par le détail avec lequel je vais en expliquer les parties développées dans les plans & profils des planches 1 & 2, & ce Chapitre ſervira à montrer dans quel goût les machines doivent être traitées.

A quoi ſe réduit le méchaniſme d'un moulin à ſcier.

689. Le méchaniſme d'un moulin à ſcier ſe réduit à trois choſes principales; la premiere, que la ſcie hauſſe & baiſſe auſſi long-tems qu'il eſt néceſſaire, par le mouvement que l'eau communique à la roue; la ſeconde, que la piece qu'on veut ſcier avance d'un mouvement uniforme pour recevoir les traits de ſcie; car ici c'eſt le bois qui doit aller à la rencontre de la ſcie, au lieu qu'ordinairement c'eſt la ſcie qui va à la rencontre du bois; ainſi le mouvement du bois & celui de la ſcie doivent dépendre immédiatement l'un de l'autre: la troiſieme, que lorſque la ſcie a parcouru la longueur de la piece, toute la machine s'arrête d'elle-même & demeure immobile, crainte que n'ayant plus d'obſtacle à ſurmonter, la force de l'eau ne fît tourner la roue avec trop de vîteſſe, & ne caſsât quelques pieces.

PLAN. 1. FIG. 1, 2, 3 & 4.

La premiere figure de la planche premiere exprime le profil du moulin, pris ſur ſa longueur AB; la ſeconde, ſon plan au rez-de-chauſſée, qu'on ſuppoſe élevé de 8 pieds au-deſſus de la ſurface de la terre; la troiſieme, le profil coupé ſur la largeur du moulin; & la

quatrieme, le plan de la cave où est logée la machine, où l'on entre par une porte I, en descendant 4 ou 5 degrés. Pour entrer dans le moulin, l'on monte par une rampe douce du côté A.

Description générale d'un moulin à scier.

690. On a construit ce moulin entre la riviere d'Oyse & la muraille de la place, & comme à cet endroit il y a une écluse qui retient l'eau, on a fait un canal KL, qui a une chûte à l'endroit M où il y a une vanne; ainsi l'eau qui est dans l'intervalle NL s'écoulera avec beaucoup de vîtesse à cause de la pente qu'on a donné au coursier. Si l'on considere la quatrieme figure, on verra que l'eau fait tourner la roue N; qu'à l'arbre de cette roue il y a un rouet O, dont les dents s'engrainent dans les deux lanternes P & R: la premiere de ces lanternes répond à une manivelle Q, servant à faire monter & descendre la scie; la seconde à un treuil S, sur lequel file une corde qui sert à amener dans le moulin le bois que l'on veut scier, & la lanterne R ne devant tourner que pour ce sujet, on l'éloigne, quand on veut, des dents du rouet.

On reconnoîtra dans la premiere & la troisieme figure une partie des choses qu'on vient de voir. Premiérement, l'élévation de la roue N, le rouet O qui s'engraine dans la lanterne P, la manivelle Q qui fait mouvoir la scie T, dont le chassis VX hausse & baisse dans une coulisse: pour cela, il y a une chasse YQ attachée par une de ses extrémités Y à l'entretoise inférieure du chassis de la scie, par le moyen d'une écharpe de fer traversée d'un boulon, comme on le peut voir plus distinctement dans la huitieme figure: à l'autre extrémité Q est un œillet dans lequel passe la manivelle, laquelle a 15 pouces de coude; ainsi quand la lanterne P fait tourner cette manivelle, la chasse joue librement, & donne le mouvement à la scie qui monte & descend sur la hauteur de 30 pouces.

De quelle maniere avance le chariot qui porte la piece qu'on veut scier.

FIG. 9 & 10.

691. Pour juger de la maniere dont la piece de bois avance pour être sciée, on remarquera dans la deuxieme, neuvieme & dixieme figure, qu'il y a deux *coulisses* *f*, *f*, attachées sur le plancher du moulin, servant à entretenir un chassis *g*, *g*, nommé *chariot*, qui peut se mouvoir aisément d'un bout de la coulisse à l'autre. On voit que le chariot est traversé par un *chevet i*, où il est encastré sur la profondeur de 2 pouces, afin que sans y être attaché à demeure, il puisse se maintenir fixe. Sur ce chariot repose encore un *coussinet* K, qui est un bout de madrier taillé en-dessous de façon à s'emboîter avec les *brancards g*, *g*, afin qu'il puisse les parcourir sans s'écarter de la direction où il doit être; & pour le fixer aux endroits où on veut l'arrêter, on se sert de deux boulons placés en K, qui, après avoir traversé le coussinet, sont recourbés à angles droits &

applatis pour ſe loger chacun dans une rainure pratiquée dans l'épaiſſeur des brancards du chariot. Les extrémités des boulons qui paroiſſent au-deſſus du couſſinet ſont percées pour recevoir une clavette, à l'aide de laquelle ces boulons arrêtent le couſſinet avec le chariot: or c'eſt ſur le chevet *i* & ſur le couſſinet K que l'on poſe la piece *l*, que l'on veut ſcier, dont la longueur détermine la poſition du couſſinet. Cependant comme l'effort que fait la ſcie ne manqueroit pas de faire ſortir cette piece de l'alignement où elle doit reſter, ſi on ne la maintenoit inébranlable, on ſe ſert de pluſieurs crochets *m* à deux pointes, & de deux épées *h*, qui ſont deux pieces de fer, faites comme les ciſeaux des Charpentiers, ayant une tête à une de leur extrémité, & un tranchant à l'autre que l'on enfonce de 3 ou 4 lignes dans un des bouts de la piece; & comme c'eſt par celui-là qu'elle commence à être ſciée, on pratique une fente de 2 pouces de largeur dans le milieu du couſſinet pour loger la ſcie. On remarquera auſſi que dans la neuvieme figure les brancards du chariot ſont hériſſés de dents par le deſſous, qui s'engrainent dans deux lanternes O pour faire avancer le chariot, & par conſéquent la piece à la rencontre de la ſcie, ce qui ſe fait ainſi.

Sur l'entretoiſe ſupérieure *b* du chaſſis de la ſcie exprimé dans la premiere & la cinquieme figure, il y a une verge de fer *cb*, attachée à l'endroit *f* par le moyen d'une charniere; l'autre extrémité *c* eſt auſſi attachée à un bras de levier *ac* avec une autre charniere, afin que dans le mouvement que la ſcie donne à cette verge elle agiſſe librement. Le bras de levier *ac* aboutit à un eſſieu *g*, avec lequel il eſt attaché à tenons & mortoiſes: cet eſſieu a deux tourillons ſur leſquels il tourne dans deux pieces ſuſpendues à la charpente du moulin. A cet eſſieu eſt encore attaché avec une charniere une hampe *de*, portant un pied de biche *e*, qui aboutit ſur les dents de la roue Z; le corps de cette roue eſt compoſé de pluſieurs jantes embraſſées d'un cercle de fer dentelé en cramaillere; le moyeu *t* de cette roue eſt traverſé par un eſſieu de fer quarré *pq*, (Fig. 6) comme on le voit dans la ſixieme & la dixieme figure. FIG. 1 & 5.

Cet eſſieu ſert d'axe à deux lanternes, ou pignons O, O qui s'engrainent avec les dents du chariot, dont le profil, auſſi-bien que celui des couliſſes & du chariot, eſt repréſenté dans la ſixieme Figure. Préſentement on remarquera que quand la ſcie monte, la verge *cs* & le bras de levier *ac* font faire un mouvement à l'eſſieu *g*, par lequel le pied de biche eſt pouſſé en avant pour contraindre la roue Z de tourner tant ſoit peu; quand la ſcie deſcend, le pied de biche recule; & pour qu'il n'arrive pas la même choſe à la roue, & FIG. 5 & 6.

qu'elle ſoit contrainte de reſter un moment dans la ſituation où le pied de biche l'a fait avancer, il y a un déclit *u* attaché au plancher du moulin avec une charniere, qui retient la roue en s'accrochant contre un de ſes crans. Il ne ſeroit pas mal d'avoir deux déclits au lieu d'un, afin que ſi le premier venoit à échapper le cran qu'il doit retenir, le ſecond pût en accrocher un autre. A chaque fois que la ſcie monte la roue avance, & les lanternes O, O qui ſont à ſon eſſieu, font cheminer le chariot, par conſéquent la piece de bois qui eſt deſſus; & comme la vîteſſe de cette piece dépend abſolument de celle avec laquelle la ſcie agit : on voit que de part & d'autre le progrès eſt uniforme.

FIG. 1 & 6. La roue Z eſt traverſée de pluſieurs chevilles entre leſquelles on embarre un levier pour la faire tourner d'un ſens oppoſé à celui dont nous venons de parler, afin de ramener le chariot ſur ſes pas & recommencer la même manœuvre; ce qui ſe peut faire auſſi par le moyen du treuil qui ſert à amener le chariot roulant, j'entends celui qui apporte le bois, en attachant une poulie de retour au milieu de l'entretoiſe qui eſt à l'extrémité de la couliſſe du côté de la rampe; car faiſant paſſer la corde du treuil ſur cette poulie, & l'accrochant enſuite à l'entretoiſe N du chariot, elle la tirera du côté A, ce qui peut être commode lorſque le chariot eſt chargé d'un gros arbre, dont le poids donneroit trop de peine à un homme ſeul pour le ramener de l'autre façon.

De quelle maniere le moulin s'arrête de lui-même lorſque la piece eſt ſciée ſur toute ſa longueur.

FIG. 8 & 10.

692. Pour montrer de quelle maniere la machine ceſſe d'agir lorſque la ſcie a parcouru la piece que l'on veut débiter, on remarquera, dans la huitieme figure, que la vanne 2 qui doit répondre à la roue à aubes, ſe leve & ſe baiſſe à l'aide d'un levier 5, 6, qui paſſe à travers le poteau 4, où il eſt maintenu par un boulon qui lui ſert de point d'appui. Lorſque la vanne eſt levée & que la roue tourne, l'extrémité 6 du levier eſt contrainte de reſter dans la ſituation où on la voit, par le moyen d'une corde qui y eſt attachée, à l'autre bout de laquelle il y a un anneau accroché à un déclit pratiqué à l'endroit 7 dans l'épaiſſeur d'un montant de la couliſſe de la ſcie. Or ſi l'on conſidere la dixieme figure, on verra que vis-à-vis du même montant 7, on a attaché au chevet *i* une bande de fer X, qui venant à appuyer contre le déclit, lorſque cette extrémité du chariot eſt arrivée juſques-là, l'anneau qui eſt à la corde du levier 5, 6, échappe le levier, & la vanne baiſſe par l'action du poids 8 qu'on y a ſuſpendu; alors le paſſage de l'eau étant interrompu, la roue ceſſe de tourner, & toute la machine demeure immobile.

De quelle maniere

693. Pour amener le bois que l'on veut ſcier du pied de la rampe juſques

La machine fait avancer la piece que l'on veut ſcier.

Fig. 1, 2, 4 & 7.

juſques ſur le chariot où il doit être poſé, on ſe ſert de la lanterne R & du treuil S de la quatrieme figure, comme nous l'avons dit plus haut; le tourillon qui répond à l'extrémité 15 repoſe ſur un chevalet, & celui qui eſt à l'autre extrémité, tourne dans une piece de bois de bout exprimée par le nombre 12 dans la ſeptieme figure ſur laquelle je m'arrêterai un moment. Cette piece 12 repoſe ſur une ſemelle 16, à laquelle elle eſt attachée par une charniere 11: vers le milieu eſt attaché encore, avec une charniere, un bout de ſolive, ou clapet 10, qui repoſe ſur un talon 13. Quand on veut que la lanterne R tourne, la piece 12 eſt maintenue comme on la voit, ſans pouvoir ſe déranger, parce que d'un côté elle eſt appuyée contre le plancher du moulin à l'endroit 17, & de l'autre contre le poteau 18, à l'aide du clapet 10; car le poteau 18 eſt immobile, étant attaché à demeure par ſes extrémités. Alors les fuſeaux de la lanterne s'engrainant avec les dents du rouet, le treuil tourne, & la corde file deſſus en traverſant le plancher par une fente pratiquée à l'endroit 19 de la ſeconde figure, paſſe ſur une poulie, ou un rouleau, & de-là va aboutir à un petit chariot marqué 20, chargé de la piece que l'on veut ſcier, qu'elle attire depuis le pied de la rampe juſqu'au moulin ; ce qui eſt un grand ſoulagement pour les ouvriers, ſurtout quand il eſt queſtion de gros arbres qu'on ne pourroit tranſporter qu'à force de bras, au lieu que par ce moyen les bois en grume étant rendus ſur le chantier, un homme ſeul, pour peu qu'il ſçache ſe ſervir du levier & de la pince, les poſe ſur le chariot 20, parce qu'il eſt fort bas, les manœuvre & les débite aiſément. Quand le chariot eſt arrivé, on détache la corde qui y étoit accrochée, on va à l'endroit 14 de la deuxieme figure où l'on voit que le plancher eſt percé. Pour empêcher que le treuil qui attire la piece ne tourne davantage, on écarte vers la droite la piece 12 de la ſeptieme figure pour ſéparer la lanterne du rouet, après avoir tiré la corde 21 qui ſert à lever le clapet 10; alors on appuie la piece 12 contre le bord oppoſé du plancher où elle reſte tant que la néceſſité oblige à la redreſſer, & tout cela ſe fait ſans être obligé de deſcendre dans la cave.

Voilà en général tout le méchaniſme de ces ſortes de moulins, qui eſt des plus ſimple, puiſqu'il n'y a d'autre ſujétion que de placer ſur le chariot des couliſſes la piece que l'on veut ſcier, d'accrocher l'anneau au déclit qui interrompt le mouvement au moment qu'il doit ceſſer, & d'approcher ou d'éloigner du rouet la lanterne qui amene le bois à la porte du moulin: la machine eſt chargée du reſte.

Détail de ce qui appartient à la ſcie.

FIG. 8.

694. Ayant paſſé légérement ſur pluſieurs articles qui, pour être bien entendus, demandent un peu de détail, je vais le faire en commençant par ce qui appartient à la ſcie. Conſidérant dans la huitieme figure les *jumelles* 22, 23, dans leſquelles ſont pratiquées les couliſſes, on verra qu'elles ſont attachées en-haut & en-bas à deux poutres du moulin avec des boulons, & que le chaſſis de la ſcie eſt maintenu de chaque côté dans la couliſſe par trois *clefs* marquées 21. Ces clefs, qui ſont de bois, traverſent les deux jumelles & ſont retenues derriere avec des *clavettes*, afin de pouvoir les ôter quand on veut faire quelque réparation au chaſſis de la ſcie : les deux *montans* V, X du chaſſis de la ſcie ne touchent pas immédiatement contre l'épaiſſeur des jumelles 22, 23 qui forment les couliſſes, parce qu'il y a entre deux une regle d'environ 10 lignes d'épaiſſeur. Ces regles ſont miſes pour pouvoir être renouvellées lorſque le frottement du chaſſis de la ſcie les ayant uſées, il ſe trouve avoir trop de jeu & n'agit pas bien perpendiculairement, au lieu que ſans cela il faudroit le réparer aſſez ſouvent.

On remarquera auſſi que ce chaſſis a par le haut deux entretoiſes 24 & 25, qu'il n'y a que la premiere 24 qui ſoit attachée fixement à tenons & mortoiſes avec les deux montans, au lieu que la ſeconde 25, à laquelle répond la ſcie, a deux tenons qui peuvent monter & deſcendre dans des rainures pratiquées dans l'épaiſſeur des montans ſur la hauteur d'un pied ſeulement, & l'on y introduit ces tenons par le moyen d'une entaille faite à l'endroit 26, ſans être obligé de démonter le chaſſis. Ces entretoiſes ſont traverſées par deux vis 27, poſées la tête en-bas ſous la ſeconde 25 ; & au-deſſus de la premiere 24, il y a un écrou à chaque vis que l'on fait tourner avec une clef de fer pour attirer l'entretoiſe 25 contre la ſupérieure 24 pour bander la ſcie. J'ajouterai que cette ſcie eſt plus large en-haut qu'en-bas, afin qu'à meſure que les dents deſcendent elles puiſſent pénétrer davantage dans le bois.

La chaſſe qui joint la manivelle avec la ſcie doit avoir 8 pieds de longueur entre les deux points autour deſquels elle agit, quoiqu'elle n'en ait guere que 5 dans le deſſein, parce que dans les figures premiere & troiſieme on a donné trop de hauteur aux chevalets qui portent le rouet & les lanternes ; il faudra les abaiſſer, afin que la chaſſe YQ manœuvre avec plus d'aiſance, & afin que l'obliquité où elle ſe rencontre lorſque le coude de la manivelle eſt horizontal, ſoit le moins ſenſible qu'il eſt poſſible, pour que la direction de la puiſſance qui éleve la ſcie ne s'éloigne que peu de la perpendiculaire ; c'eſt à quoi je n'avois pas fait attention en traçant ces figures.

Le bras de levier *ac*, dans la cinquieme figure, a 6 pieds de longueur, depuis le centre du mouvement de l'essieu *a* jusqu'à la verge de fer *cs*, qui a 22 pouces de long; la distance du centre de mouvement de l'essieu au centre de mouvement de la charniere *d* est de 6 pouces, & la distance depuis ce dernier centre jusques au fond du cran où l'extrémité du pied de biche tourne la roue, est de 11 pieds 6 pouces: quand la scie est en repos, le levier *ac* est dans une situation horizontale.

FIG. 5 & 8.

Proportions qu'il faut donner à la roue dentée & à la hampe du pied de biche qui la fait tourner.

PLAN. 3. FIG. 5.

695. La roue Z doit être de 3 pieds 4 pouces de diametre, y compris l'épaisseur du cercle de fer: ce cercle doit avoir 384 crans de 4 lignes de largeur & $2\frac{1}{2}$ de hauteur: il est à propos que les angles des crans dans lesquels appuye le pied de biche & le déclit soient un peu aigus, pour éviter que les crans n'échappent; à chaque fois que la scie monte, cette roue avance de deux crans. Pour en voir la raison, jettez les yeux sur la cinquieme figure de la planche troisieme, qui n'est autre chose qu'une répétition de la cinquieme de la planche deuxieme, que je n'ai exprimé que par de simples traits, pour qu'on puisse mieux appercevoir ce qu'il m'a paru nécessaire d'insinuer. On y remarquera que le point E exprime le centre de mouvement de l'essieu ABCD qui fait tourner la roue dentée: que lorsque le bras de levier EF, qui répond au chassis G de la scie, est horizontal, on a un triangle EDH formé par la ligne ED de 6 pouces (qui marque la distance du centre du mouvement E au centre D de la charniere de la hampe du pied de biche), par la ligne DH de 11 pieds 6 pouces (qui exprime la distance du point D à l'endroit où le pied de biche touche la roue Z quand elle est en repos), & par la ligne EH de 11 pieds 11 pouces 4 lignes (qui marque la distance du centre E au même point H). Or on fera attention que quand l'extrémité F de la verge de fer est montée de 30 pouces, qui est le chemin de la scie, le treuil prend une autre situation; le point D tombe en M, parce que les deux lignes ED & DH n'en font plus qu'une seule EI de 12 pieds; alors le point H tombe en I par le mouvement que le pied de biche fait faire à la roue, la ligne EI devient plus grande que la ligne EH de la valeur de deux crans. C'est de quoi il est aisé de se convaincre en faisant attention que les angles DEH & LE*f* sont égaux, le premier étant formé par la descente de la scie, & le second par sa montée: que le triangle rectangle EL*f* ayant le côté E*f* de 5 pieds 7 pouces, & le côté *f*L de 30 pouces, l'angle LE*f* se trouve de 26 degrés 24 minutes. Or le triangle DEH étant assujetti à un angle de la même valeur, on verra, par le calcul, que le côté EH est nécessai-

rement plus petit de 8 lignes que la ſomme des deux autres côtés ED & DH.

Il eſt à propos de faire le côté DH un peu plus long que nous ne l'avons ſuppoſé, quand ce ne feroit que de deux lignes, n'étant guere poſſible que les deux côtés ED & DH puiſſent former une ligne parfaitement droite, quoique la ſcie ſoit arrivée au ſommet des couliſſes, ce qui pourroit empêcher que le point H ne faſſe un chemin exactement de 8 lignes, au lieu qu'avec cette précaution on ſera ſûr que le pied de biche fera toujours tourner la roue de deux crans, & qu'il ne manquera pas d'accrocher l'extrémité du ſecond, qui pourroit quelquefois échapper ſans cette précaution.

Si ſur le prolongement de la ligne HD, on fait le triangle rectangle EKD, l'angle FEK pourra être pris pour un levier recourbé dont le point d'appui eſt en E; alors la puiſſance qui agit ſur l'extrémité F ſera à celle qui pouſſe la roue Z ſelon la direction KH, dans le premier inſtant de ſon action, comme EK eſt à EF, c'eſt-à-dire, à-peu-près comme 1 eſt à 26. Ce qui fait voir que la roue Z eſt pouſſée avec 26 fois plus de force que n'en a la puiſſance qui fait avancer le chariot, dont l'action va toujours en diminuant à meſure que l'extrémité F du grand bras de levier monte, à proportion que la perpendiculaire EK diminue, tant que les deux côtés ED & DH ne forment qu'une même ligne.

Détail des parties du chariot qui fait avancer la piece qu'on veut ſcier.

PLAN. 2. FIG. 6, 9 & 10.

696. Le chariot a ici 30 pieds de longueur, mais on peut lui en donner davantage pour le proportionner à celle des plus grandes pieces qu'on veut débiter; & comme il y en a une partie à découvert qui n'eſt point renfermée dans le moulin, qui n'a que 36 pieds, on voit dans la premiere & la ſeconde figure de la planche premiere, que le plancher s'étend en-dehors à droite & à gauche, & que du côté B il y a une eſpece de pont. Les dents du chariot doivent avoir environ 18 lignes de hauteur, 16 de largeur à la racine, & autant d'épaiſſeur, il y en a 24 à la toiſe; les lanternes où elles s'engrainent ont 10 pouces de diametre, & 8 fuſeaux de 16 lignes de diametre, elles ſont liées par des cercles de fer.

Pour diminuer le frottement, chaque brancard eſt porté par des roulettes de fonte, poſées de 4 en 4 pieds, qui ont 1 pouce d'épaiſſeur ſur 4 de diametre, & celui de l'eſſieu a un demi-pouce: elles ne paroiſſent point en-dehors étant pratiquées dans l'épaiſſeur du bois, & n'excedent le deſſous des brancards que d'environ 4 lignes. Pour empêcher auſſi le frottement des faces du brancard contre les joues des couliſſes, on a placé encore des roulettes de

revers dans les mêmes brancards, lesquelles tournent horizontalement, & n'excedent que d'environ deux lignes; elles ont 3 pouces de diametre sur 1 d'épaisseur.

Dimensions des principales parties du moulin.

697. La grande roue doit avoir 5 pieds $\frac{1}{4}$ de rayon, aboutissant au centre d'impression des aubes, & son arbre 16 pouces, le rouet 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon & 32 dents; les lanternes chacune 8 pouces de rayon; elles doivent avoir 8 fuseaux chacun de 2 pouces 9 lignes de diametre: les autres parties dont je ne donne point les dimensions seront faciles à connoître avec le secours des échelles relatives aux figures.

La résistance que la puissance motrice doit surmonter, se réduit à enlever le poids du chassis de la scie.

698. Comme la puissance motrice, c'est-à-dire, le courant qui fait tourner la roue, est principalement employée à donner le mouvement à la scie, l'effort qu'elle a à surmonter répondra immédiatement à la manivelle. Or, comme la scie ne travaille que lorsqu'elle descend & non pas quand elle monte, si l'on suppose cette puissance en équilibre avec le poids du chassis de la scie & celui de la chasse qui communique le mouvement, la difficulté se réduira à élever ce poids à chaque tour de manivelle, c'est-à-dire, à faire monter la scie, & quand elle sera parvenue à son plus haut point elle descendroit d'elle-même par l'action de son propre poids, & avec plus de vîtesse que n'en peut avoir la manivelle, si elle ne trouvoit rien qui lui fût opposé. Cependant si les dents rencontrent en chemin une piece de bois, elles s'accrocheront aux fibres, & le tems de la descente de la scie sera d'autant plus retardé que ces fibres seront en plus grand nombre, c'est-à-dire, que le bois aura plus d'épaisseur; le nombre de ces fibres pourroit même être tel que la somme de leur résistance à être rompus se trouveroit en équilibre avec l'action du poids de la scie, indépendamment de la force motrice. Mais si cette force est jointe à celle du poids de la scie, comme elle s'y joint en effet pour la faire descendre, alors l'équilibre sera rompu & les fibres seront divisées fort promptement; car comme la force qui les sépare sera double de ce que nous venons de la supposer, elle pourroit être en équilibre avec un nombre de fibres double, parce qu'on peut regarder la force de la manivelle, prise indépendamment de sa vîtesse, comme un poids qu'on auroit ajouté à celui de la scie: cependant la vîtesse de la manivelle étant une force réelle (99) qui détruira l'équilibre, il s'ensuit que tous les fibres seront rompus avec une vîtesse égale à celle que la scie a eu en montant, quoique la piece à scier eût une épaisseur double.

Dans le cas du plus grand effet, la scie,

699. Si l'on fait abstraction des frottemens, il suit de ce que nous venons d'insinuer, que lorsque la pesanteur de la scie sera en

en deſcendant, aura une action équivalente à celle des $\frac{8}{9}$ de la force abſolue du courant.

équilibre avec les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du courant, réduite au coude de la manivelle, qui eſt le cas du plus grand effet, (589) la ſcie, en deſcendant, aura indépendamment de ſa vîteſſe une force équivalente aux $\frac{8}{9}$ de celle du courant.

Pour faire voir l'exactitude que l'on peut apporter dans le calcul des machines, lorſqu'on veut prendre la peine de les examiner de près, nous ne négligerons rien de tout ce qui mérite attention dans celle dont nous parlons, ſur-tout à l'égard des frottemens.

Puiſque la ſcie, en montant, fait avancer le chariot, la puiſſance qui fait monter la ſcie a donc quelque choſe de plus à ſurmonter que le poids de la ſcie. Quand il n'y auroit que cette ſeule difficulté, on ne pourroit pas dire que le poids de la ſcie, dans le cas du plus grand effet, peut être exprimé par les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du moteur, réduite au coude de la manivelle ; nous commencerons donc par rechercher quelle eſt la force capable de faire avancer le chariot, que nous ſuppoſerons chargé du plus grand fardeau qu'il puiſſe jamais porter, & pour plus d'intelligence, le lecteur ne feroit pas mal de revoir les articles 282, 283, 284, qui ont été rapportés exprès pour le cas dont il s'agit.

Calcul de la force qu'il faut pour faire avancer le chariot, lorſqu'il eſt chargé du plus gros arbre que la ſcie puiſſe jamais débiter.

700. Nommant p le poids du chariot, y compris celui de l'arbre dont il eſt chargé, $\frac{p}{3}$ exprimera le frottement des roulettes contre leur eſſieu, (256) qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$ à cauſe de l'engrainement de la lanterne & des dents du chariot ; (290) enſuite multiplier ce premier produit par $\frac{1}{8}$, rapport du rayon de l'eſſieu à celui des roulettes ; (696) ce ſecond produit par $\frac{1}{4}$, rapport du rayon de la lanterne à celui de la roue dentée (695, 696) ; & ce troiſieme produit par $\frac{1}{26}$, rapport des bras du levier du tourniquet, (595) on aura $\frac{p}{3} \times \frac{19}{18} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{26} = \frac{19p}{44928}$, qui étant réduit donne $\frac{p}{2891}$.

Pour avoir la valeur de p, nous ſuppoſerons que le chariot a 50 pieds de longueur, pour porter un arbre auſſi de 50 pieds & dont le diametre ſeroit de 36 pouces, afin de prendre les choſes à l'extrême ; alors le chariot ſera compoſé de 8 ſolives, & l'arbre en contiendra 113, ce qui fait enſemble 378 pieds cubes, qui étant multipliés par 70 liv. peſanteur d'un pied cube de bois, lorſqu'il n'eſt pas ſec, il vient $p = 26460$ liv. qui étant diviſées par 2891, donnent environ 9 liv. pour la plus grande force qu'il faudra jamais audelà du poids de la ſcie pour faire avancer le chariot, & qui peut

être réduite à 2 liv. dans l'usage ordinaire, où il est rare d'avoir des bois à débiter qui ayent plus de 30 pieds de long sur 18 pouces en quarré. Je ne m'arrête point au frottement de l'essieu de la roue Z, ni à celui du tourniquet, se réduisant à si peu de chose que la puissance qui fait avancer le chariot n'en seroit augmentée que d'environ 2 onces.

Pour faire voir qu'un même mouvement peut être exécuté de différentes façons, en voici une de disposer la manivelle qui fait agir la scie, qui nous donnera lieu à exprimer d'une maniere plus sensible l'action de la chasse, & le frottement du chassis de la scie contre les coulisses; car que le jeu de cette chasse se fasse dans le plan de la scie ou dans le plan de son chassis, le frottement contre les coulisses sera toujours le même.

Si l'on considere la figure sixieme de la planche troisieme, on verra que la lanterne A s'engraine avec les dents du rouet O, posées sur son plan; ainsi la manivellle B tournera de C en D, & pour cela il faut que la chasse soit unie à ce chassis, comme on l'a marqué dans la quatrieme figure de la même planche. PLAN. 3. FIG. 6.

Examen de l'action de la manivelle qui communique le mouvement à la scie.

701. Voici une occasion d'appliquer ce qui a été enseigné dans l'article 109 au sujet de la manivelle simple : car si l'on suppose que la ligne AB représente l'entretoise inférieure du chassis de la scie, & la verticale IG la chasse; lorsque le coude FG de la manivelle est au plus bas d'une de ses révolutions, la pesanteur du chassis de la scie tiendra lieu du poids suspendu à la poignée de cette manivelle; ainsi la puissance qui fera monter la scie à la hauteur GQ ou IN ira alors en croissant, & elle ira en décroissant quand le point G décrira le demi-cercle GHQ. Or le plus grand effort de cette puissanee sera lorsque le coude de la manivelle se trouvera dans la situation horizontale FH, (108) & la chasse dans la direction oblique HE; d'où il suit qu'il faudra prendre pour bras de levier moyen du poids la ligne FM, égale aux deux tiers du rayon FH, selon ce qui a été remarqué dans l'article 105; & comme ce rayon est de 15 pouces, le bras de levier moyen du poids sera donc de 10. PLAN. 3. FIG. 1.

Le poids de la scie doit être moindre que la force de la puissance qui seroit appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle.

702. Comme la chasse qui communique le mouvement à la scie n'agit pas selon une direction verticale dans le tems que la manivelle décrit le demi-cercle GHQ; s'il y avoit une puissance qui se servît de cette chasse comme d'un rayon solide pour faire monter le poids en parcourant le même chemin que la manivelle, cette puissance aura besoin d'une force d'autant plus grande que sa direction sera plus oblique au chassis, & quand elle sera arrivée au

point H, l'angle d'incidence HER étant alors le moindre de tous, sa force absolue sera à sa force relative, comme le sinus total HE est au sinus HR (23). Mais comme cet angle croîtra à mesure que la scie montera, on voit qu'il doit y avoir un certain angle d'incidence PST, où le sinus PT tiendra un milieu entre le plus grand & le plus petit; ce qui arrivera lorsque celui de son complément ST tiendra aussi un milieu entre tous ceux que comprend le quart de cercle FHQ. Or, comme ce dernier n'a cette propriété que quand il est égal à FM, bras de levier moyen du poids; il suit que lorsque ST ou OP sera les deux tiers du rayon FH, (105) prenant PS pour exprimer la puissance uniforme appliquée au bras de levier, la verticale OS exprimera le poids de la scie.

Examen du frottement du chassis de la scie contre les coulisses.

703. La puissance ne pouvant agir selon une direction oblique sans pousser de côté le chassis de la scie selon une direction TS, perpendiculaire à la coulisse VX, avec une force exprimée par le sinus ER ou ST du complément de l'angle d'incidence; on voit que cette pression étant variable, celle qui tiendra un milieu entre la plus grande & la plus petite sera exprimée par le sinus ST ou OP, & que le frottement que cette pression fait naître, le sera par le tiers du même sinus, lorsque la puissance qui doit le surmonter agira selon une direction verticale. (228) Ainsi faisant OC égal au tiers de OP, & achevant le triangle rectangle CSD, le côté CS exprimera le poids & le frottement du chassis de la scie, & le côté DS la puissance qui surmonte l'un & l'autre, lorsqu'on la considérera comme agissant uniformément, & appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle (105).

Le poids de la scie doit être à la puissance qui seroit appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle, dans le rapport de 30 à 31.

Remarquez que la ligne OP sera de 10 pouces, puisqu'elle est égale à FM, & que la ligne PS sera de 8 pieds, ou de 96 pouces, puisqu'elle est égale à la longueur de la chasse: prenant donc OP pour le sinus total, PS pour la sécante de l'angle OPS, la ligne OS en sera la tangente; ainsi on pourra dire: Comme OP, de 10 pouces, est à 100000, sinus total; ainsi PS, de 96 pouces, est à la sécante, qu'on trouvera de 960000, laquelle répond dans les Tables des sinus à une tangente de 954106: ajoutant à ce nombre le tiers du sinus total, c'est-à-dire, 33333, on aura 987439 pour l'expression de la ligne SC qu'on peut regarder comme la tangente de l'angle SDC qui répond dans les Tables à une sécante DS de 992389. Ainsi le rapport de SO à SD sera le même que celui de 954106 à 992389; c'est pourquoi nommant SO, r, & SD, t, on aura $\frac{r}{t} = \frac{954106}{992389}$, ou à-peu-près $\frac{r}{t} = \frac{30}{31}$, dont le dénominateur

exprimera

exprimera le poids de la ſcie, & le dénominateur, la puiſſance capable de ſurmonter ce poids & ſon frottement contre les couliſſes.

Comme la manivelle décrira le demi-cercle QNG, quand la ſcie deſcendra, & que la puiſſance aura les mêmes variations que celles que nous venons d'obſerver, (109) je ne m'y arrête point pour ne rien dire d'inutile; on obſervera ſeulement que quand la ſcie deſcend, le plus grand frottement du chaſſis ſe fait contre la couliſſe YZ, au lieu que nous venons de voir qu'en montant, ce frottement ſe faiſoit contre l'autre.

Maniere de découvrir quel doit être le poids de la ſcie & de ſon équipage dans le cas du plus grand effet.

704. Il nous reſte à déterminer quel doit être le poids de la ſcie & de ſon équipage pris enſemble, ce que nous allons faire d'abord par le calcul littéral, afin d'avoir une formule générale qu'on puiſſe appliquer à tous les moulins à ſcier : mais avant que d'en venir-là, il faut être prévenu que la hauteur moyenne de l'eau qui doit faire aller la roue eſt de 6 pieds 6 pouces 6 lignes, ce qui répond, dans la premiere Table, à une vîteſſe de 19 pieds 9 pouces 8 lignes par ſeconde, & dans la troiſieme, à un choc de 458 liv. par pied quarré; & comme on ſuppoſe les aubes de 2 pieds de ſuperficie, la force abſolue du courant ſera de 916 liv. dont prenant les $\frac{4}{9}$ pour le plus grand effet, la puiſſance motrice ſera de 407 liv. (589, 590, 595) Cela poſé, voici le nom & la valeur de toutes les grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

$a =$ 5 pieds $\frac{1}{4}$, rayon de la roue.

$b =$ 2 pieds $\frac{1}{2}$, rayon du rouet.

$d =$ 10 pouces, coude de la manivelle réduit.

$f =$ 8 pouces, rayon de la lanterne.

$c =$ 9 lignes, rayon des tourillons de la roue & de l'eſſieu de la lanterne.

$g =$ 2500 livres, poids de la roue, du rouet, & de l'arbre qui leur eſt commun.

$h =$ 240 livres, poids de la lanterne, y compris celui de l'eſſieu & de la manivelle.

$p =$ 407 livres, valeur de la puiſſance motrice.

$q =$ 9 livres, expreſſion de la force qui fait avancer le chariot.

$\frac{m}{n} = \frac{19}{18}$, frottement du rouet & de la lanterne.

$\frac{r}{t} = \frac{30}{31}$, rapport du poids de la ſcie à la force abſolue de la puiſſance qui répond à la manivelle.

$x \backsim$ poids de la ſcie.

$y \backsim$ force abſolue de la puiſſance qui répond à la manivelle, qui étant multipliée par $\frac{30}{31}$, donnera un produit égal au poids de la ſcie, joint à la force qu'il faut pour faire avancer le chariot; par conſéquent $x + q = \frac{30y}{31}$.

On doit regarder le rayon de la lanterne P & le coude de la manivelle Q, lorſqu'il eſt horizontal, comme un levier droit; alors y exprimant la puiſſance appliquée aux deux tiers du coude de la manivelle, (105) multipliant cette puiſſance par ſon bras de levier, & diviſant le produit par le rayon de la lanterne, il vient $\frac{dy}{f}$ pour l'action des dents du rouet ſur les fuſeaux de la lanterne; & comme h exprime le poids de la lanterne & de ſon eſſieu, ajoutant ces trois termes enſemble, on aura $y + \frac{yd}{f} + h$ pour la preſſion que cauſe l'eſſieu de la lanterne, dont il faut prendre la moitié pour le frottement, (250) qui étant multipliée par le rayon de l'eſſieu, & le produit diviſé par le rayon de la lanterne donne $\frac{cd}{2ff}$, $y + \frac{c}{2f}$, $y + \frac{ch}{2f}$ pour ce frottement réduit aux fuſeaux de la lanterne, ou aux dents du rouet; à quoi ajoutant la force $\frac{d}{y}y$, multipliant le tout par le rayon du rouet, & enſuite le produit par $\frac{m}{n} = \frac{19}{18}$ à cauſe du frottement des dents & des fuſeaux (290); il vient $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{bd}{f}y + \frac{bcd}{2ff}y + \frac{bcy}{2f}y + \frac{bch}{2f}}$, à quoi il faut ajouter le frottement des tourillons de la roue, c'eſt-à-dire, la moitié de la force précédente; plus la moitié de la puiſſance motrice (251); plus le tiers du poids de la roue, (650) le tout multiplié par le rayon des tourillons pour avoir une quantité égale au produit de la puiſſance motrice par ſon bras de levier; par conſéquent $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{bd}{f}y + \frac{bcd}{2ff}y + \frac{bcy}{2f}y + \frac{bch}{2f}} + \frac{m}{n} \times \overline{\frac{cd}{2f}y + \frac{ccd}{4ff}y + \frac{cc}{4f}y + \frac{cch}{4f}} + \frac{cp}{2} + \frac{cg}{3} = ap$, qui étant multiplié par $2f$, & diviſé par c, donne $\frac{m}{n} \times \overline{\frac{2bd}{c}y + \frac{bd}{f}y + by + bh + dy + \frac{cd}{2f}y + \frac{cy}{2} + \frac{ch}{2}} + fp + \frac{2fg}{3} = \frac{2fap}{c}$: faiſant paſſer $fp + \frac{2fg}{3}$ du premier mem-

bre dans le ſecond, & diviſant toute l'équation par $\frac{m}{n}$, on aura $\frac{2bd}{c}y + \frac{bd}{f}y + by + dy + \frac{dc}{2f}y + \frac{cy}{2} + bh + \frac{ch}{2} = \frac{nf}{m} \times \overline{\frac{2ap}{c} - p - \frac{2g}{3}}$, d'où dégageant l'inconnue, il vient enfin

$$y = \frac{\frac{nf}{m} \times \overline{\frac{2ap}{c} - p - \frac{2g}{3}} - bh - \frac{ch}{2} = 495216}{\frac{2ba}{c} + \frac{bd}{f} + \frac{dc}{2f} + \frac{c}{2} + d + b = 878}.$$

Diviſant donc 495216 par 878, on trouvera à-peu-près 564 livres pour la valeur de y, laquelle étant multipliée par $\frac{30}{31}$, donne 546 livres, d'où retranchant 9 livres, valeur de q, reſte 537 livres pour x, poids de la ſcie, y compris celui de ſon équipage, dont toutes les parties doivent avoir leurs dimenſions proportionnées de façon que le poids du bois & des ferrures ſoit à-peu-près de 537 livres.

705. Ayant dit que la vîteſſe du courant étoit de 19 pieds 9 pouces 8 lignes par ſeconde, (704) elle ſera par conſéquent de 1188 pieds 9 pouces par minute, dont le tiers eſt 396 : (595) pour ſçavoir le nombre de tours que la roue fera dans le même tems, je conſidere que cette roue ayant 10 pieds $\frac{1}{2}$ de diametre (697) décrira à chaque tour une circonférence de 33 pieds; diviſant donc 396 pieds par le nombre précédent, il viendra 12 au quotient, qui fait voir que la roue fera 12 tours par minute dans le cas du plus grand effet.

Maniere de calculer le chemin que le chariot fera dans un tems déterminé, par conſéquent le progrès de la ſcie.

Le rouet ayant 32 dents, & la lanterne de la manivelle 8 fuſeaux, (697) une révolution du rouet en fera faire quatre à la lanterne; & comme il fait 12 tours par minute, la lanterne en fera 48; ainſi la ſcie montera & deſcendra 48 fois dans le même tems, & à chaque fois qu'elle montera, le pied de biche fera avancer la roue Z de la valeur de deux crans; & en ayant 384, (695) il faudra que la ſcie monte 192 fois, ou qu'elle agiſſe pendant 4 minutes pour lui faire faire un tour, auſſi-bien qu'aux lanternes qui ſont à ſon eſſieu, & ces lanternes ayant chacune 8 fuſeaux, elles accrocheront 8 dents du chariot à chaque révolution, pour le faire avancer de 2 pieds, parce qu'il y a 24 dents à la toiſe; (696) par conſéquent la vîteſſe du chariot ſera de 6 pouces par minute, & la piece qui eſt deſſus ſera ſciée ſur cette longueur; & comme elle reçoit 48 traits de ſcie dans le même tems, chacun ſera d'une ligne & demie de profondeur.

Quel est le résultat du plus grand effet de ce moulin.

706. Ayant estimé par plusieurs expériences faites avec soin quel doit être le résultat du plus grand effet de ce moulin, j'ai trouvé que le faisant aller avec trois scies, elles pouvoient, en une heure de tems, partager une poutre de 12 pouces d'épaisseur, & de 30 pieds de longueur, en quatre parties ; c'est-à-dire, en faire quatre platteformes, chacune d'environ 3 pouces d'épaisseur sur 30 pieds de long. Que si au lieu de trois scies on n'en met que deux, elles iront bien plus vîte, & plus encore quand il n'y en aura qu'une, en supposant l'épaisseur du bois toujours la même ; ce qui est bien naturel selon la loi générale des méchaniques : car ici l'effort que fait la scie est proportionné à la quantité des parties qu'elle accroche en descendant. Sur quoi il est à remarquer que deux scies qui agiroient ensemble sur une piece de bois, par exemple de 10 pouces d'épaisseur, mettent autant de tems pour la débiter d'un bout à l'autre qu'il en faut lorsque, n'y ayant qu'une scie, elle agiroit sur une piece de même longueur mais qui auroit 20 pouces d'épaisseur : par conséquent, si au lieu de trois scies le moulin n'en faisoit agir qu'une, on pourroit en une heure de tems, dans le cas du plus grand effet, partager en deux parties une piece qui auroit 36 pouces d'épaisseur sur 30 pieds de longueur.

Quoique la vîtesse de la scie augmente à mesure que la piece qu'elle débite a moins d'épaisseur, sa plus grande vîtesse doit pourtant être limitée, sans se prévaloir de la force du courant, de crainte que le frottement ne mette le feu à la machine, principalement au chassis & aux coulisses de la scie, comme cela est arrivé à celui de notre arsenal ; il m'a paru que la plus grande vîtesse que pouvoit avoir la scie, étoit de monter & descendre 80 fois par minute, alors le chariot avance de 10 pouces dans le même tems. (705)

Examen de la force que la puissance emploie à scier le bois, indépendamment des frottemens & des autres accidens.

707. La force qui fait mouvoir le chariot n'ayant lieu que quand la scie monte, la puissance appliquée à la manivelle agira donc de haut en bas avec une force de 546 liv. (704) à quoi ajoutant 537 liv. pour le poids de la scie, il vient 1083 pour la force équivalente à celle de la scie lorsqu'elle descend. Or, comme dans le cas du plus grand effet elle met à-peu-près autant de tems à monter qu'à descendre, il suit que les 48 traits qu'elle donne par minute se font en 30 secondes, & son chemin, en descendant, étant de 30 pouces, sa vîtesse par seconde sera de 4 pieds, qui étant multipliés par le nombre précédent, donnent 4332 pour la quantité de mouvement de la scie, ou son action sur le bois. (85)

Comme entre la puissance motrice & le poids, il y a 4 bras de levier, multipliant le premier par le troisieme, & le second par

le quatrieme, les produits seront comme 42 est à 25 ; raison réciproque du poids réel de la scie à la puissance motrice ; (74) ainsi multipliant 537 par $\frac{25}{42}$, on a à-peu-près 320 liv. pour la force qu'il faudroit seulement à la puissance motrice, afin d'être en équilibre avec le poids de la scie. Soustrayant donc ce nombre de 407, (704) il reste 87 livres pour la force que cette puissance emploie à surmonter les obstacles & le frottement de toutes les parties de la machine. L'on peut donc dire que des 407 livres qui expriment le choc de l'eau, il n'y en a que 320 qui sont employées effectivement à scier le bois.

La vîtesse de la roue étant de 6 pieds 7 pouces $\frac{2}{3}$ de lignes par seconde, (705) si on la multiplie par 320 liv. il viendra à-peu-près 2108 pour la quantité de mouvement de la puissance réduite ; & comme nous venons de trouver 4332 pour celle du poids, on voit que l'action de la puissance est à son effet comme 2108 est à 4332, ou à-peu-près comme 1 est à 2. Cette machine a cela de singulier que son effet se trouve beaucoup au-dessus de l'action du moteur, au lieu qu'il arrive ordinairement que c'est l'action du moteur qui est au-dessus de l'effet machinal, mais aussi l'on perd le tems que la scie emploie à monter.

En faisant construire ce moulin, j'ai fait une réflexion essentielle qui m'avoit échappée dans le projet ; la vanne ayant 2 pieds 4 pouces de largeur, & devant soutenir, quand elle est baissée, environ 7 pieds de hauteur d'eau, sa poussée contre les coulisses sera d'environ 4000 liv. qui cause un frottement de 1333 liv. (375) à quoi ajoutant au moins 250 liv. pesanteur propre de la vanne, on aura 1583 liv. pour la résistance qu'il faudra que la puissance surmonte. Or, comme cette puissance n'est autre chose que la force que peut avoir un homme qui tire de haut en bas, & qui ne peut excéder la pesanteur de son corps, estimée 140, ou 150 livres ; (118) on voit qu'étant appliqué à l'extrémité 6 du levier 5, 6, dont le point d'appui est dans le milieu, il est impossible qu'il puisse jamais élever un poids de 1583 liv. Cependant il doit gouverner toute la machine sans aucun secours étranger, & quand même il en recevroit, il arriveroit encore un inconvénient ; le frottement de la vanne contre les coulisses étant bien supérieur au poids de la même vanne, elle ne pourroit descendre d'elle-même lorsque le déclit 7 auroit lâché l'anneau de la corde. (376)

PLAN. 2. FIG. 8.

Pour obvier à toutes ces difficultés, j'ai considéré qu'il étoit inutile de faire une vanne mobile de toute la hauteur de l'eau, & qu'il suffisoit de pratiquer un pertuis de la grandeur des aubes,

PLAN. 2. FIG. 8.

c'eſt-à-dire, de deux pieds de largeur ſur un de hauteur, qu'on fermeroit par une vanne de même grandeur, & d'arrêter à demeure les planches qui doivent ſoutenir le reſte de l'eau. Alors la hauteur moyenne de l'eau qui répond à cette vanne ſera de 6 pieds $\frac{20}{39}$, (415) ou à-peu-près de 6 pieds $\frac{1}{2}$, qui étant multipliés par 2 pieds 4 pouces, ſuperficie de la vanne, donnent 15 $\frac{1}{6}$ de pieds cubes, ou 1061 liv. pour la pouſſée, dont le tiers eſt environ 354 liv. qui étant ajoutés avec 150, peſanteur qu'aura la petite vanne, jointe au poids qui en facilitera la deſcente, donnent 504 liv. pour la réſiſtance que la puiſſance aura à ſurmonter. Pour lui en donner le moyen, j'ai ſupprimé le poteau 4, j'ai placé le point d'appui à l'endroit 29, afin de raccourcir le bras de levier du poids, & j'ai alongé celui de la puiſſance en la prolongeant encore de toute la partie 6, 28; & pour qu'il n'embarraſſe pas la manœuvre, je l'ai fait paſſer derriere la ſcie, comme on le voit dans la deuxieme figure de la premiere planche, où le levier eſt marqué par l'intervalle 4, 28, ayant pratiqué un déclit contre les couliſſes du chariot à l'endroit 28, dont le chariot occaſionne l'échappement; ce qui eſt aiſé à imaginer. Alors il arrive que le bras de levier 30, 28 de la puiſſance ſe trouvant quadruple de l'autre 5, 30, la puiſſance n'eſt plus que la quatrieme partie du poids, c'eſt-à-dire, environ 126 livres.

PLAN. 1. FIG. 2. & PLAN. 2. FIG. 8.

Voilà, ce me ſemble, comme il faut examiner toutes les parties d'une machine, pour en déterminer au juſte les dimenſions & les effets, eu égard à ſes différens mouvemens, autrement, ſi l'on n'y apporte toute la préciſion à laquelle on voit que je me ſuis attaché ici, on n'agit qu'à tâtons; on recommence pluſieurs fois les mêmes pieces avant qu'elles puiſſent ſervir, & ce n'eſt qu'en multipliant la dépenſe mal-à-propos qu'on parvient à les faire jouer, au lieu qu'en voyant clair à ce qu'on fait, on eſt en état de répondre du ſuccès, même avant l'exécution.

Sujétions principales qui doivent diriger la conſtruction d'un moulin à ſcier, & qui peuvent ſervir d'exemple pour l'emplacement des machines en général.

708. N'ayant rien dit juſqu'ici de ce qu'il faut ſuivre pour la conſtruction du canal où coule l'eau qui fait tourner le moulin précédent: voici quelques articles tirés du devis que j'en ai fait.

1°. Il faut que le plancher du radier, pris au pied de la vanne, ſoit de niveau avec celui du moulin à poudre qui eſt ſur la riviere d'Oyſe, à côté de celui que l'on veut conſtruire. Pour cela, il doit être établi à 12 pieds au-deſſus du repaire marqué au pignon du même moulin.

Cet article montre que lorſque l'on veut établir une machine, il faut avoir un point fixe, pris ſur les lieux, pour y rapporter les

meſures, qui marquent de combien il faudra s'enfoncer ou s'élever au-deſſus de ce point.

2°. Le rez-de-chauſſée de la cave doit être de 3 pieds au-deſſus de la naiſſance du radier, ou de 9 pieds au-deſſus du repaire.

3°. La partie inférieure du canal aura 6 toiſes de longueur depuis l'angle du gros mur de l'ancienne fortification juſqu'au pied de la vanne.

La tranchée de cette partie ſera creuſée de 14 pieds 10 pouces au-deſſous du repaire, en commençant à l'endroit du ſeuil de la vanne, & à meſure que l'on deſcendra, on obſervera de donner au fond de cette tranchée 2 pouces 6 lignes de pente par toiſe.

Cette tranchée ſera creuſée ſur la largeur de 9 pieds dans le fond.

4°. On aſſeoira ſur le fond de la tranchée précédente une plate-forme de maçonnerie de 9 pieds 6 pouces de largeur ſur 2 pieds 6 pouces d'épaiſſeur, qui régnera ſur toute l'étendue de la partie inférieure du canal : cette maçonnerie ſera faite à bain de ciment.

5°. Pour la partie ſupérieure du canal, on fera une tranchée dont le fond ſera d'un demi-pied au-deſſous de la précédente, c'eſt-à-dire, de 15 pieds 4 pouces au-deſſous du repaire : on lui donnera 3 toiſes de longueur depuis l'écluſe, en remontant vers la priſe d'eau, ſur 10 pieds de largeur.

6°. On établira ſur l'étendue de cette tranchée une plate-forme de maçonnerie de 3 pieds d'épaiſſeur, faite en mortier de ciment comme la précédente.

Pour le reſte de la tranchée juſqu'à la priſe d'eau, il faut la creuſer en remontant d'un pied par toiſe, enſorte que le fond du canal à ſa jonction avec la riviere, ne ſoit plus qu'à 9 pieds 10 pouces au-deſſous du repaire, obſervant que cette partie, qui aura 12 toiſes de longueur, ne doit pas être maçonnée dans le fond.

7°. Le long du bord de la plate-forme de maçonnerie de la partie ſupérieure du canal, du côté de la priſe d'eau, on battra à refus de mouton à travers le canal une file de palplanches ; ces palplanches auront 7 pieds de longueur ſur 4 pouces d'épaiſſeur, taillées à rainure & à grain d'orge, pour s'emboîter : elles auront au moins 12 pouces de largeur, & ſeront aſſemblées par une lierne ou ventriere de 6 pouces d'équarriſſage que l'on encaſtrera dans la maçonnerie.

8°. Sur la plate-forme de maçonnerie de la partie ſupérieure du canal, on encaſtrera des traverſines de 5 pouces d'équarriſſage, auxquelles on donnera 5 pieds de longueur, poſées dans le milieu

de la même plate-forme, enforte qu'elles foient à la diftance de 3 pieds les unes des autres, pris de milieu en milieu, obfervant de faire la même chofe pour la partie inférieure du canal; mais les traverfines n'auront que 4 pieds de longueur, elles ferviront de part & d'autre pour clouer le plancher du radier, lequel doit être double, & fait de deux planches de deux pouces d'épaiffeur, pofées plein fur joint, bien calfatées, comme au radier des éclufes.

9°. La partie inférieure du canal doit avoir dans le fond 3 pieds 6 pouces de largeur, depuis la vanne jufqu'à la rencontre du mur de l'ancienne fortification, & le refte ira en s'élargiffant à queue d'hironde vers la riviere, les angles des retours formant 110 degrés.

Le revêtement de cette partie du canal du côté de la riviere aura 2 pieds 6 pouces d'épaiffeur, avec une retraite de 3 pouces fur la fondation du côté des terres; on donnera à ce revêtement 8 pieds 6 pouces de hauteur au-deffus de la fondation, réduit à 2 pieds 6 pouces au fommet.

A l'égard de l'autre revêtement du côté du moulin à fcier, il faudra lui donner la même épaiffeur qu'au précédent, fur la hauteur de 14 pieds 10 pouces pris à l'entrée du moulin, & le fommet conduit de niveau fur toute la longueur du moulin & du belvedere.

10°. La partie fupérieure du canal aura 4 pieds 4 pouces de largeur depuis la vanne jufqu'à la prife d'eau.

Son revêtement aura, des deux côtés, 8 pieds 6 pouces de hauteur au-deffus de la fondation, avec une retraite de 4 pouces du côté des terres, & 3 pieds d'épaiffeur réduit à 2 pieds 6 pouces au fommet.

11°. Dans la partie inférieure du canal, le courfier fera formé par des planches de bordage de deux pouces d'épaiffeur, clouées fur des poteaux de 3 pieds de hauteur & 5 pouces d'équarriffage, lefquels feront pofés à 4 pieds 6 pouces de milieu en milieu, appliqués contre le revêtement du canal, retenus en-haut & en-bas par des chevilles de fer enclavées dans la maçonnerie dans le tems de fa conftruction, & ces boulons traverfant les poteaux les retiendront avec des clavettes afin de pouvoir les renouveller au befoin.

12°. Selon les mefures précédentes, le courfier aura 2 pieds 4 pouces de largeur, & l'on aura deux appuis de maçonnerie de 6 pouces de largeur pour foutenir les poteaux des couliffes de la vanne; puifque le canal fupérieur a un pied de largeur de plus que celui

celui d'en-bas, ces poteaux auront 14 pouces de largeur ſur 10 d'épaiſſeur & 12 pieds de hauteur ; ils doivent être aſſemblés dans une ſemelle de 4 pieds 6 pouces de longueur ſur 14 de largeur & 10 d'épaiſſeur.

13°. L'intervalle des poteaux des couliſſes ſe trouvera de 2 pieds, qui ſera la largeur du pertuis, ou le paſſage de l'eau ſur la roue, lequel ne devant avoir qu'un pied de hauteur au-deſſus du radier, il faudra, ſur cette hauteur, pratiquer une feuillure de 2 pouces de profondeur ſur 4 de largeur, pour recevoir la vanne qui doit fermer le pertuis, qui n'aura par conſéquent qu'un pied de hauteur.

Au-deſſus de la feuillure précédente, on en pratiquera une ſeconde de 4 pouces de profondeur ſur autant de largeur, & de 7 pieds de hauteur, pour recevoir des planches de 2 pouces d'épaiſſeur, clouées à demeure, qui doivent ſoutenir l'eau qui eſt au-deſſus du pertuis.

Le chapeau à travers lequel paſſera l'éguille de la vanne, doit avoir 5 pieds 6 pouces de longueur ſur 12 pouces de largeur & 10 d'épaiſſeur.

Je ſupprime les articles qui regardent la main d'œuvre du canal & la conſtruction de la cage du moulin, pour ne point anticiper ſur la ſeconde Partie de cet Ouvrage.

Je dirai pourtant qu'il faut que le revêtement du canal ſupérieur, du côté du moulin, ſoit compoſé d'une bonne maçonnerie de mortier de ciment, pour empêcher que les eaux du canal ne tranſpirent, & ne viennent inonder la cave ; c'eſt pourquoi il faudra en uſer de même pour le mur de cette cave, qui repond à l'entrée du moulin, & avoir ſoin d'appliquer derriere ſes murs un bon conroi de terre glaiſe.

Deſcription d'un autre moulin à ſcier le bois, plus ſimple que le précédent.

PLAN. 3. FIG. 2 & 3.

709. Dans les pays de montagnes, où l'on a des chûtes d'eau qui tombent d'une grande hauteur, on trouve des moulins à ſcier un peu plus ſimples que celui que je viens de décrire, parce que l'on ne ſe ſert point de rouets ni de lanternes, le mouvement de la ſcie dépendant immédiatement de celui de la grande roue, comme on en peut juger par la ſeconde & la troiſieme figure de la planche troiſieme, où l'on voit que le canal A, dont je ne détermine point la hauteur, conduit l'eau qui fait tourner une roue B, dont l'eſſieu eſt coudé comme une manivelle pour recevoir l'extremité C de la ſcie, qui agit librement par le haut dans les couliſſes DD : quand elle monte, elle fait faire un mouvement au levier E qui en communique un autre à la hampe F pour faire tourner la roue dentée I qui fait avancer le chariot N, à l'aide du déclit K du pignon

L, en s'engrainant dans les dents M, à-peu-près comme on l'a vu ſur les planches précédentes.

PLAN. 3. FIG. 7. Au lieu de la manivelle, il y a de ces ſortes de moulins qui ont à l'arbre de la roue deux morceaux de bois RR, (*voyez Figure* 7) qui le traverſent diamétralement, au bout deſquelles il y en a deux autres SS, formant des levées, attachés l'un deſſus, l'autre deſſous: on charge la ſcie d'un poids capable de la faire deſcendre en ſurmontant la réſiſtance du bois qu'on veut ſcier: au bas du chaſſis de la ſcie il y a un mentonnet T, qui étant rencontré par les levées S, S, à chaque tour de roue, force la ſcie à monter & deſcendre deux fois, au lieu que la manivelle ordinaire ne la fait deſcendre qu'une fois à chaque tour de roue.

Je ne m'arrêterai pas davantage à détailler les figures de cette planche, puiſqu'au premier coup d'œil on peut juger de ce qu'elles ſignifient; c'eſt à ceux qui auront à faire conſtruire de pareils moulins, à voir lequel des deux que je donne ici, peut convenir le mieux à la ſituation des lieux, & à tirer de l'un & de l'autre les parties qu'on eſtimera les plus néceſſaires.

Expériences ſur le travail des ſcieurs de long.

710. Le bois ſec eſt plus difficile à ſcier que le tendre ou le verd, à-peu-près dans le rapport de 4 à 3; ayant éprouvé ſur deux pieces de chêne de 12 pouces d'équarriſſage, que la premiere, qui étoit de vieux bois, mais ſain & dur, a été ſciée ſur la longueur de 12 pieds en 25 minutes, & que celle qui étoit de bois verd a été ſciée ſur la même longueur en 18 minutes.

J'ai reconnu, par expérience, que trois hommes appliqués à une ſcie, deux en-bas & un en-haut, peuvent ſcier une piece de bois de chêne verd de 12 pouces d'épaiſſeur ſur la longueur de 10 pieds par heure, & continuer ce travail 6 heures le matin, & 6 heures l'après-midi, par conſéquent ſcier 120 pieds par jour.

Les mêmes ne peuvent ſcier que 5 pieds par heure de bois de chêne ſec de 12 pouces d'épaiſſeur, & qu'environ 60 pieds par jour, c'eſt-à-dire, la moitié moins que ſi le bois étoit verd.

Ils peuvent ſcier 14 pieds par heure de bois blanc & verd, qui auroit 12 pouces d'épaiſſeur, & ſeulement 6 pieds $\frac{1}{2}$, ou 7 pieds tout au plus, quand il eſt ſec.

Ils ne peuvent ſcier que 17 à 18 pieds par heure de bois de chêne dur, de 7 ou 8 pouces d'épaiſſeur, & quand il eſt verd, environ 25 ou 26 pieds, & ſi c'eſt du bois blanc dur, ils en peuvent débiter juſqu'à 31 ou 32 pieds, ainſi des autres pieces, dont ils ſcieront plus ou moins, à-peu-près dans la proportion inverſe de leur épaiſſeur.

711. Pour ne rien négliger de ce qui peut appartenir à ce Chapitre, j'ajouterai ici la deſcription d'une machine pour ſcier le marbre, dont le deſſein, qu'on voit ſur la planche quatrieme, vient de M. *Morel*.

Deſcription d'un moulin pour ſcier le marbre.

Peu de gens ignorent la maniere dont on ſcie d'ordinaire les blocs de marbre; on ſe ſert d'une ſcie unie & ſans dents, où deux hommes ſont employés, un de chaque côté, leſquels de tems en tems jettent du grais pilé dans la voie de la ſcie, pour uſer le marbre, & y font tomber de l'eau pour empêcher la ſcie de s'échauffer: la monture de la ſcie eſt déſignée par la lettre A au plan & à l'élévation, auſſi-bien qu'au profil exprimé par la troiſieme figure. Cette derniere montre que les bras de la ſcie ſont creux en forme de couliſſes ſur la hauteur de 5 pieds, pour répondre aux plus gros blocs qu'on a coutume de débiter: & comme la ſcie ne peut agir ſur le marbre que par l'effort qu'elle fait pour s'y enfoncer, on ſuppoſe que chacune de ſes extrémités eſt chargée d'un cube de plomb, dont on déterminera la peſanteur dans l'exécution, pour la faire deſcendre à meſure que le travail avance. Cette monture, outre les pieces de ſon aſſemblage, eſt encore munie de deux oreilles CC pour la ſoutenir & la faire gliſſer ſur les chevalets DD, poſés en droite ligne, & eſpacés de maniere que la monture de la ſcie puiſſe facilement couler entre deux.

PLAN. 4. FIG. 1, 2, & 3.

Comme on peut faire agir pluſieurs ſcies à la fois, je ne parlerai d'abord que d'une des deux qui eſt au plan. On voit que la puiſſance doit être appliquée à une manivelle E, de 12 pouces de coude, qui répond à une lanterne F de 8 pouces de diametre, s'engrainant avec une roue dentée G dont le diametre eſt de 16 pouces: à l'eſſieu de la roue G eſt une autre roue H qu'on ne peut voir que dans la premiere figure, étant cachée au plan ſous la piece I. Cette roue, qui a 20 pouces de rayon juſqu'aux extrémités de ſes dents, n'eſt dentée que ſur la moitié de ſa circonférence: ces dents s'engrainent avec les coches de la cremaillere I, attachée par une de ſes extrémités à la monture de la ſcie, & à l'autre eſt une corde qui, après avoir paſſé ſur une poulie, va aboutir à un poids K.

Quand la puiſſance fait tourner la manivelle, les dents de la roue H rencontrant celles de la cremaillere I, l'obligent, malgré la peſanteur du poids K, de faire un chemin de 30 pouces de la gauche à la droite; alors la ſcie eſt pouſſée du même côté, & quand la roue H a fait une demi-révolution, ne préſentant plus de dents qui accrochent la cremaillere, la ſcie eſt ramenée de la droite à la gauche par l'action du poids K; ainſi il faut que la manivelle faſſe

deux tours pour que la ſcie aille & revienne une fois ; & de ces deux tours qu'eſt obligé de faire la puiſſance à chaque révolution de la roue H, on voit qu'il y en a toujours un où elle n'a aucune réſiſtance à ſurmonter que celle qui peut venir de la part du frottement.

Le diametre de la lanterne F n'étant que moitié de celui de la roue G, la ſcie faiſant 30 pouces de chemin à chaque demi-révolution de la roue H, pour laquelle la manivelle eſt obligée de faire un tour, la vîteſſe de la puiſſance agiſſante ſera donc à celle de la ſcie en montant, à-peu-près comme 75 eſt à 30, ou comme 5 eſt à 2 ; ainſi l'on voit que la réſiſtance de la ſcie ſera à la puiſſance appliquée à la manivelle comme 5 eſt à 2. (89)

Comme il faut ordinairement deux hommes pour mouvoir la ſcie, que je ſuppoſe faire enſemble un effort de 50 liv. (120) on peut dire, en faiſant abſtraction du poids K, que la puiſſance appliquée à la manivelle doit être de 20 livres ; mais comme il faut autant d'effort pour ramener la ſcie que pour la pouſſer en avant, puiſque les deux cubes de plomb dont elle eſt chargée exercent toujours également leur peſanteur, il ſuit que le poids K doit être au moins de 50 livres. Mais ce poids qui rend la puiſſance agiſſante nulle dans un des deux tours de la manivelle, lui devient contraire dans l'autre, puiſqu'il ſe réunit à la réſiſtance de la ſcie qui ſera, en montant, de 100 liv. dont prenant les $\frac{2}{5}$ pour la puiſſance appliquée à la manivelle, elle ſera donc de 40 livres, pour laquelle il faudra deux hommes ; ce qui fait voir que juſques-là cette machine n'eſt d'aucun avantage, puiſque les deux hommes qu'il faut y employer, ne faiſant guere plus de beſogne que s'ils agiſſoient tout uniment, il eſt plus à propos de leur laiſſer ſuivre l'uſage ordinaire que de les aſſujettir à gouverner une machine qui ne les ſoulage aucunement, ne regardant point comme un avantage les intervalles où le poids K agit ſeul.

Cependant le défaut qu'on vient d'appercevoir peut être corrigé en faiſant agir enſemble deux ſcies au lieu d'une, comme on le voit dans la ſeconde figure, ayant deux manivelles qui auront un eſſieu commun, & coudées d'un ſens oppoſé ; on pourra faire que l'une des ſcies recule pendant que l'autre avance, & employant un homme à chaque manivelle, ils partageront enſemble l'effort qu'il faudra pour faire monter une des ſcies, tandis que le poids K ramenera l'autre ; leur effort ne ſera tout au plus que de 20 livres chacun, & toujours égal, parce que les deux roues H ayant leurs dents diſpoſées d'un ſens oppoſé, au moment que l'une abandon-

nera sa cremaillere, l'autre accrochera la sienne : alors deux hommes feront aisément la besogne de quatre qui n'auroient pas le soulagement que donne une machine; mais il faut être assujetti à scier deux blocs à la fois.

Pour juger du progrès de la puissance qui fera mouvoir cette machine, il faut se rappeller que, selon l'article 122, l'effet de la force d'un homme est de lever 25 livres, ayant 1000 toises de vîtesse par heure; ainsi divisant 1000 toises ou 6000 pieds par la circonférence que décrira la manivelle à chaque tour, on trouvera que la puissance pourra faire faire à la manivelle 954 tours $\frac{1}{2}$ par heure, & à-peu-près 16 tours par minute, qui est le nombre de traits que le marbre recevra de chaque scie dans le même tems; car ici, comme les scies ne sont pas dentées, elles font autant d'effet en montant qu'en descendant, j'ajouterai que l'homme appliqué à chaque manivelle n'ayant besoin, selon notre calcul, que de 20 liv. de force pour mouvoir la machine, il est à propos que le poids K soit de 60 liv. afin qu'il descende au moins avec autant de vîtesse que la puissance le fait monter; alors supposant que chaque homme emploie sa force naturelle, c'est-à-dire 25 livres, ils en auront ensemble plus qu'il n'en faut pour agir avec aisance, surmonter le frottement & l'effort des 10 livres que nous avons ajoutés au poids K. M. *Morel* veut que chaque manivelle soit accompagnée d'une volée L, dans la pensée que la puissance en tirera beaucoup de soulagement, mais comme elles ne font tout au plus qu'entretenir l'uniformité du mouvement, sans rien augmenter à la puissance, maïgré le préjugé de la plûpart des Machinistes & des Ouvriers, je ne m'y arrêterai point.

Quoique je ne fasse pas grand cas de cette machine, je n'ai pas laissé de la rapporter, moins pour en proposer l'exécution que pour avoir occasion d'appliquer les principes à des exemples différens.

712. Voici la description d'un moulin pour percer des tuyaux de bois propres à la conduite des eaux, que je tiens encore de M. *Morel*.

Description d'un moulin pour percer des tuyaux de bois.

Comme on suppose que ce moulin doit être mis en mouvement par un courant, ou par une chûte d'eau, il s'agit d'abord d'une roue A, à l'arbre de laquelle il y a un rouet B qui fait tourner horizontalement les lanternes C & D, dont l'axe commun doit par conséquent être vertical. La lanterne D fait tourner en même tems deux rouets E & F; le premier E, qui est vertical, fait agir la tarriere qui perce le bois, & le second F, qui est horizontal, fait avancer le

PLAN. 5. FIG. 1, 2, & 3.

chariot qui porte la piece qu'on veut percer, par le moyen de la roue dentée G, mise en mouvement à l'aide des hampes H & I, dont la premiere accroche les dents de la roue G pour la tirer de H en F, & la seconde pousse au contraire cette roue d'un sens opposé; & comme cette derniere manœuvre est à-peu-près la même que celle qu'on a vu dans la description que j'ai faite du premier moulin pour scier le bois, (691) on concevra aisément que l'axe K de cette roue qui ne bouge point de sa place, ayant deux lanternes qui s'engrainent avec les dents du chariot, la piece à percer doit nécessairement avancer toujours avec la même force à la rencontre de la tarriere, & d'une maniere si simple & si naturelle, que cette machine ne peut pas manquer de réussir lorsqu'elle sera bien exécutée.

La tarriere pouvant avoir depuis 9 jusqu'à 12 pieds de longueur, il a fallu en soutenir le poids, afin qu'elle ne plie point, & qu'elle perce toujours d'une maniere uniforme : la difficulté a été de faire ensorte que les supports ou *lunettes* L ne fassent point d'obstacle au chemin du chariot : voici l'expédient qui a paru le plus commode.

Si l'on considere la cinquieme & la sixieme figure, on verra
Fig. 4, 5, 6 & 7. deux regles à coulisses *c*, *c*, qu'on suppose arrêtées à quelque piece de la charpente du moulin ; ces coulisses embrassent une petite planche suspendue à une corde, au bas de laquelle on a attaché les lunettes *b*, *b*, avec des charnieres aux endroits *e*, *e*; & afin qu'elles ne s'écartent pas hors du plan vertical, elles sont accompagnées d'un tenon *f*, fait en quart de cercle, encastré dans l'épaisseur de la planche *a* où elles peuvent jouer librement. Sur l'épaisseur d'une des lunettes est attaché un ressort *g*, qui fait qu'elles ne peuvent se joindre qu'en les contraignant d'entrer par le bas dans une entaille ou mortoise *d*, pratiquée dans l'épaisseur d'un bout de regle ; alors ces deux pieces n'en composent plus qu'une percée d'un trou dans lequel doit passer la tarriere. (Fig. 5.)

On voit par la quatrieme figure que la corde à laquelle est attachée la planche *a*, passe sur deux poulies *h*, *h*; qu'à l'autre bout
Plan. 5. Fig. 4, 5, & 6. de cette corde est suspendu un poids *i* qui repose sur une trappe N, laquelle est appuyée d'une part à l'endroit O, & attachée de l'autre par une charniere à un levier K, qui a son centre de mouvement uni à une piece de charpente H; de sorte qu'appuyant contre l'extrémité M du levier, la trappe N abandonne l'appui O, le poids descend, & fait monter la piece *a*; alors les lunettes *b*, *b*, sortent de la mortoise *d*, & le ressort *g* les écarte.

Quand on voudra percer une piece, on ſoutiendra la tarriere en diſpoſant les lunettes de la façon que je viens de l'expoſer, & le chariot venant à rencontrer l'extrémité M du levier K fera tomber le poids; les lunettes s'ouvriront à l'inſtant, ſeront enlevées & dégageront le paſſage.

On voit ſur cette planche des tuyaux de différente eſpece dont il ne convient point de parler préſentement; c'eſt pourquoi nous nous réſervons d'en faire mention lorſqu'il s'agira de la conduite des eaux, ne les ayant rapporté ici que pour profiter des endroits qui n'étoient point occupés.



CHAPITRE III.

Des Moulins pour fabriquer la poudre à canon, & d'une machine pour pulvériser le ciment.

DEPUIS qu'on a abandonné les machines dont les Anciens se servoient à la guerre, pour ne faire usage que des armes à feu, la consommation de la poudre à canon est devenue si grande qu'il a fallu chercher un moyen de la fabriquer plus promptement qu'on ne faisoit au commencement qu'elle fut découverte. On a imaginé des moulins, pour pulvériser les matieres dont elle est composée, que l'on met en mouvement par l'action de l'eau ; c'est ces especes de moulins que je me propose de décrire présentement, à cause du rapport qu'ils ont avec l'Artillerie, à la perfection de laquelle mon devoir m'engage de travailler, & par la ressemblance qu'ils ont avec tous les autres moulins à pilons, ce que je vais dire d'intéressant pouvant leur être appliqué.

Produit des moulins à poudre qui sont en France.

713. Il y a en France 36 moulins qui peuvent fournir environ 500 milliers de poudre par mois : ces moulins sont répandus en différentes villes du royaume, entr'autres à la Fere où il y en a un, qui est celui que je donne ici, exécuté à côté de l'écluse dont j'ai fait mention dans l'article 690. Les planches premiere & seconde en expriment si naturellement toutes les parties, qu'il ne faut qu'une médiocre attention pour en juger.

PLAN. 1 & 2. FIG. 1 & 2.

L'arbre AE sert d'essieu à un rouet FG qui s'engraine dans les deux lanternes H & I pour faire tourner deux arbres Q, R, nommés *hérissons*, parce qu'ils sont traversés par des bouts de solives K, nommés *levées*, servant à lever les pilons L qui battent les matieres qu'on met dans les mortiers P.

Ces hérissons sont portés par deux chevalets qui posent sur deux semelles ST d'une seule piece, qui n'excede que tant soit peu le rez-de-chaussée du moulin : les bouts de solives qui traversent diamétralement les hérissons ont 40 pouces de longueur, & sont au nombre de 12 à chaque *batterie*, ce qui fait 24 *levées*, disposées comme sont les points angulaires d'un poligone régulier de 24 côtés ; ainsi à chaque tour que font les lanternes H & I, il n'y a point de pilon qui ne soit enlevé deux fois.

Les *mortiers* P, qui sont au nombre de 12 à chaque batterie, sont pratiqués dans une piece de bois de 24 pouces d'épaisseur sur

DEVELOPEMENT d'un Moulin a scier le Bois .

Premiere planche du Moulin .

Echelle pour les Plans et profils de cette planche .

1 2 3 4 5 6 pieds 12 18 24 30 pieds

PROFIL coupé sur les lignes AB et CD de la 2.e et 4.e fig .

Fig. 1.re

Surface de la terre, ou rez de chaussée de la Ville .

PROFIL coupé sur les lignes EF et GH de la 2.e et 4.e fig .

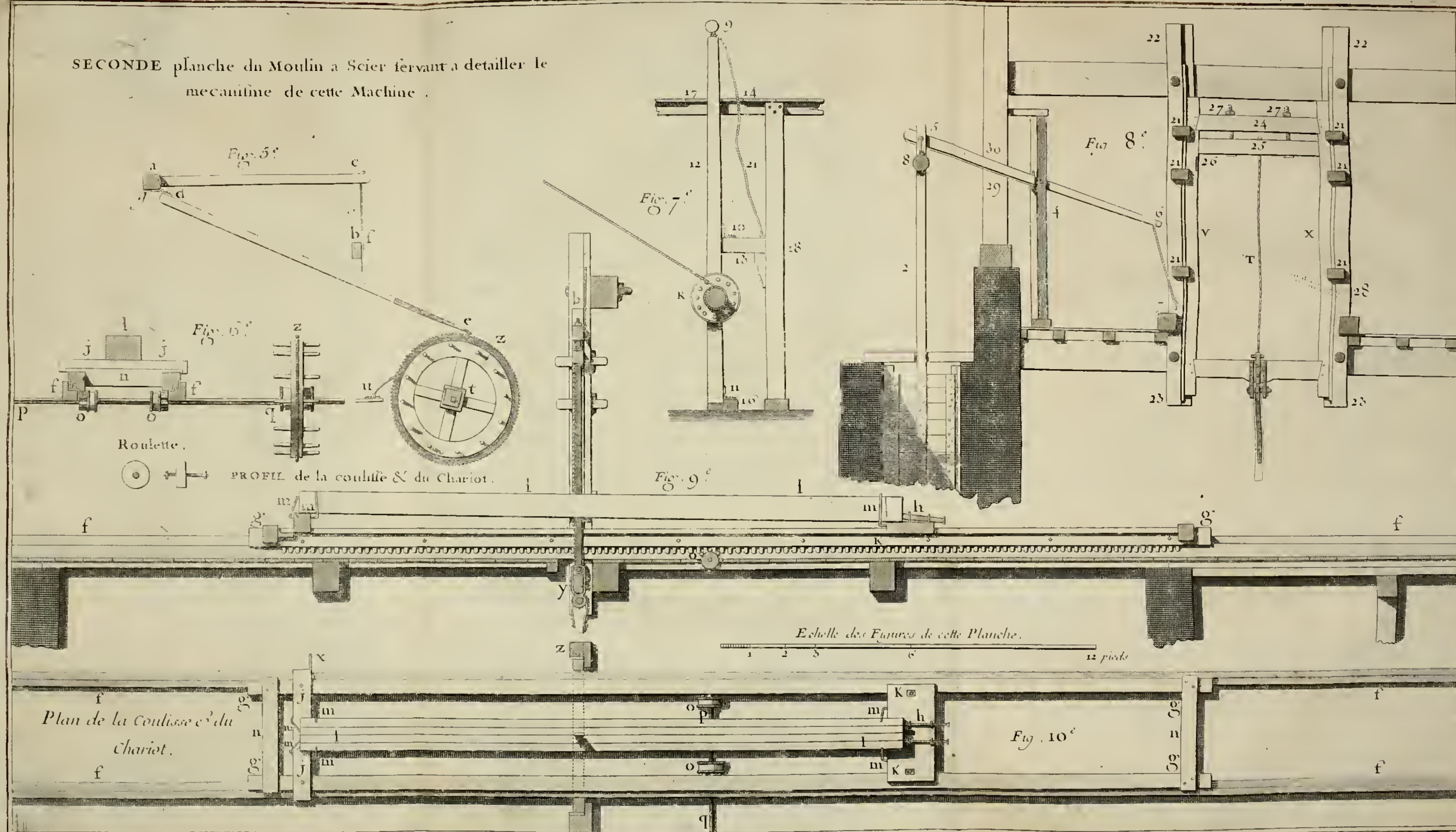
Fig. 3.e

Fig. 2.e

PLAN du Moulin vû au rez de chaussée .

Plan de la cave du Moulin .

Fig. 4.e


SECONDE planche du Moulin a Scier servant a detailler le mecanisme de cette Machine.
Fig. 5.e
Fig. 6.e
Fig. 7.e
Fig. 8.e
Fig. 9.e
Fig. 10.e
Roulette.
PROFIL de la coulisse & du Chariot.
Echelle des Figures de cette Planche.
12 pieds
Plan de la Coulisse & du Chariot.

DEVELOPEMENT des principales parties d'une aûtre sorte de moulin a sçier

Figure premiere

Fig. 2.e

Fig. 3.e

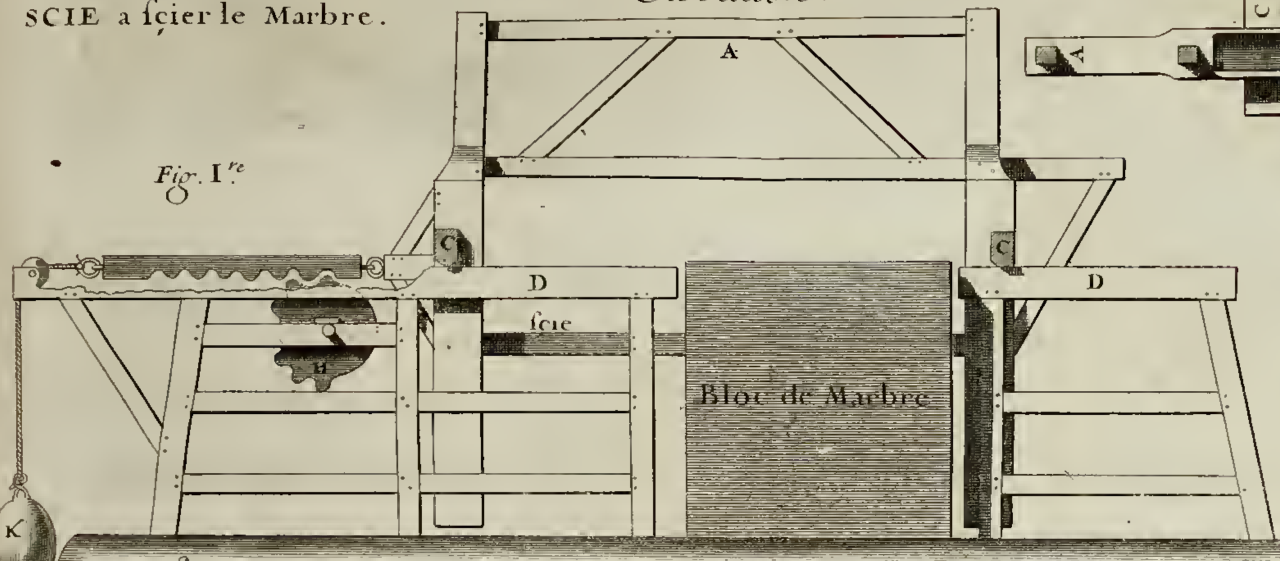
Fig. 4.e

Fig. 5.e

Fig. 6.e

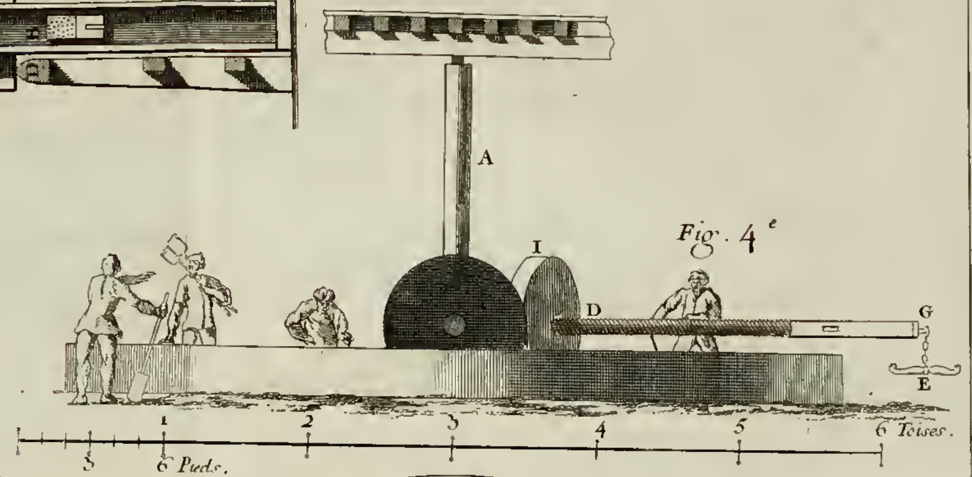
Fig. 7.e

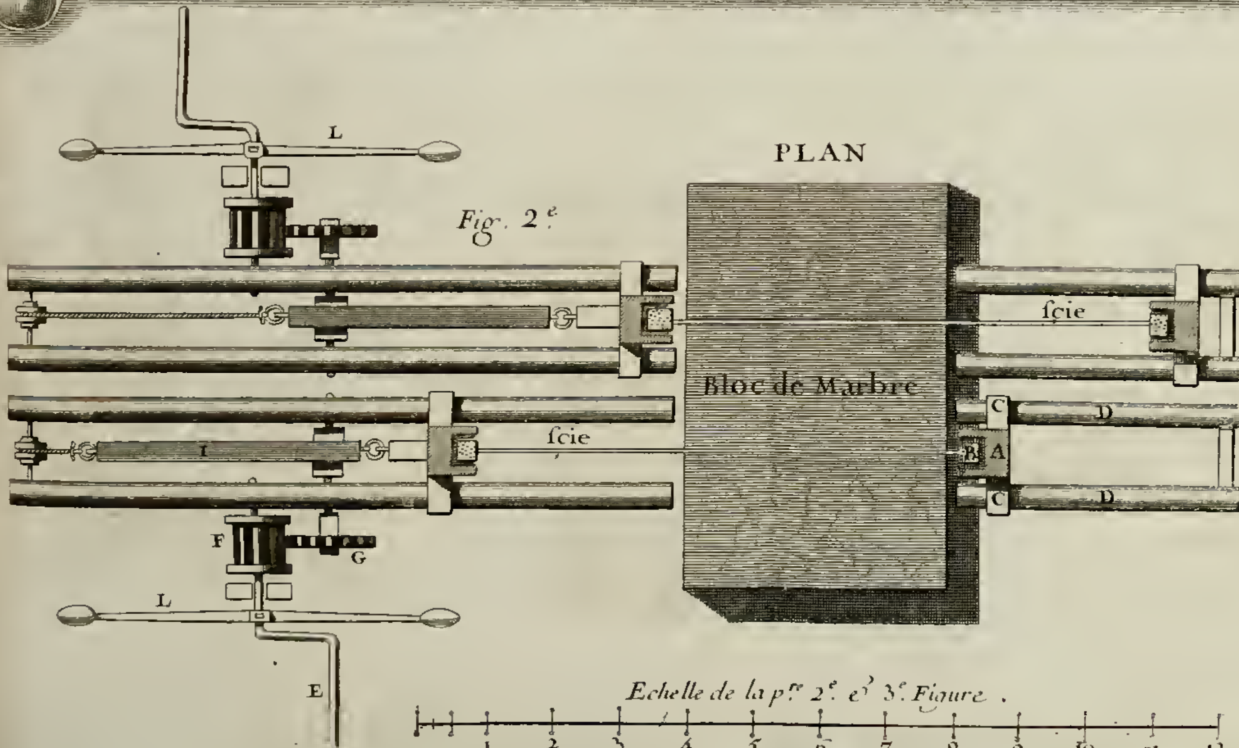
SCIE a ſcier le Marbre.

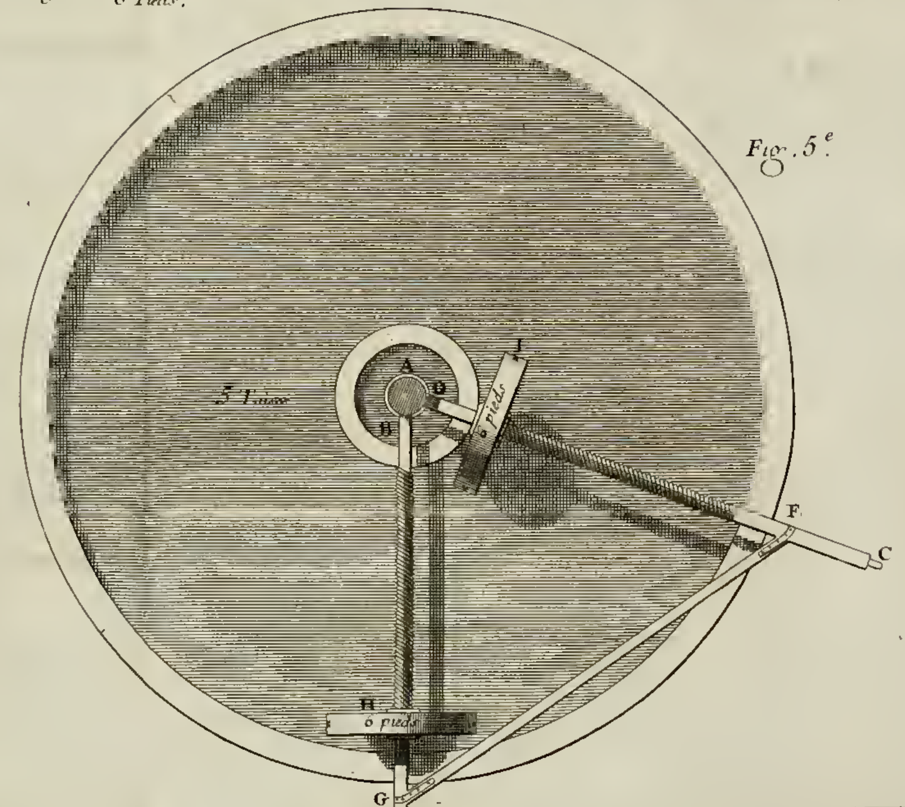


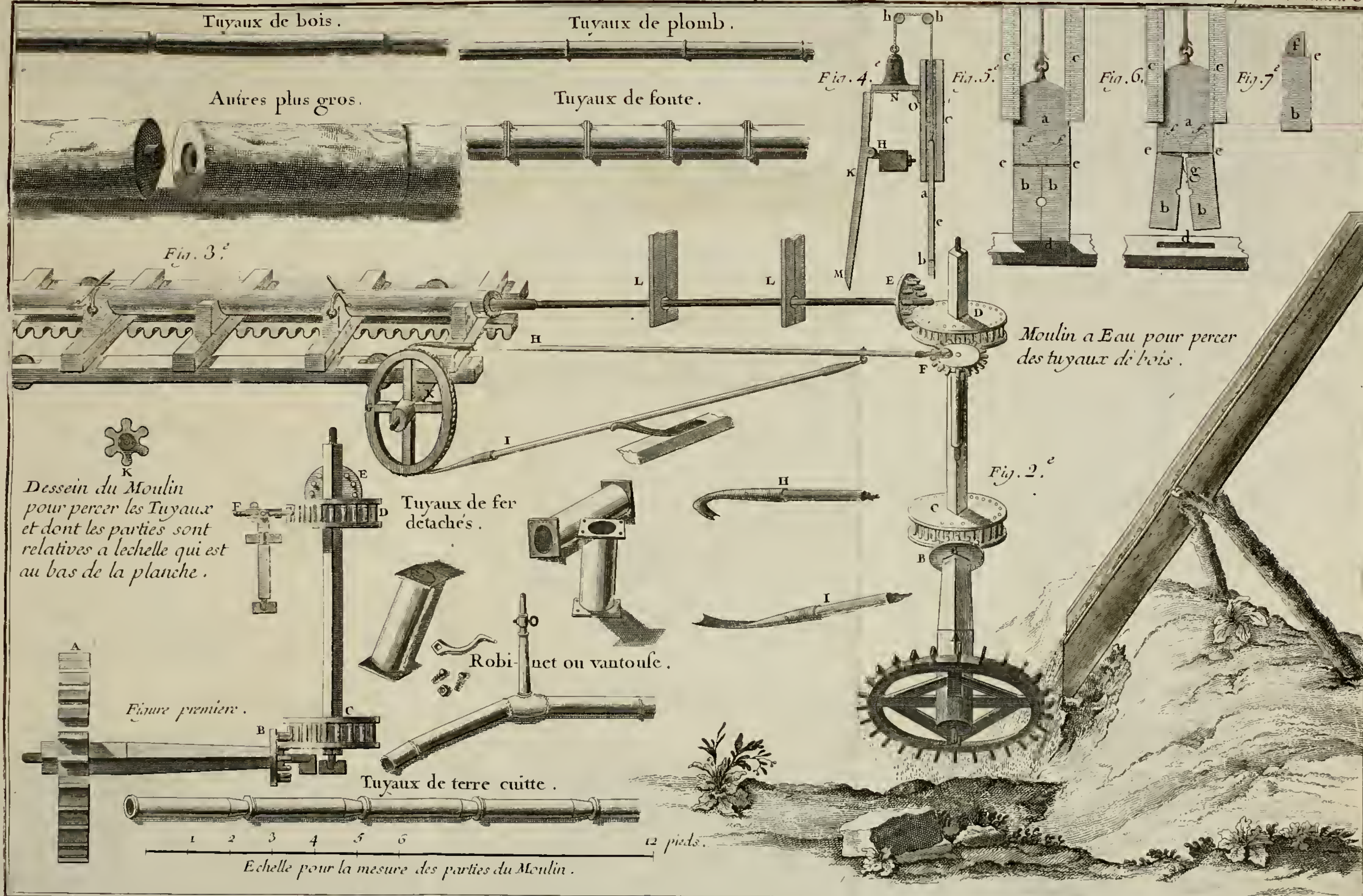


MACHINE pour piler du Ciment








Tuyaux de bois .
Tuyaux de plomb .
Autres plus gros .
Tuyaux de fonte .
Fig . 4.
Fig . 5.
Fig . 6.
Fig . 7.
Fig . 3.
Moulin a Eau pour percer des tuyaux de bois .
Dessein du Moulin pour percer les Tuyaux et dont les parties sont relatives a lechelle qui est au bas de la planche .
Tuyaux de fer detachés .
Fig . 2.
Robinet ou vantouse .
Figure premiere .
Tuyaux de terre cuitte .
1 2 3 4 5 6 12 pieds .
Echelle pour la mesure des parties du Moulin .

ſur 20 de largeur ; ces mortiers ſont percés dans le fond d'un trou de 6 pouces de diametre, en forme de cône tronqué renverſé, qu'on bouche enſuite par un tampon fait de bois de pommier, pour recevoir l'effort des pilons, & ménager la piece NO qui ſe fendroit ſans cette précaution, & ſi elle n'étoit embraſſée par des bandes de fer pour la fortifier. PLAN. 1 & 2. FIG. 1 & 2.

714. Les pilons peſent environ 65 livres, ils ont 10 pieds de hauteur ſur 3 pouces $\frac{1}{2}$ de largeur & 3 d'épaiſſeur ; ils ſont armés par le bas d'une *boîte* de fonte, & ſont entretenus perpendiculairement par deux priſons VX & YZ ; l'une YZ eſt d'une ſeule piece, & l'autre VX eſt compoſée de deux *moiſes* accolées & entretenues par deux *clefs* de bois marquées 2 qui les traverſent, & que l'on retient avec des *clavettes ;* ce que l'on fait exprès pour les ſéparer quand on veut retirer les pilons : alors la priſon qu'on détache ſe place ſur les ſupports 4. (Figure 3.) *Dimenſions & peſanteur des pilons.* FIG. 3.

Les *mentonnets* M ont 13 pouces de longueur, traverſent chaque pilon, & ſont retenus du côté de la queue par deux chevilles & une clef 5, faite en forme de coin pour les ſerrer.

Le rayon de la roue eſt de 8 pieds $\frac{1}{2}$ depuis ſon centre juſqu'à celui d'impreſſion des aubes : le rayon du rouet eſt de 4 pieds, & ſa circonférence eſt accompagnée de 48 dents : le rayon de chaque lanterne eſt de 20 pouces, & ſa circonférence eſt accompagnée de 20 fuſeaux ; ainſi à chaque révolution de la roue, le rouet fait faire deux tours & $\frac{2}{5}$ de tours à chaque lanterne ; par conſéquent, lorſque la roue aura fait 5 tours, les lanternes ou les hériſſons en auront fait 12, & chaque pilon aura donné 24 coups. *Dimenſions de la roue, du rouet & des lanternes.*

715. Il faut faire attention qu'il n'y a jamais à chaque hériſſon que quatre levées qui agiſſent à la fois ſur les pilons, c'eſt-à-dire, qu'une lanterne commençant à tourner, la premiere levée ſouleve ſon pilon, peu après la ſeconde levée ſouleve le ſien, la troiſieme & la quatrieme en font de même ; alors l'hériſſon a fait la ſixieme partie d'une révolution, parce que la premiere levée a décrit un arc de 60 degrés ; la lanterne continuant à tourner, cette levée abandonne ſon pilon au moment que la cinquieme accroche le ſien ; enſuite le ſecond pilon tombe, de ſon côté la ſixieme levée en accroche un, le troiſieme & le quatrieme tombent auſſi, & ſucceſſivement la ſeptieme & la huitieme levée accrochent le ſeptieme & le huitieme pilon ; ainſi ces levées ſoutiennent toujours quatre pilons à la fois, ou un poids de 260 livres ; d'où il ſuit qu'en faiſant abſtraction des frottemens, l'effet de la force motrice, dans cette machine, ſe réduit à élever un poids de 520 livres. *Les pilons ſont enlevés alternativement.*

FIG. 5.

Maniere de connoître la hauteur où les pilons sont élevés.

Quand la levée *cd* vient rencontrer le mentonnet *ab*, ils sont appliqués horizontalement l'un sur l'autre, & au moment qu'ils sont prêts à s'échapper, ils se trouvent dans la situation *fgh*; pour sçavoir la valeur de la ligne *gb*, qui exprime l'élévation du pilon, ou sa chûte : considérez que l'on a le triangle rectangle *gie*, dont on connoît l'hypothénuse *ge* de 20 pouces, & l'angle *gef* de 60 degrés, à l'aide desquels on trouvera la perpendiculaire *gi* de 17 pouces 3 lignes, d'où retranchant 15 lignes, pour la moitié de l'épaisseur de la levée, reste 16 pouces pour la hauteur *gb*.

La puissance qui fait tourner chaque hérisson, n'agit pas avec une force uniforme.

FIG. 5.

716. On remarquera que la puissance qui éleve chaque pilon n'agit pas avec une force uniforme; car supposons que la ligne *co* exprime le rayon de la lanterne, elle sera le bras de levier de la puissance qui fait tourner l'hérisson ; & comme ce rayon est égal à la ligne *ce* ou *eg*, la composée des deux *co* sera un levier dont le point d'appui sera dans le milieu quand la levée *cd* sera horizontale. Mais aussi-tôt que le mentonnet commencera à s'élever, le bras *ec* se raccourcira, & ne sera plus exprimé que par la ligne *em* quand le point *c* sera parvenu en *l*; & ensuite par la ligne *ei*, quand le même point *c* sera parvenu en *g*. Ainsi d'abord la puissance sera égale au poids, & ira toujours en diminuant jusqu'au moment qu'elle échappera le pilon pour le laisser retomber, & sa force dans ces deux extrémités sera comme *ec* est à *ei*, ou comme 2 est à 1 ; car l'angle *gei* étant de 60 degrés, la ligne *ei* sera moitié de *eg* ou de *ec*. Il est vrai que quand la même puissance éleve plusieurs pilons à la fois, il se fait une espece de compensation de leur pesanteur, & la puissance approche d'autant plus d'être uniforme qu'elle en éleve un plus grand nombre ; mais voici comme on pourra faire que la force qu'elle emploie pour élever chaque pilon soit toujours la même.

PLAN. 2. FIG. 4.

Chaque pilon peut être élevé avec une force toujours uniforme, en donnant aux levées une certaine courbure.

717. Supposant que dans la figure quatrieme le cercle STY représente le profil de l'arbre de l'hérisson, & que la ligne BA marque la distance d'un des mentonnets PB au centre A, il faut décrire de ce centre & de l'intervalle AB une circonférence BVX, sur laquelle on prendra les parties égales BC, CD, DE, EF, FG les plus petites que l'on pourra ; tirer les rayons AC, AD, &c. sur l'extrémité desquelles on élevera les perpendiculaires CH, DI, EK, FL, GM, qu'on fera égales aux arcs correspondans CB, DB, EB, FB, ensorte que la derniere GM soit égale à la hauteur où l'on veut que le pilon soit élevé. Cela posé, si l'on fait passer une courbe par les points B, H, I, K, L, M, elle formera une développée du cercle, qui est la figure qu'il faut donner à la surface

ſupérieure des levées, pour qu'elles agiſſent toujours avec la même force ſur les pilons ; car comme tous les rayons de cette courbe ſont des tangentes à la circonférence du cercle générateur BVX, le mentonnet ne touchera jamais la levée qu'en un ſeul point. Quand ce ſera au point K, par exemple, le rayon AE, qui répond à la tangente EK, ſera horizontal, par conſéquent EK ſera perpendiculaire à l'horizon, & déterminera la hauteur dont le pilon ſera monté. Comme il arrivera la même choſe à tous les points où le mentonnet touchera la levée, le bras de levier qui répond au mentonnet ſera toujours égal, étant exprimé par les rayons du cercle BVX, & le bras de levier de la puiſſance agiſſante qui répond à la lanterne demeurant auſſi le même, il ſuit que les pilons ſeront toujours levés avec une même force & ſelon une direction perpendiculaire à l'horizon, & que cette force ſera la moindre de toutes, puiſque le bras de levier qui répond au poids eſt le plus petit de tous ceux qui peuvent aboutir au mentonnet. Il eſt vrai que le frottement du pilon contre les priſons en deviendra un peu plus grand, ſelon l'article 237, mais la force qu'il faudra de plus à la puiſſance pour le ſurmonter, ſera bien au-deſſous de celle que l'on gagnera. PLAN. 2. FIG. 4.

Pour déterminer la poſition du point G, par conſéquent la grandeur de l'arc BG, il faut connoître le rayon AB, qui eſt ici de 11 pouces, en chercher la circonférence, qu'on trouvera d'environ 69, enſuite faire la ligne QZ égale à la hauteur dont le pilon doit être élevé, c'eſt-à-dire, de 16 pouces ; (715) & comme l'arc BG doit être égal à cette ligne, afin que la tangente GM réponde à l'élévation du pilon, il faut dire, comme la circonférence VX de 69 pouces eſt à 360 degrés, ainſi l'arc BG de 16 pouces eſt à la meſure de l'angle BAG, qu'on trouvera d'environ 79 degrés. Préſentement il faut diviſer l'arc BG & la ligne QZ en un nombre de parties égales *pairement-paires* pour plus de facilité, faire les tangentes en progreſſion arithmétique, & égales aux parties de la ligne QZ, moyennant quoi on tracera la courbe avec beaucoup de facilité.

Comme les levées n'auroient peut-être pas aſſez de force ſi, étant de bois, on leur donnoit la figure MBON, je crois qu'il vaut mieux les faire comme le marque le profil exprimé par la figure ſixieme, j'entends que la ſurface ABC étant une développée du cercle, le deſſous des levées, au lieu d'être évuidé, fût en ligne droite comme CD.

718. La poudre à canon eſt compoſée de *ſalpêtre*, de *ſoufre* & de *charbon* : le ſalpêtre ne s'emploie qu'après avoir été raffiné par trois cuites ; la meilleure maniere de faire le mêlange de ces *Compoſition de la poudre à canon.*

trois matieres eſt d'employer $\frac{3}{4}$ de ſalpêtre avec $\frac{1}{8}$ de ſoufre, & $\frac{1}{8}$ de charbon. Selon cette proportion, lorſque l'on fait de la poudre de *guerre*, on met dans chaque mortier 15 livres de ſalpêtre, 2 livres $\frac{1}{2}$ de ſoufre, & autant de charbon, ce qui fait enſemble 20 livres; ainſi les 24 mortiers de ce moulin fabriquent à la fois 480 livres de poudre.

En mettant la compoſition, on verſe dans chaque mortier 2 liv. d'eau, ou la valeur d'une pinte de Paris; (341) ces matieres ſont battues trois heures de ſuite, après quoi on les change de mortier, c'eſt-à-dire, que l'on met dans le ſecond mortier d'une des batteries ce qui étoit dans le premier; dans le troiſieme, ce qui étoit dans le ſecond; ainſi de ſuite juſqu'au dernier mortier, dont la compoſition eſt rapportée dans le premier. Cette manœuvre dure un quart-d'heure, enſuite les pilons agiſſent encore trois heures ſans interruption, après quoi on recommence tout de nouveau à remanier les matieres, & cela de trois heures en trois heures; ce qui donne environ 22 heures. Enſuite les matieres ſont portées au *grenoir*, où on les fait paſſer par un *crible*, & celle qui reſte pour n'avoir pu être grenée, eſt rapportée au moulin pour être battue encore pendant deux heures. Ainſi on emploie 24 heures pour fabriquer entiérement 480 liv. de compoſition, ſur leſquelles il peut y avoir environ une livre & demie, ou deux livres de déchet, avant que la poudre ſoit miſe en baril.

Maniere de liſſer la poudre à giboyer.

PLAN. I.

719. La poudre à *giboyer* ſe fait de la même compoſition que la poudre de guerre, mais on n'en met que 16 livres dans chaque mortier, afin que les matieres ſoient mieux incorporées, & après l'avoir grainée on la met dans les tonneaux 10 & 12 que l'on voit marqués ſur la premiere figure, pour la *liſſer:* ces tonneaux ſont traverſés d'un eſſieu, dont l'un des bouts s'ajuſte avec un des tourillons des hériſſons, & l'autre eſt porté par un chevalet. A chacun de ces tonneaux il y a quatre barres de bois qui traverſent d'un fond à l'autre: la poudre qu'on y met tournant avec les tonneaux, frotte contre leur ſurface intérieure & contre les barres, les grains s'affermiſſent & deviennent liſſés comme ils paroiſſent ordinairement, c'eſt pourquoi ces tonneaux ſont nommés *liſſoirs*; ils ont chacun quatre bondes pour en faire ſortir plus commodément la poudre.

La vîteſſe de la roue d'un moulin à poudre doit être modérée & ne

720. Quoique ce ſoit une commodité de ſe ſervir du mouvement des hériſſons pour liſſer la poudre, on aime mieux faire cette manœuvre ailleurs que dans les moulins, à cauſe des accidens qui en peuvent réſulter; car, quelque précaution que l'on prenne,

ces moulins ſautent de tems en tems par des cauſes qu'il n'eſt preſque pas poſſible de prévoir, & c'eſt ce qui eſt arrivé à celui-ci en 1734. Dans le tems que les Poudriers étoient occupés à remanier la compoſition, un d'eux eut l'imprudence de vouloir enfoncer un clou qui devoit retenir une planche qui s'étoit détachée d'une des batteries, le pulvérin qui ſe trouva dans le trou prit feu, & à l'inſtant le moulin ſauta, & tous ceux qui étoient dedans, ſans qu'il en ſoit échappé un ſeul. J'ai rapporté ce trait pour faire voir la conſéquence de n'employer dans ces ſortes de moulins que le moins de ferrure qu'il eſt poſſible, & de ne jamais ſe prévaloir de la force du courant pour donner à la roue une trop grande vîteſſe qui occaſionneroit des frottemens précipités qui peuvent avoir de fâcheuſes ſuites; il faut que la roue ne faſſe jamais plus de 10 à 11 tours par minute.

faire qu'environ 10 à 11 tours par minute.

Il nous reſte à examiner quel eſt l'effet de cette machine dans ſon état actuel, afin de voir ſi elle remplit ce qu'on eſt en droit d'en exiger.

Examen de l'effet de ce moulin dans ſon état actuel.

721. La hauteur moyenne de l'eau qui ſort par le pertuis eſt de 6 pieds 8 pouces 9 lignes, qui répond, dans la Table premiere, à une vîteſſe de 20 pieds un pouce une ligne par ſeconde, ou de 1205 pieds par minute.

La roue a 17 pieds de diametre, & fait 10 tours $\frac{1}{2}$ par minute; ainſi ſa vîteſſe, dans le même tems, ſera de 561 pieds; le rapport de la vîteſſe du courant à la vîteſſe de la roue eſt donc comme 1205 eſt à 561, ou à-peu-près comme 15 eſt à 7; ainſi nous pouvons prendre 15 pour la vîteſſe du courant, & 7 pour la vîteſſe de la roue; alors la différence de ces deux nombres, qui eſt 8, exprimera la vîteſſe reſpective du courant qui frappe les aubes dans l'état actuel de la machine, (585) au lieu que, pour le plus grand effet, cette vîteſſe devroit être exprimée par 10, & celle de la roue par 5.

D'où il ſuit que la force de l'eau, dans ces deux cas, ſera comme 64 eſt à 100, ou à-peu-près comme 2 eſt à 3; (568) les bras de levier reſtant les mêmes dans ces deux cas, & la réſiſtance cauſée par les frottemens ſuivant à-peu-près la proportion des poids que la machine aura à enlever, on voit que ſi dans le premier cas le poids eſt exprimé par 2, il le ſera par 3 dans le ſecond, c'eſt-à-dire, que chaque hériſſon, au lieu de n'élever que 4 pilons à la fois, pourroit en élever 6; c'eſt ce que nous allons démontrer en faiſant l'analyſe de tout ce qui mérite d'être conſidéré dans le jeu de cette machine.

Maniere de considérer la résistance des pilons.

PLAN. I. FIG. 7.

722. J'ai dit, article 715, qu'à chaque batterie il y avoit toujours quatre pilons en l'air, & qu'au moment que le quatrieme étoit prêt à retomber, la levée qui le soutenoit faisoit, avec l'horizon, un angle AFE de 60 degrés. J'ajouterai que si les lignes NA, GH, IK, LM représentent les mentonnets de ces pilons, les levées FD, FC, FB, FA, qui leur répondent, formeront avec la ligne horizontale EF, quatre angles qui se surpasseront en progression arithmétique; car le premier ED sera de 15 degrés, le second EC de 30, le troisieme EB de 45, & le quatrieme EA de 60. Si l'on abaisse sur EF les perpendiculaires DO, CP, BQ, AR, elles seront les sinus des angles précédens, & par conséquent les lignes FO, FP, FQ, FR seront les sinus de leurs complémens & en même tems les bras de levier qui répondent aux quatre mentonnets, selon l'article 716; d'autre part la ligne FX, égale à FA, exprimera le sinus total, & le bras de levier de la puissance qui agit à l'extrémité X sur un des fuseaux de la lanterne.

Il faut, pour calculer la résistance des pilons, chercher un bras de levier moyen.

FIG. 8.

723. Si l'on conçoit les quatre pilons réunis à un seul, il faudra que les quatre bras de levier qui leur répondent n'en fassent qu'un; pour cela, il n'y a qu'à prendre dans la Table les sinus des angles de 75, 60, 45, 30 degrés, les ajouter ensemble pour avoir 303904 dont il faudra prendre le quart, qui est 75976, pour le bras de levier moyen, dont on aura la valeur en disant: Comme le sinus total est au nombre précédent, ainsi 20 pouces, valeur du rayon FX, est au bras de levier moyen, qu'on trouvera d'environ 15 pouces, que nous supposerons appartenir à un seul pilon NO.

Maniere de calculer la pesanteur qu'il faut donner aux pilons dans le cas du plus grand effet.

724. Il s'agit de découvrir quelle pesanteur il faudroit donner à ce pilon dans le cas du plus grand effet, eu égard à la force du moteur & à tous les frottemens qui se rencontrent dans le jeu de ce moulin. Pour cela, il faut être prévenu que l'intervalle DF de la verticale NO, qui passe par le milieu du pilon, à l'axe de l'hérisson, doit être de 24 pouces, d'où retranchant 15 pouces pour le bras de levier moyen FG, il en reste 9 pour la valeur de la ligne DG ou BC, c'est-à-dire, pour la partie du mentonnet qui marque la distance de l'axe du pilon au point où l'on suppose constamment appliquée la puissance qui doit élever le pilon. Nous supposerons aussi, pour rendre le calcul moins composé, que lorsque le mentonnet est élevé à la moitié de la hauteur où doit monter le pilon, il se rencontre au milieu de l'intervalle des prisons R & S, parce qu'alors le frottement qui se fera en ces deux endroits sera le même. (236)

FIG. 8.

Nommant l'intervalle de B en R, ou de B en S, f; la longueur

BC du mentonnet g; & x la peſanteur du pilon réunie dans le poids L, on aura $\frac{2gx}{3f}$, ſelon l'article 238, pour le frottement du pilon contre les priſons R & S, à quoi ajoutant le poids x, il vient $x + \frac{2gx}{3f}$ pour la perpendiculaire CI, qui exprime le poids que la puiſſance aura à ſurmonter. Or comme cette puiſſance ſera appliquée à l'extrémité X du levier coudé CFX, tandis que l'autre extrémité C gliſſera de B en A ſous le mentonnet pour l'élever; il faut, afin d'avoir égard au frottement qui en réſultera, faire le rectangle IH, enſorte que le côté IL ſoit le tiers de IC; alors la diagonale CL exprimant enſemble le poids & le frottement, on aura $CL = \overline{x + \frac{2gx}{3f}} \times \frac{19}{18}$ (280, 281). Mais comme CL agit obliquement ſur le bras de levier FC, il faut élever la perpendiculaire CM, & former le rectangle QM; alors la force CL ſera diviſée en deux autres MC & LM dont il n'y aura que la premiere qui répondra à l'action de la puiſſance X, puiſque la ſeconde LM, ou QC, ſe trouvera directement oppoſée au point d'appui F. Fig. 8.

Pour avoir l'expreſſion de la ligne CM, conſidérez que ſi l'on prolonge LC, on aura les angles égaux MLC & FCE, à cauſe des paralleles ML & CF, & que l'angle ICL étant égal à ECG, ce dernier ſera de 18 degrés 26 minutes. (269) Remarquez auſſi que la ligne FG eſt le ſinus de l'angle GCF, que nous avons trouvé (723) de 75976, qui répond, dans la Table, à 49 degrés 22 minutes, leſquels étant ajoutés avec 18 degrés 26 minutes, donnent 67 degrés 48 minutes pour la valeur des angles ECG & CLM. On aura donc CL eſt à CM, comme 100000 eſt à 92587, ou à-peu-près comme 14 eſt à 13, d'où l'on tire $CM = \overline{x + \frac{2gx}{3f}} \times \frac{19}{18} \times \frac{13}{14}$, ou $CM = \overline{x + \frac{2}{3} \times \frac{gx}{f}} \times \frac{252}{247}$.

Comme l'intervalle RS des deux priſons eſt de 6 pieds, RB, ou BS ſera de 36 pouces; & ayant dit (724) que BC étoit de 9, on aura $\frac{9}{36}$, ou $\frac{1}{4} = \frac{g}{f}$. Subſtituant donc cette valeur dans l'équation précédente, on aura $\overline{x + \frac{x}{6}} \times \frac{252}{247}$, ou $\frac{7}{6}\, x \times \frac{252}{247} = CM$; & nommant y la réſiſtance CM, on aura $x \times \frac{1729}{1512} = y$. Fig. 8.

725. Il nous reſte à former une équation qui facilite la connoiſſance du poids x, en y faiſant entrer les frottemens. Il faut ſe rap-

peller que la hauteur moyenne de l'eau eſt de 6 pieds 8 pouces 9 lignes, (721) laquelle répond, dans la Table troiſieme, à un choc de 471 liv. par pied quarré; & comme les aubes en ont 2 $\frac{1}{2}$ de ſuperficie, la force abſolue du courant ſera de 1177 liv. $\frac{1}{2}$, dont prenant les $\frac{4}{9}$, (589) il vient 523 liv. $\frac{1}{3}$ pour la force reſpective du courant contre les aubes, dans le cas du plus grand effet. Cela poſé, voici les noms & la valeur des grandeurs qui doivent entrer dans le calcul.

$a =$ 8 pieds $\frac{1}{2}$, rayon de la roue.
$b =$ 4 pieds, rayon du rouet.
$c =$ 20 pouces, rayon de la lanterne.
$d =$ 9 lignes, rayon des tourillons.
$p =$ 523 liv. $\frac{1}{3}$, force de la puiſſance motrice.
$q =$ 3000 livres, peſanteur d'un des hériſſons.
$t =$ 3600 livres, peſanteur de la roue, du rouet & de l'arbre pris enſemble.

$\frac{m}{n} = \frac{19}{18}$, expreſſion du frottement du rouet & de la lanterne. (290)

FIG. 8. Comme la ligne FC, qui marque la longueur des levées priſes depuis l'axe de l'hériſſon, eſt égale au rayon FX de la lanterne, (716) il ſuit que la puiſſance appliquée en X, c'eſt-à-dire, aux fuſeaux de la lanterne, ſera égale au poids exprimé par y. Pour avoir égard au frottement des tourillons qui ſont à l'extrémité d'un des hériſſons, il faut, ſelon l'article 251, prendre la moitié de la ſomme des poids, ou puiſſances qui agiſſent aux extrémités C & X, c'eſt-à-dire, la moitié de $2y$ (295), & l'ajouter à la moitié du poids de l'hériſſon; multiplier ces deux termes par le rayon des tourillons, diviſer le produit par le rayon de la lanterne, ajouter le quotient à y, & multiplier le tout par $\frac{m}{n}$; on aura $\overline{y + \frac{dy}{c} + \frac{dq}{2c}} \times \frac{m}{n}$ pour l'expreſſion de la réſiſtance que les dents du rouet rencontreront à faire tourner une des lanternes, qu'il faudra doubler, à cauſe que l'on a deux batteries, & multiplier le produit par le rayon du rouet, on aura $\frac{2bm}{n} \times \overline{y + \frac{dy}{c} + \frac{dq}{2c}}$.

Pour tenir compte auſſi du frottement des tourillons de la roue, il faut prendre la moitié de la ſomme de la preſſion que cauſe la réſiſtance que les deux lanternes oppoſent au mouvement du rouet, y ajouter le tiers du poids de la roue, (650) multiplier le tout par le rayon des tourillons; il vient $\frac{m}{n} \times \overline{dy + \frac{ddy}{c} + \frac{ddq}{2c}} + \frac{dt}{3}$, qui

étant

étant ajouté à la grandeur précédente, on aura une quantité égale au produit de la puiſſance motrice par le rayon de la roue, c'eſt-à-dire, $\frac{m}{n} \times \overline{2by + \frac{2bdv}{c} + dy + \frac{ddy}{c} + \frac{ddq}{2c} + \frac{2bdq}{3c} + \frac{dt}{3}} = ap$, d'où dégageant l'inconnue, il vient $y = \frac{\frac{m}{n} \times \overline{ap - \frac{dt}{3} - \frac{2bdq}{3c} - \frac{ddq}{2c}} = 3840}{2b + \frac{2bd}{c} + d + \frac{dd}{c} = 8\frac{1}{3}}$; diviſant 3840 par $8\frac{1}{3}$, on aura 461 livres pour la valeur de y, qui étant ſubſtitué dans l'équation $x \times \frac{1729}{1512} = y$, il viendra, après avoir dégagé l'autre inconnue, $x = \frac{697032}{1729} = 403\frac{1}{7}$. Or ſi l'on diviſe $403\frac{1}{7}$ par 4, on trouvera que chacun des quatre pilons que l'hériſſon éleve en même tems pourroit peſer environ 101 liv. au lieu de 65; (714) cependant comme il ſuffit qu'ils ſoient du poids de 65 livres pour pulvériſer les matieres, il vaut mieux augmenter le nombre des pilons que leur peſanteur; c'eſt pourquoi diviſant 403 par 65, on trouvera que chaque hériſſon peut élever en même tems ſix pilons, & plus encore un poids de 13 livres, ce qui ſe rencontre aſſez bien avec ce que nous avons inſinué dans l'article 721.

726. Comme les ſix levées occuperont encore la ſixieme partie de la circonférence d'un cercle, & qu'elles formeront des angles avec l'horizon, qui ſe ſurpaſſeront de 10 degrés, ſi l'on ajoute enſemble les ſinus de leurs complémens, & qu'on prenne la ſixieme partie de la ſomme, il viendra 78322 pour le bras de levier moyen, qui eſt un nombre plus grand que 75976 que nous avons trouvé dans l'article 723; d'où il ſuit que lorſqu'il y aura ſix pilons, les points G & C ſeront plus près de l'axe du pilon NO que lorſqu'il n'y en aura que 4; alors la longueur BC du mentonnet étant moindre que dans l'état actuel de la machine, les frottemens des pilons contre les priſons ſeront un peu moindres. (237) Ainſi, tout bien conſidéré, la force motrice ne fera pas plus d'effort pour élever ſix pilons, chacun du poids de 65 livres, que ſi elle n'en élevoit que quatre dont chacun peſeroit 101 livres; on obſervera ſeulement que comme il faudra augmenter la longueur de l'hériſſon de la moitié de celle qu'il a, il en réſultera une plus grande preſſion, par conſéquent un peu plus de frottement de la part des tourillons; mais c'eſt un trop petit objet pour s'y arrêter, puiſqu'il reſte à la puiſſance qui ſeroit appliquée à chaque lanterne 13 livres de force de plus qu'il ne lui en faudroit pour élever ſix pilons à la fois.

Le résultat des calculs précédens est qu'un moulin peut avoir 36 mortiers au lieu de 24.

727. Chaque batterie pourra donc être composée de 18 mortiers, au lieu de 12, dans le cas du plus grand effet. Il est vrai que la roue allant moins vîte que dans l'état actuel du moulin, les pilons ne seront élevés qne cinq fois au lieu de sept dans un certain tems; d'où il paroît d'abord que leur effet, dans ces deux cas, doit être dans la raison composée de leur nombre & de la quantité de coups qu'ils donneront dans le même tems, c'est-à-dire, comme le produit de 6 par 5 est à celui de 4 par 7, ou comme 15 est à 14. Mais il est bon que l'on sçache que ce n'est pas tout-à-fait le plus grand nombre de coups de pilons qui contribue seul à pulvériser les matieres, que cela dépend aussi du nombre de fois dont elles sont remaniées dans un certain tems, comme l'expérience le prouve; car si on vouloit n'employer que 16 heures pour battre les matieres au lieu de 24, il suffiroit de les changer de mortier de deux heures en deux heures; elles seront aussi-bien pulvérisées, & même mieux que si l'on avoit suivi la méthode ordinaire décrite dans l'article 718, parce que la composition qui se trouve au fond des mortiers formant au bout de quelque tems une croute, il n'y a que celle qui est au-dessus qui reçoit totalement l'impression du pilon. Je conclus donc que quoique la vîtesse de la roue ne soit exprimée que par le nombre 5, dans le cas du plus grand effet, lorsqu'elle l'est par le nombre 7 dans l'état actuel, on ne laissera pas de faire en 24 heures 720 livres de poudre au lieu de 480, pourvu qu'on remanie les matieres toutes les deux heures.

Je suis entré exprès dans ce petit détail, pour montrer que l'effet d'une machine ne dépend pas toujours de la plus ou moins grande quantité de mouvement du moteur; cette regle n'a lieu sans exception que toutes les fois qu'il s'agit d'élever de l'eau, parce que si la machine est mise en mouvement par un courant, l'on ne doit pas supposer de cause étrangere qui en augmente l'effet.

On trouvera peut-être que je m'arrête trop long-tems sur un même sujet; mais comment le traiter exactement sans l'examiner dans toutes ses circonstances? c'est sans doute pour n'en avoir pas usé de la sorte qu'on découvre tant d'imperfection dans les machines. Comme je n'écris que pour les rectifier, on ne peut me sçavoir mauvais gré de m'étendre autant que je le crois nécessaire. Au reste voilà ce que je m'étois proposé de dire sur les moulins, & je m'en tiens aux trois Chapitres précédens: un plus grand nombre d'exemples de l'application des principes de la méchanique à d'autres moulins à eau ne feroit qu'enfler cet Ouvrage assez mal-à-propos. Cependant avant que de finir ce Chapitre, il me reste à dé-

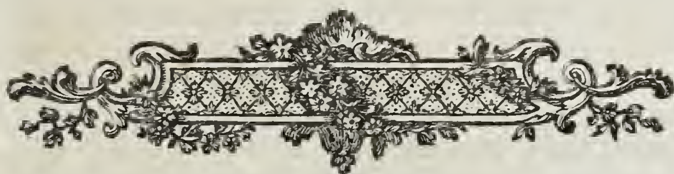
crire en peu de mots une machine pour pulvériſer le ciment; cette matiere eſt d'un trop grand uſage dans l'Architecture Hydraulique, pour ne point faciliter les moyens de la préparer.

Deſcription d'une machine pour pulvériſer le ciment.

PLAN. 4. du Chapitre ſecond.

FIG. 4 & 5.

728. La quatrieme & la cinquieme figure de la planche quatrieme du Chapitre ſecond, expriment l'élévation & le plan de cette machine: on y voit un baſſin de 5 toiſes de diametre, au centre eſt un arbre A, auquel ſont attachés deux eſſieux BG & DC, entretenus enſemble par un lien GF; une partie de chacun de ces eſſieux eſt taillée en vis, mais les pas de l'un le ſont dans un ſens oppoſé à ceux de l'autre: l'écrou de ces vis paſſe au milieu des meules H & I où il eſt bien arrêté. Si l'on ſuppoſe un cheval attelé au palonier E, & qu'on le faſſe tourner autour du baſſin, la meule H s'approchera du centre, tandis que l'autre I s'en éloignera; après que le cheval aura fait un certain nombre de tours, le faiſant agir d'un ſens oppoſé, la meule qui étoit près du centre s'approchera de la circonférence, l'autre s'en éloignera, & elles auront toujours un mouvement contraire; ainſi le ciment, ou toute autre matiere, s'écraſera ſur toute l'étendue du baſſin ſans avoir les ſujétions ordinaires. Il paroîtra peut-être que c'en eſt une grande que d'être obligé de détourner le cheval toutes les fois que les deux meules auront parcouru la longueur de la vis; mais l'on peut habituer un cheval à faire cela de lui-même, dès qu'il entendra le ſon d'une ſonnette attachée à l'arbre A, & qu'on ajuſtera de façon qu'elle ſonne toutes les fois qu'une des meules s'approchera du centre du baſſin. J'ai vu des chevaux attelés à une machine ſervant à tirer du charbon de terre d'un puits fort profond, qui étoient dreſſés de la ſorte.



CHAPITRE IV.

Des Moulins à chapelet, roues à eau, & autres machines pour les épuiſemens.

PARMI le grand nombre de machines qu'on a imaginé pour épuiſer les eaux d'un terrein aquatique, afin de faciliter l'exécution de quelques travaux, il n'en eſt point de meilleur uſage que les *Moulins à chapelet;* on en diſtingue de deux ſortes. La premiere, ſont ceux que l'on nomme Chapelets *inclinés*, qui font monter l'eau le long d'un plan incliné : la ſeconde, ſont les Chapelets *verticaux*, parce que l'eau monte verticalement.

Pour commencer par la deſcription des premiers, on ſçaura qu'il y en a de grands & de petits; l'un & l'autre ſont aſſez ſemblables dans leur conſtruction : toute la différence, c'eſt que les grands ſont mûs par des chevaux, & les petits à force de bras. Ce que nous dirons des uns pouvant s'appliquer aux autres, on jugera du premier coup d'œil de la manœuvre de ces ſortes de chapelets, en conſidérant le plan & le profil de celui qui eſt repréſenté ſur la planche premiere, dont voici la deſcription.

Deſcription d'un chapelet incliné, mû par un cheval.

PLAN. I.

729. Le plan incliné AB ſert de fond à une buſe dont une des extrémités A trempe dans l'eau qu'on veut épuiſer, & l'autre B répond à une auge BC, placée au ſommet du batardeau, au-deſſus duquel les eaux ſont élevées. Cette buſe eſt couverte par un autre plan DE, accompagné de deux rebords formant une eſpece de couliſſe.

Le chapelet eſt compoſé d'un nombre de petites planches que l'on nomme *palettes*, unies par des chaînons, faiſant enſemble une chaîne ſans fin, ou, ſi l'on veut, un chapelet dont les palettes tiennent lieu de grains.

Ce chapelet paſſe ſur les lanternes F, G; une partie eſt enfermée dans la buſe, & fait monter l'eau lorſque les lanternes ſont mûes du ſens convenable; & l'autre qui eſt à découvert deſcend le long de la couliſſe pour aller puiſer l'eau à ſon tour.

Quand cette machine eſt mûe par des chevaux, on emploie un arbre IK, ſervant d'eſſieu à deux lanternes; la premiere G, ſur laquelle paſſe le chapelet, répond à l'auge qui reçoit les eaux; & l'autre H qu'on ne peut voir dans l'élévation, parce qu'elle eſt cachée par la précédente, s'engraine avec un rouet LM que des

Pont le long de l'Ecluse

DEVELOPEMENT des parties d'un Moulin pour la fabrique de la poudre à Canon. Planche première.

Fig. 7.e

Porte du moulin.

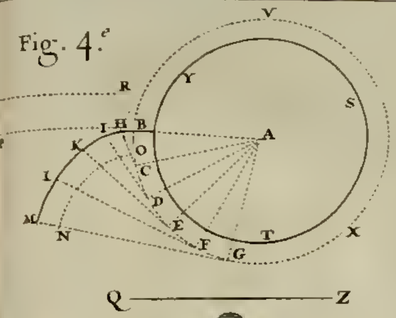
Fig. I.re

PLAN du Moulin & celuy de la machine.

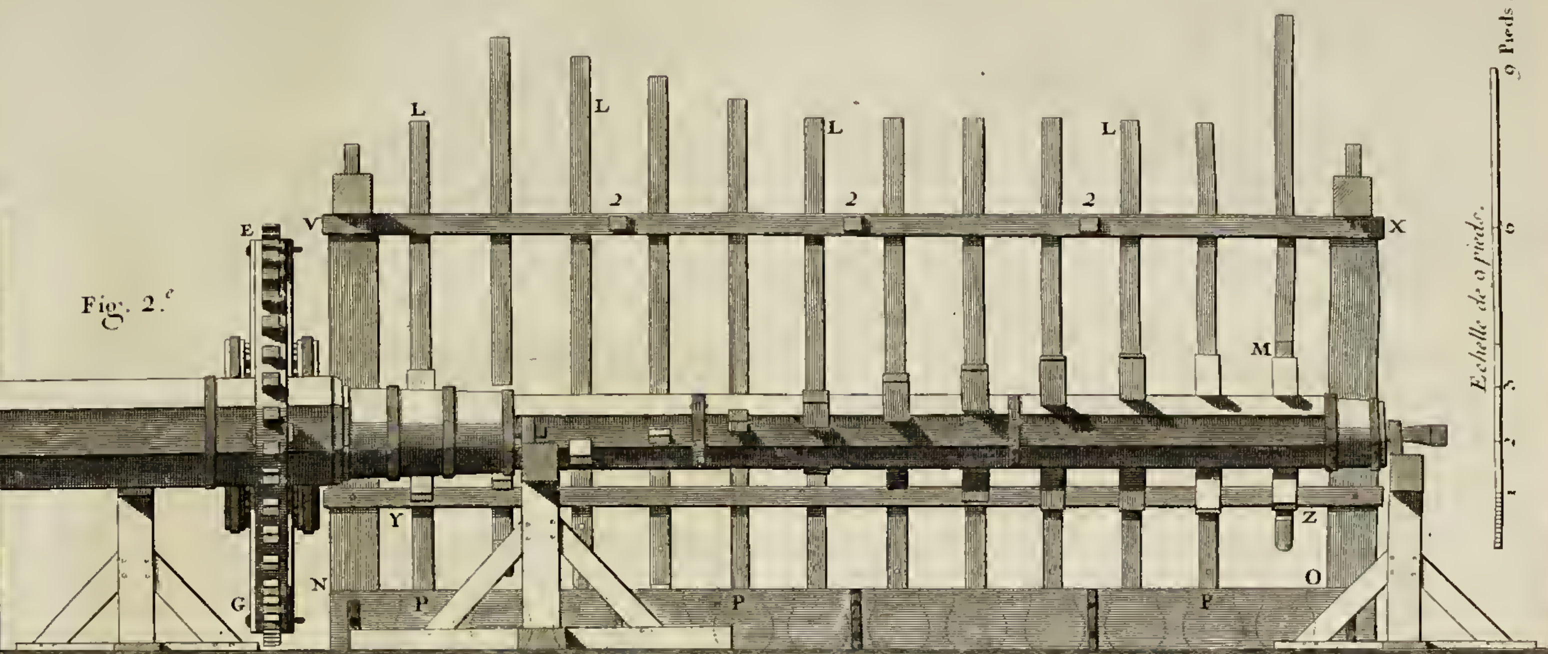
Fig. 8.e

Echelle de 9 pieds.

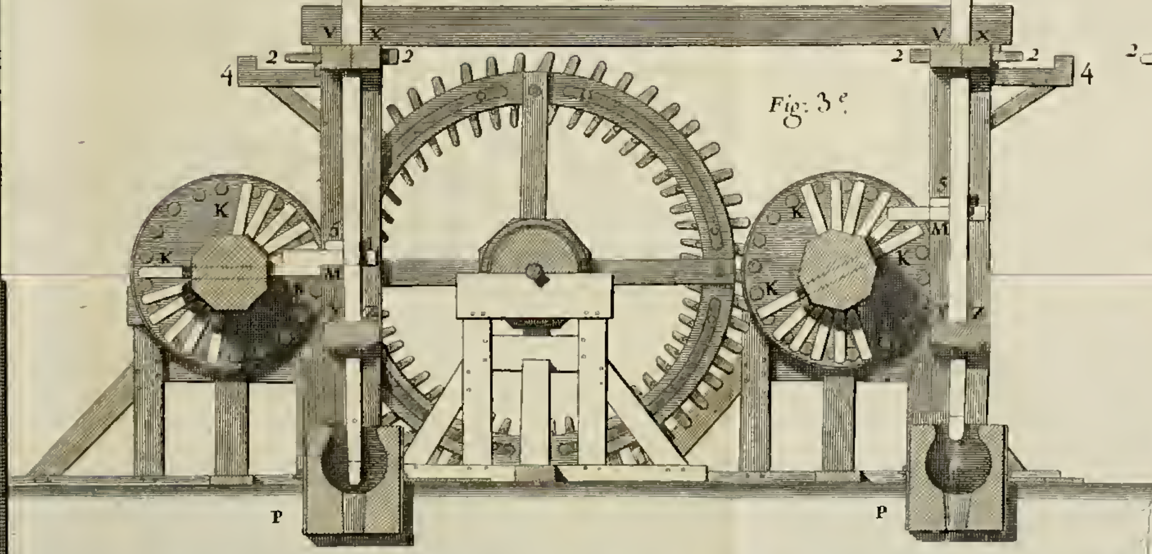
1 2 3 6 9 pieds.

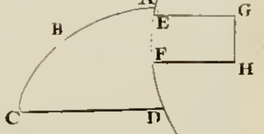


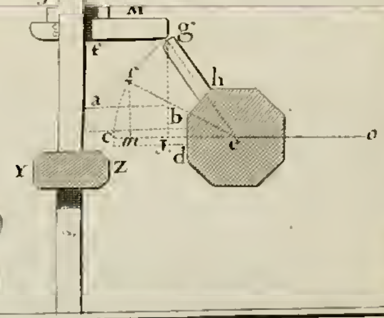
PROFIL D'un Moulin a Poudre coupé sur la longeur AB du plan de la planche précedente.

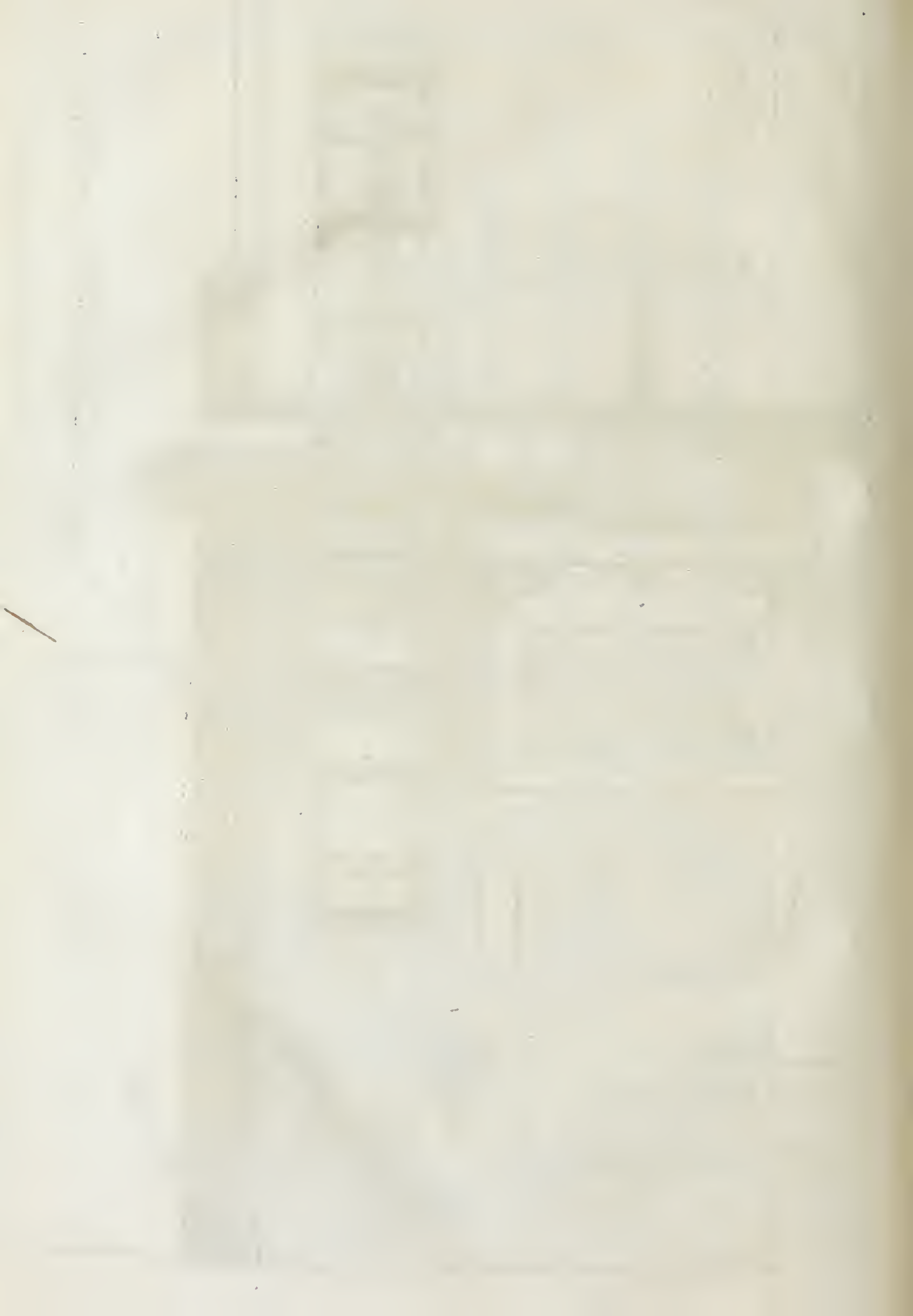


PROFIL Coupé sur la largeur CD de la premiere planche.









chevaux attelés au palonier N font tourner ; au lieu que quand on fait agir les chapelets à force de bras, on ſe ſert ſeulement de la premiere lanterne G que l'on accompagne de manivelles.

Je n'entre point dans le détail des parties de ce chapelet, parce que je vais en expliquer deux autres à bras, exécutés à *Strasbourg*, & développés ſur la ſeconde planche ; le premier, repréſenté par la premiere & la ſeconde figure, eſt employé, de la part du Magiſtrat, pour les ouvrages de la ville ; & l'autre, exprimé par la troiſieme & la quatrieme, ſert pour les travaux des fortifications. PLAN. 2.

730. Le premier de ces moulins eſt à-peu-près conſtruit comme le précédent, avec cette différence, que la buſe eſt découverte, parce que la couliſſe qui eſt au-deſſus, eſt élevée à une certaine hauteur pour donner plus de facilité au chapelet de ſe plier ſur les lanternes, & afin de remédier aux chaînons qui ſe caſſent. Ces chaînons ſont de bois & d'un fort bon uſage, beaucoup plus commodes que s'ils étoient de fer ; quand ils viennent à manquer, en ayant de tout prêts, un homme aſſemble les deux bouts ſéparés & un autre y met un grain, par le moyen d'une petite cheville de fer qu'il arrête avec un nœud de ficelle, au lieu de clavette, la chaîne étant de bois, par conſéquent beaucoup plus légere que ſi elle étoit de fer, le jeu en eſt bien plus doux. La lanterne A qui trempe dans l'eau a 16 pouces de diametre & 8 rayons. L'autre B qui répond au ſommet du batardeau a 20 pouces de diametre, & 10 rayons ; de ſorte que les diametres de ces lanternes ſont dans la raiſon du nombre de leurs rayons, afin que les palettes ſe rencontrent toujours en-haut & en-bas entre deux rayons, quoique la petite lanterne aille plus vîte que la grande. Il y a apparence que ſi l'on a fait une des lanternes plus petite que l'autre, c'eſt afin que le chapelet, en deſcendant, trouve plus d'aiſance à s'ajuſter avec les rayons.

Deſcription d'un chapelet incliné, mû à force de bras, exécuté à Strasbourg pour les ouvrages de la ville.

PLAN. 2. FIG. 1 & 2.

731 ~~371~~. Les palettes ont un pouce d'épaiſſeur, 9 & demi de largeur ſur 6 de hauteur, & 3 lignes de jeu de chaque côté ; leur diſtance de l'une à l'autre eſt de 6 pouces, elle eſt par conſéquent égale à leur hauteur. Quant aux chaînons, ils ont deux pouces d'épaiſſeur ſur autant de largeur ; je ne parle point des dimenſions des autres parties, parce qu'on pourra en juger par les nombres qui les accompagnent.

732. Ce chapelet étant mis en mouvement à force de bras, les manivelles ſont accompagnées de croſſettes pour rendre la manœuvre plus facile ; un homme eſt appliqué à l'endroit C, tire & pouſſe par un mouvement horizontal, & un autre qui lui eſt oppoſé en D agit de même ; il ſuffit qu'ils faſſent chacun un chemin

de 18 pouces en arriere, & autant en avant, qui eſt la grandeur du coude de la manivelle pour agir avec aiſance ; au lieu que s'ils étoient appliqués immédiatement aux poignées, la grandeur du bras de levier ne feroit que leur cauſer plus de fatigue, puiſqu'ils ſeroient aſſujettis à décrire un cercle de plus de 9 pieds de circonférence à chaque révolution.

Autre chapelet dans le goût du précédent, exécuté auſſi à Straſbourg pour les ouvrages de la fortification.

PLAN. 2. FIG. 3 & 4.

733. Le ſecond chapelet, quoique ſemblable en apparence au précédent, en eſt fort différent dans la compoſition & dans l'effet. Les palettes ont 11 pouces de largeur ſur 4 de hauteur, placées à 8 pouces de diſtance l'une de l'autre, ayant 6 lignes de jeu de chaque côté ; ainſi la buſe & la couliſſe ont par conſéquent 12 pouces de largeur intérieurement ; les palettes ſont entretenues enſemble par deux chaînes de fer, aſſemblées de maniere à pouvoir ſe plier aiſément ſur les lanternes. Ces lanternes ſont exagones ; celle d'en-haut eſt accompagnée de manivelles, auxquelles quatre hommes ſont appliqués. La partie ſupérieure G du chapelet répond au batardeau, comme on en peut juger par le bout de buſe FH, qui aboutit à l'auge qui reçoit les eaux. J'ajouterai que le corps du chapelet, auſſi-bien que celui des précédens, eſt porté par des chevalets EF, poſés de diſtance en diſtance, & que dans l'uſage ordinaire on obſerve que la pente du chapelet ſuive la diagonale d'un quarré, ou que l'angle formé par l'horiſon & le plan incliné ſoit de 45 degrés, parce qu'on ignoroit celui qui convenoit au plus grand effet.

Des deux chapelets précédens, le premier épuiſe le double du ſecond.

734. Des Ingénieurs qui ont vu manœuvrer ces deux chapelets, m'ont aſſuré que celui qui eſt employé aux ouvrages de la ville, épuiſoit dans le même tems plus du double de l'eau que ne faiſoit celui dont ils ſe ſervoient pour les fortifications, quoique mûs avec la même force, & poſés ſous un même angle d'inclinaiſon.

Il ne paroît pas qu'on ait ſuivi juſqu'ici aucune regle exacte pour la conſtruction des moulins à chapelets ; ſi on en juge par la variété des proportions qu'on a donné à leurs parties, ne s'étant peut-être jamais rencontré deux machines de cette eſpece parfaitement ſemblables : on ne peut pourtant douter qu'il n'y ait une conſtruction la plus parfaite ; l'exemple des deux chapelets dont je viens de parler en eſt une preuve bien convaincante, puiſque celui qui épuiſe le double de l'autre dans le même tems, & qui tient peut-être cet avantage du hazard plutôt que du raiſonnement, doit plus approcher de cette perfection. Cherchons donc à découvrir d'où cela vient, afin d'en tirer une regle générale qui ne laiſſe rien à deſirer ſur ce ſujet.

La perfection des chapelets inclinés se réduit à placer les palettes à une distance égale à leur hauteur, & à incliner le plan sous un angle de 24 degrés 21 minutes.

735. Pour cela, je considere qu'il faut sçavoir à quelle distance les *palettes* doivent être les unes des autres, eu égard à leur hauteur, & quel est l'angle que doit former le plan incliné avec l'horizon, afin que la puissance qui met le chapelet en mouvement épuise le plus d'eau qu'il est possible dans un certain tems, n'y ayant point de machine qui ne soit susceptible d'un plus grand effet, comme on a dû en juger par les exemples précédens.

PLAN. I. FIG. I.

Pour sçavoir l'intervalle qui doit être entre deux palettes, nous supposerons que sur le plan incliné AC, il y a un bout de chapelet tiré de bas en-haut par la puissance P, agissant selon une direction SP, parallele au plan. S'il n'y avoit que la seule palette ED pour soutenir l'eau qu'on veut attirer, on en auroit alors une quantité exprimée par un prisme qui auroit pour base le triangle DEF, & pour hauteur la longueur de la palette; & comme cette derniere dimension demeure constante, qu'il y ait une ou plusieurs palettes, nous n'aurons égard qu'à la superficie du triangle DEF, dont le côté EF, parallele à l'horizon, marque le niveau de l'eau. Si l'intervalle des deux palettes immédiatement de suite, comme ED & OQ, étoit exprimé par la ligne DQ, on auroit un espace vuide FQ, qui se trouvant répété dans chaque cellule DEOQ, ne feroit qu'en diminuer le nombre fort mal-à-propos; ainsi prenant la palette NF à la place de OQ, la cellule DENF sera préférable à la précédente, parce qu'on pourra en avoir un plus grand nombre, dans la longueur du plan AC, qui feront monter une plus grande quantité d'eau à la fois.

Si l'on divise la base DF en plusieurs parties égales, comme en trois, pour avoir autant de cellules DL, GM, HN, il est constant qu'elles contiendront plus d'eau toutes ensemble que la seule DENF; car si l'on prend la superficie du trapeze DEIG pour exprimer la quantité qui sera dans chacune, on pourra dire que l'eau que contiendra la cellule DN, sera à celle que contiendront les trois autres prises ensemble, comme le quarré du côté DF est au triple de la différence du même quarré au quarré GE, le trapeze DEIG étant la différence des triangles semblables DEF & GLF. Or le côté DF étant de trois parties, & GF de deux, leurs quarrés seront 9 & 4, dont la différence est 5; par conséquent le contenu de la cellule DENF sera à celui des trois autres DL, GM, HN, comme 9 est à 15; d'où il suit que plus les palettes seront près les unes des autres, & plus le chapelet épuisera d'eau dans le même tems. Cependant comme elles doivent être à une distance convenable, pour que la chaîne qui les lie ensemble

puiſſe aiſément ſe plier ſur les lanternes, je ne crois pas qu'on puiſſe mieux en régler l'intervalle qu'en le faiſant égal à la hauteur des palettes mêmes.

C'eſt ainſi qu'on a conſtruit le chapelet dont j'ai dit qu'on ſe ſervoit à Strasbourg pour les ouvrages de la ville: il n'eſt donc pas étonnant qu'il éleve ſous un même angle d'inclinaiſon plus du double de l'eau que celui qui eſt en uſage pour les fortifications, les palettes de ce dernier étant éloignées d'une diſtance double de leur hauteur, ce qui fait voir qu'avant que d'en venir à l'exécution, on ne ſçauroit examiner de trop près les parties qui doivent compoſer une machine, afin de leur donner les proportions les plus parfaites qu'il eſt poſſible.

Maniere de calculer la réſiſtance qu'oppoſe l'eau élevée par un chapelet incliné.

PLAN. 1. FIG. 2.

736. Pour faire le calcul de cette machine, nous ſuppoſerons que le vaiſſeau AF repréſente une cellule avec autant d'eau qu'elle peut en contenir lorſque le plan incliné fait avec l'horizon un angle de 24 degrés 21 minutes, ou lorſque la hauteur de ce plan eſt les $\frac{2}{5}$ de ſa longueur: (391, 392, 393) cela poſé, ſi l'on prolonge AD de la longueur AT, égale à la perpendiculaire AM, que l'on tire BT, que l'on prenne BV égal à ND, menant VS parallele à AT, on verra, en ſe rappellant ce qui a été enſeigné dans l'article 390, que la puiſſance P ſera en équilibre avec la pouſſée de l'eau contenue dans le vaiſſeau, ſi cette puiſſance eſt exprimée par le poids d'un priſme d'eau qui auroit pour baſe le trapeze AVST, & pour hauteur la ligne BE, ou AH.

Nommant XY, a; XZ, b; YZ, c; AB ou BC, d; & BE ou CF, f; on aura (à cauſe des triangles ſemblables XYZ, ABM, BCN) XZ (b), ZY (c) :: BC (d), CN $= \frac{cd}{b}$, par conſéquent CD — CN = ND $\left(\frac{bd - cd}{b}\right)$ = BV, ainſi VA ſera $\frac{cd}{b}$; d'autre part XY (a), XZ (b) :: AB (d), AM, ou AT $= \frac{bd}{a}$; mais les triangles SBV & TBA donnent encore BA (d), AT $\left(\frac{bd}{a}\right)$ :: BV, $\left(\frac{bd - cd}{b}\right)$ VS $= \frac{bd - cd}{a}$.

Préſentement, pour avoir la ſuperficie du trapeze, il faut ajouter enſemble les valeurs de SV & de TA qui donnent $\frac{2bd - cd}{a}$, qu'il faut multiplier par la moitié de AV, c'eſt-à-dire, par $\frac{cd}{2b}$, on aura

aura $\frac{2bcdd - ccdd}{2ab}$ qu'il faut encore multiplier par f = BE, il viendra $\frac{2bcddf - ccddf}{2ab}$ pour l'expreſſion du ſolide d'eau équivalent à la puiſſance P, qu'on peut réduire en ſuppoſant $2b - c = n$, il vient $\frac{ncddf}{2ab}$ dont on aura le poids, en diſant, comme 1728 pouces cubes eſt à 70 livres; ainſi $\frac{ncddf}{2ab}$ eſt à $\frac{35ncddf}{1728ab}$ dont il ſera aiſé d'avoir la valeur, comme on le va voir.

Eſtimation de la puiſſance qui fait agir le chapelet du Magiſtrat de Strasbourg.

PLAN. I. FIG. 2.

737. Si l'hypoténuſe du triangle XYZ eſt diviſée en dix parties égales, on aura XY (a) = 5, YZ (c) = 2 (393) XZ (b) = $\frac{23}{5}$; & ſi, pour nous conformer aux dimenſions du premier chapelet, (730) on ſuppoſe BA, ou BC (d) = 6 pouces, & BE (f) = 9 pouces $\frac{1}{2}$, on trouvera que $\frac{35ncddf}{1728ab}$ donne à-peu-près 4 livres $\frac{1}{3}$ pour la force que doit avoir la puiſſance pour être en équilibre avec la pouſſée de l'eau d'une cellule; ainſi il ne reſte plus que de ſçavoir la quantité de cellules qui agiront ſur le plan incliné, pour juger de combien cette puiſſance doit être augmentée.

Suppoſant le plan incliné de 8 pieds de hauteur, ſa longueur ſera de 20 pieds, ou de 240 pouces, qui étant diviſée par 7 pouces, intervalle d'une palette à l'autre, y compris l'épaiſſeur d'une des mêmes palettes, on aura 34 cellules qui oppoſeront enſemble une réſiſtance de 147 liv. qui agira aux extrémités des rayons de la lanterne ſupérieure, leſquels ont chacun 10 pouces. Ainſi multipliant le nombre précédent 10, & diviſant le produit par le coude de la manivelle, de 18 pouces, il viendra environ 82 livres pour la puiſſance appliquée à la manivelle, en faiſant abſtraction du frottement, qui ſera peu de choſe; car le chapelet étant de bois, ſa peſanteur ſpécifique ſera à-peu-près égale à celle de l'eau qu'il contient. Le frottement n'aura guere lieu non plus ſur la partie ſupérieure, parce que gliſſant ſur le plan incliné, elle eſt naturellement emportée en bas, ainſi l'on voit que quatre hommes pourront aiſément faire manœuvrer ce chapelet avec une vîteſſe plus grande que celle de 1000 toiſes par heure. Examinons préſentement la quantité d'eau qu'ils pourront épuiſer dans le même tems.

Calcul de la quantité d'eau que le même chapelet peut épuiſer par heure.

738. Chaque cellule, ſelon les dimenſions que nous leur avons donné, doit contenir une quantité d'eau ABEHOGDN de 329 pouces cubes, d'où retranchant 24 pouces pour la place occupée

par la chaîne, reſte 305 pouces. Comme il y a 10 rayons à la lanterne, ils attireront 10 cellules à chaque tour de manivelle, par conſéquent 3050 pouces cubes d'eau ; & comme les manœuvres peuvent lui faire faire au moins 1500 tours par heure, parce qu'étant appliqués aux croſſettes, ils n'auront guere que 4 pieds de vîteſſe par chaque tour : ce chapelet épuiſera donc 2647 pieds cubes dans le même tems à une hauteur de 8 pieds.

739. Je ſuis perſuadé que l'eſtimation que nous venons de faire du produit de cette machine eſt beaucoup au-deſſous de ce qu'elle peut produire en effet ; car nous avons ſuppoſé que la manivelle ne feroit que 1500 tours par heure, au lieu que ſi on en juge par l'expérience, elle en peut faire beaucoup plus, ayant remarqué dans les épuiſemens que l'on a fait pour la conſtruction de quelques écluſes du canal de Picardie que les manivelles des chapelets verticaux qu'on y a employés, faiſoient juſqu'à 3000 tours dans le même tems. Il eſt vrai que ceux qui les faiſoient agir étoient relevés d'heure en heure, & que les manivelles n'avoient que 15 pouces.

Ayant calculé auſſi la quantité d'eau que pouvoit fournir l'autre chapelet, dont j'ai dit que les Ingénieurs ſe ſervoient à Strasbourg, j'ai trouvé qu'en faiſant abſtraction, comme au précédent, de ce qu'il s'en pouvoit perdre, il n'en pouvoit épuiſer qu'environ 1238 pieds, toutes choſes d'ailleurs égales, qui eſt au-deſſous de la moitié de 2647 que nous venons de voir que devoit donner le précédent, ce qui s'accorde avec l'expérience qui en a été faite. (734)

Deſcription d'un chapelet vertical pour les épuiſemens.

740. Il me reſte à parler des chapelets *verticaux*, ſur leſquels il y a peu de choſe d'intéreſſant à dire, leur *maximum* ſe réduiſant à celui de la quantité de mouvement des hommes qui le font agir. Celui que j'ai développé ſur la planche troiſieme eſt pareil à ceux qui ont été employés au canal de Picardie, en ayant moi-même pris les dimenſions. Comme la manœuvre en eſt fort aiſée, & toutes les parties bien proportionnées, il m'a paru, après l'avoir examiné ſérieuſement, que je ne devois point héſiter de le donner pour modele : en voici le détail.

PLAN. 3. FIG. 4 & 5.

Le tuyau montant ABCD a extérieurement 13 pouces en quarré ſur 9 pieds 6 pouces de hauteur de C en E, mais qu'on peut faire plus grande, ſi la néceſſité y oblige ; ce tuyau a intérieurement 5 pouces de diametre, & doit être percé bien droit ; la face de derriere eſt plus haute que les autres de la partie DE de 16 pouces, afin de pouvoir y attacher le ſabot AFGE, qui n'eſt autre choſe

qu'une eſpece de caiſſe percée de trous, placée dans l'eau qu'on veut élever ; à travers cette caiſſe paſſe un boulon ſur lequel tourne un rouleau P pour faciliter l'entrée des grains Q dans le tuyau.

Contre les faces extérieures du tuyau ſont attachés à droite & à gauche les ſupports HK de l'eſſieu KS de l'*hériſſon* TV, accompagnés d'ais pour former le canal BKLM, qui conduit l'eau de l'autre côté du batardeau.

L'*hériſſon* eſt compoſé d'un moyeu de 16 pouces de diametre dans le milieu, réduit à 15 par ſes extrémités, fortifié de deux frettes de 12 lignes de largeur ſur 5 d'épaiſſeur : ce moyeu eſt hériſſé de ſix *griffes* de fer, ayant ſept pouces de largeur par le haut, réduites à 3 pouces 4 lignes à la racine, & 7 lignes d'épaiſſeur ; il eſt échancré dans le milieu ſur la hauteur de 5 pouces pour faciliter le jeu de la chaîne ; l'eſſieu a 18 lignes en quarré, arrondi aux ſorties du moyeu ; les manivelles ont 15 pouces de coude, & les poignées 40 pouces, pour que deux hommes puiſſent y être appliqués de front.

Les grains ont 5 pouces de hauteur, y compris la *tige* & la *queue*, leur diametre eſt de 4 pouces 10 lignes ; ſur leur plan on poſe une ou deux rondelles de cuir, dont le diametre eſt de 5 pouces, c'eſt-à-dire, égal à celui du tuyau montant ; ſur ces rondelles eſt poſée une plaque de fer ſervant à ſerrer les cuirs par le moyen d'une *clavette* qui traverſe la tige. PLAN. 5. FIG. 4 & 5.

741. L'intervalle XY qui ſe trouve entre l'extrémité de la queue des deux grains eſt de 30 pouces ; cette partie peſe 10 livres : l'ayant auſſi peſé dans l'eau, j'ai trouvé que ſon poids étoit diminué d'une livre quatre onces, (624) qui eſt celui du volume d'eau dont elle occupe la place.

Calcul de la quantité d'eau qu'un chapelet vertical peut épuiſer par heure.

742. Pour calculer le produit de ce chapelet, on ſçaura que quatre hommes agiſſans ſans interruption pendant une heure, après laquelle ils étoient relevés par quatre autres, faiſoient faire au moins 55 révolutions aux manivelles dans une minute : (739) or comme l'intervalle d'une griffe à l'autre, pris à l'endroit où poſe la chaîne, eſt de 13 pouces, à chaque tour de l'hériſſon, le chapelet fera un chemin de 6 pieds & demi, ce qui répond à une vîteſſe de 357 pieds $\frac{1}{2}$ par minute, cette vîteſſe étant la même que celle de l'eau qui monte dans le tuyau ; il ſuit que le chapelet en épuiſeroit par minute une colonne de 5 pouces de diametre ſur 357 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur, qui peſe 3422 livres, s'il n'occupoit pas une partie de cette colonne.

Prévenu que 2 pieds $\frac{1}{2}$ du chapelet occupent la place d'une livre & 4 onces d'eau, (741) divisant 357 pieds $\frac{1}{2}$ par 2 pieds $\frac{1}{2}$, on aura 143 pieds, qui étant multipliés par une livre 4 onces, donnent environ 179 livres pour le poids de l'eau occupée par le chapelet, pendant une minute, qui étant soustraits de 3422, reste 3243 livres d'eau qu'il épuisera dans le même tems; ce qui revient à-peu-près à 2780 pieds cubes par heure, élevée à 8 pieds.

A quoi se réduit la puissance qui fait agir le chapelet précédent.

743. Quant à la puissance qui doit faire jouer ce chapelet, on voit qu'elle dépend de la hauteur du tuyau montant, c'est-à-dire, de la hauteur où on élevera l'eau, puisque sans avoir égard au frottement, elle sera égale au poids de la colonne comprise dans le tuyau, qui est ici d'environ 72 livres, déduction faite du volume qu'occupe le chapelet.

744. L'intervalle du centre de l'essieu à la ligne de direction que parcourt la chaîne étant de 10 pouces, & la manivelle en ayant 15 de coude, le poids sera à la puissance dans le rapport de 3 à 2; ce qui montre que les quatre hommes ne soutenoient qu'environ 48 livres d'eau, au lieu que, selon la regle ordinaire, ils auroient pu aisément en soutenir cent; mais en récompense ils avoient une vîtesse bien plus grande que celle de 1000 toises par heure, ou de 100 pieds par minute; car la manivelle ayant 15 pouces de coude, ils décrivoient à chaque tour une circonférence de 7 $\frac{6}{7}$ pieds, ce qui répond à une vîtesse de 432 pieds par minute.

745. Si l'on veut que ce chapelet épuise l'eau à une hauteur au-dessus de 8 pieds, & conserver la même quantité de mouvement à la puissance, il faut diminuer la superficie du cercle du tuyau, à proportion qu'on augmentera sa hauteur. Par exemple, pour élever l'eau à 24 pieds, il faut multiplier le quarré du diametre, qui est 25, par 8 pieds, diviser le produit par 24, on trouvera 8 pouces $\frac{1}{3}$ pour le quarré du diametre réduit; & comme la quantité d'eau que les quatre manœuvres épuiseront par heure sera aussi réduite dans la même proportion, on voit qu'ils n'en éleveront plus que 926. Ce n'est pas qu'à la rigueur les mêmes ne puissent en élever 2780 à cette hauteur: ayant fait mention, article 680, d'un autre chapelet, où chaque manœuvre employoit une force de 34 livres, quoiqu'ils eussent la même vîtesse des précédens; mais comme le travail en étoit forcé, il ne conviendroit pas de se régler là-dessus.

Quant au frottement qui peut se rencontrer dans cette machine, il n'y en a d'autre que celui de son essieu qui sera peu de chose à cause de la grande différence des bras de leviers; (250) car je

compte pour rien celui que peut causer contre l'intérieur du tuyau le renflement des cuirs qui accompagnent les grains, parce qu'agissant sur une surface verticale, il ne mérite pas qu'on en tienne compte. (227)

J'ai oui dire aux Entrepreneurs du canal de Picardie qu'un chapelet tout équipé, tel que le précédent, leur coûtoit 150 livres.

Description d'un autre chapelet vertical, exécuté à Marseille.

PLAN. 4. FIG. 3 & 5.

746. Pour faciliter la manœuvre des chapelets *verticaux*, on les appuye contre un échaffaud sur lequel sont placés ceux qui les font agir, comme on en peut juger par la cinquieme figure de la planche quatrieme, qui exprime l'élévation d'un moulin à chapelet dont on se sert à Marseille pour épuiser les eaux de la forme; deux Forçats le font aller pendant une heure, après quoi ils sont relevés par deux autres.

La troisieme figure représente le profil du même chapelet, qui differe un peu du précédent, en ce que les grains qu'on voit situés différemment aux endroits C, D, E, sont faits en forme de godets garnis de cuirs pour empêcher que l'eau ne tombe à mesure qu'on l'éleve; cette machine ne comprenant rien dont on ne puisse juger du premier coup d'œil, je ne m'y arrêterai pas davantage.

Comme on a été plus attentif à mettre dans un certain arrangement les figures relatives à ce Chapitre, afin d'occuper la capacité de chaque planche, qu'à réunir celles qui appartenoient à un même sujet, il est arrivé que différentes sortes de chapelets se trouvent accompagnés d'autres machines propres aux Epuisemens; mais pour ne point interrompre l'ordre naturel, je continuerai ce qui me reste à dire sur les chapelets, après quoi je reprendrai ce que j'aurai laissé en arriere.

Autre chapelet mis en mouvement par un courant.

747. Les moulins à chapelets ne sont pas seulement d'usage pour épuiser les eaux d'un terrein sur lequel on veut bâtir, on peut aussi s'en servir pour élever l'eau d'une source dans un réservoir supérieur à un jardin, afin d'y faire naître des eaux jaillissantes, ou la tirer du fond d'un puits pour l'arrosement; alors ils different des précédens en ce que, au lieu de grains, on se sert de pots de grès, ou de petits barillets, qui agissent librement sans être enfermés dans un tuyau: en voici un exemple, exprimé par la figure premiere de la planche quatrieme.

PLAN. 4. FIG. 1.

On suppose que l'eau d'une source ou d'un ruisseau vient choquer une roue à cuillere BD, qui tourne horizontalement, & qui peut avoir 6 pieds de diametre; que cette roue a pour essieu un arbre vertical AB, tournant dans une crapaudine C, ayant au

ſommet une lanterne G de 18 pouces de diametre, accompagnée de 12 fuſeaux; que cette lanterne s'engraine avec 36 dents d'un rouet H de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de diametre; ainſi il faudra que la roue faſſe trois tours pour en faire faire un au rouet. L'eſſieu horizontal EF eſt commun à une roue I de même diametre, accompagnée de chevilles K, tant ſoit peu inclinées, pour que le chapelet M ne s'écarte pas du chemin qu'il doit ſuivre; ce chapelet eſt compoſé de deux cordes, auxquelles ſont attachés des pots de terre, ou, ſi l'on veut, des petits barillets qui verſent l'eau dans une auge L, qui de-là va ſe rendre au réſervoir.

PLAN. 4. FIG. 1.

Je ne parle point de la charpente qu'il faudra conſtruire pour ſoutenir cette machine, laiſſant au gré de ceux qui voudront l'exécuter de diſpoſer les pieces ſuivant le lieu où elles devront être placées: j'en uſerai de même pour les autres machines dont je ne donnerai pas des développemens particuliers pour mieux appercevoir leur compoſition. Je ne ferai pas non plus mention préſentement des calculs pour eſtimer la force qui doit mettre en mouvement ces ſortes de chapelets, relativement à la grandeur des barillets, & à leur nombre qui dépend de la hauteur où l'on veut élever l'eau, parce que j'ai traité tout ce qu'on peut dire de théorie ſur ce ſujet au commencement du ſecond volume, à l'occaſion des machines mûes par le vent: ainſi, pour éviter les répétitions, je m'en tiendrai à cette ſimple deſcription.

Deſcription de la machine à chapelet, exécutée à Rochefort pour épuiſer les eaux de la forme.

748. On a conſtruit à Rochefort, en 1722, une machine pour épuiſer les eaux des nouvelles formes, compoſée de trois chapelets dans le goût du précédent, mûs par des chevaux à l'aide de pluſieurs roues & lanternes. Le deſſein en ayant été remis au Bureau des fortifications, M. *Marchand*, qui en étoit alors le premier Commis, me l'a communiqué ſans autre explication que celle qu'on pouvoit tirer d'une légende relative aux plans & profils que l'on trouve exprimés ſur la planche cinquieme, qui comprend ſeulement les parties eſſentielles de la machine, ayant ſupprimé toutes celles du bâtiment qui n'avoient rien d'intéreſſant, afin de pouvoir réunir ſur une ſeule planche tout ce qui devoit être apperçu d'un même coup d'œil.

1722

La premiere figure repréſente un profil de la machine, coupé ſur la longueur AB du plan exprimé par la ſeconde; la troiſieme eſt un ſecond profil ſur l'alignement CD, & la quatrieme un troiſieme ſur l'alignement EF. Comme les lettres ſemblables accompagnent les mêmes parties de la machine repréſentée dans des ſens différens, en voici l'explication.

PLAN. 5. FIG. 1, 2, 3 & 4.

G. Grand arbre vertical.

H. Barres de 15 pieds de long.

I. Hériſſon de 3 pieds de rayon, contenant 48 dents.

K. Lanternes de 15 pouces de rayon, contenant chacune 16 fuſeaux.

L. Rouet de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, contenant 32 dents.

M. Arbres horizontaux, communs aux rouets L & aux roues N.

N. Roues octogones de 2 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, pour porter les chapelets.

O. Sceaux contenans chacun un demi-pied cube d'eau.

P. Baſſin qui reçoit l'eau des chapelets.

Q. Aqueduc pour conduire l'eau à la riviere.

R. Autre aqueduc qui conduit l'eau des formes aux puiſards.

S. Puiſards.

T. Niches & galeries autour du puiſard.

V. Couettes pour porter les arbres des roues & des lanternes.

X. Rez-de-chauſſée du bâtiment.

Y. Profil d'une arcade ſervant de pont aux chevaux qui font agir la machine.

Z. Eſcalier pour deſcendre dans le puiſard.

749. Après cette légende étoit écrit ce qui ſuit : cette machine eſt compoſée de quatre arbres, trois rouets, un hériſſon, trois lanternes, trois roues octogones, *& de trois chapelets garnis chacun de 30 ſceaux, formant une chaîne de 10 toiſes, tournée par quatre chevaux qui élevent en une heure à 24 pieds de hauteur dans le baſſin* P, *1296 pieds cubes d'eau.*

Quant au jeu de la machine, il eſt aiſé de voir que l'hériſſon I étant mis en mouvement, fait tourner les trois lanternes K avec leſquelles il s'engraine, & que ces lanternes donnent le mouvement aux rouets L, par conſéquent aux roues N qui font monter l'eau.

750. N'ayant point trouvé de développement particulier des ſceaux dans le deſſein qu'on m'a donné, j'ai été en peine de ſçavoir de quelle maniere, après s'être remplis, ils ſe vuidoient dans le baſſin P; mais y ayant un peu penſé, la premiere & la quatrieme figure m'ont fourni des idées pour tracer la cinquieme.

Chaque ſceau eſt une eſpece de tambour fait de planches, compoſé de deux fonds oppoſés, comme ABCDEF, unis enſemble par 6 faces, liées par des équerres de fer, le tout formant un priſme, dont l'épaiſſeur va en rétréciſſant depuis l'arête GA juſqu'à l'autre oppoſée HD. PLAN. 5. FIG. 5.

Contre les deux fonds ſont attachées des bandes de fer LN, IO, chacune de deux pieds de longueur, percées à leurs extrémités pour recevoir des boulons KM, leſquels traverſant auſſi les bandes qui répondent aux ſceaux adjacens, forment les nœuds de la chaîne du chapelet.

Un des fonds de chaque ſceau, du côté qui répond au baſſin, eſt percé d'un trou, qui ſera, ſi l'on veut, de la grandeur du triangle CDE, pour que les ſceaux puiſſent ſe remplir & ſe vuider plus promptement; quand ils deſcendent leur ouverture eſt en-bas, &, après qu'ils ſe ſont remplis, elle ſe trouve en-haut; alors étant parvenus au ſommet des roues qui les portent, l'eau jaillit de côté, & va tomber dans le baſſin.

751. Si l'on conſidere cette machine avec un peu d'attention, on ſera ſans doute ſurpris de voir que mûe par 4 chevavux, ſon effet ſe réduiſe à n'élever que 1296 pieds cubes d'eau par heure à une hauteur de 24 pieds, tandis que dans l'article 745, nous avons déduit d'une expérience dont j'ai été témoin, que quatre hommes pouvoient en élever 926 dans le même tems, & à la même hauteur: or ſi l'on cherche le rapport de ces deux nombres, on le trouvera celui de 7 à 5, qui montre que quatre chevaux n'épuiſent ici que deux cinquiemes en ſus de ce que peuvent épuiſer quatre hommes.

Pour juger de l'effet de cette machine par une regle générale, nous commencerons par chercher la quantité de mouvement du poids qu'elle éleve, afin de la comparer à la quantité de mouvement que doivent avoir naturellement les quatre chevaux qui la font agir.

752. Chacun des chapelets, n'ayant jamais, en montant, que 12 ou 13 ſceaux remplis d'eau, les trois enſemble n'en ſoutiendront qu'environ 19 pieds cubes, dont le poids eſt 1330 livres.

Puiſque les trois chapelets élevent 1296 pieds cubes d'eau en une heure, chacun n'en fera monter que 432 dans le même tems; & un ſceau ne contenant qu'un demi-pied cube, il faudra pour cela qu'il en monte 864: or comme 3 ſceaux occupent une toiſe de longueur, puiſqu'il en faut 30 pour une chaîne de 10 toiſes; (749) diviſant 864 par 3, on aura 288 toiſes pour la vîteſſe du poids de l'eau, dont la quantité de mouvement ſera exprimée par 383040.

La quantité de mouvement d'un cheval ordinaire étant exprimée par 306000, (124) celle de 4 chevaux le ſera par 1224000, qui étant comparé à 383040, on trouvera, en faiſant abſtraction

des

des frottemens, que l'effet de cette machine n'eſt pas ſeulement les trois dixiemes de l'effet naturel de la puiſſance qui la meut.

La machine étant fort compoſée, on ſeroit porté à croire qu'une auſſi grande différence vient de ce que la plus grande partie de la force motrice eſt employée à ſurmonter les frottemens, ſi on ne ſentoit en même tems qu'il n'eſt pas poſſible que la réſiſtance qui peut venir de cette part, aille jamais juſques-là. Il y a bien plus d'apparence que faute d'avoir fait un calcul exact de cette machine pour connoître la puiſſance qui devroit la mettre en mouvement, on emploie, ſans le ſçavoir, plus de chevaux qu'il n'en faut; auſſi vais-je prouver que deux ſuffiroient au lieu de quatre.

Calcul de la même machine.

753. Le rayon des roues qui portent le chapelet étant égal à celui des rouets, (748) la réſiſtance que les fuſeaux des lanternes K trouveront à faire tourner les roues L ſera égale au poids, qu'il faut multiplier par $\frac{19}{18}$, à cauſe qu'il y a un engrainement; (290) on aura $1330 \times \frac{19}{18}$ pour cette réſiſtance, qui ſera égale à celle que les dents de l'hériſſon I éprouveront à faire tourner les mêmes lanternes, parce que leur diametre ſe réduit à un levier dont le point d'appui eſt au milieu. Or comme ce ſecond engrainement occaſionne un ſecond frottement, il faut encore multiplier le produit précédent par $\frac{19}{18}$ pour avoir $1330 \times \overline{\frac{19}{18}}^{2}$, (292, 293) ou 1428 livres pour le poids réduit à l'extrémité du rayon de l'hériſſon, qui étant de 3 pieds, & le bras de levier de la puiſſance de 15, cette puiſſance ne ſera que la cinquieme partie du poids, c'eſt-à-dire, de 296 livres.

PLAN. 5.

Deux chevaux, au lieu de quatre, devroient ſuffire pour faire aller cette machine.

754. Comme j'ignore la charge que ſoutient la crapaudine & les couſſinets des tourillons, je n'en ai point calculé le frottement, dont la réſiſtance réduite à l'extrémité d'un bras de levier de 15 pieds ne peut être qu'un fort petit objet, eu égard à celui que cauſent les engrainemens; mais je ſuis bien aſſuré que la puiſſance n'employera jamais 24 livres de force pour le ſurmonter. Cependant nous ne laiſſerons pas de compter ſur cette eſtimation qui, étant ajoutée à 296 livres, donne 320 livres pour la force de la puiſſance; & comme deux chevaux en ont enſemble une de 340 livres, on voit qu'elle excede de 20 liv. celle qu'il faut pour mouvoir la machine. J'ajouterai même qu'ils pourront donner plus de 1330 pieds cubes d'eau en une heure, ſi on les entretient dans la vîteſſe qu'ils doivent avoir, qui eſt une ſujétion à laquelle il paroît qu'on n'a pas eu égard, comme on en va juger.

La vîtesse des chevaux qui font aller cette machine, est inférieure à leur vîtesse naturelle.

755. Les roues des chapelets étant octogones, chacune fera monter 8 sceaux, ou 4 pieds cubes d'eau dans une révolution; & comme nous avons vu que la machine en élevoit 432 en une heure, il faut donc qu'elle fasse 108 tours dans le même tems. D'autre part chaque rouet ayant 32 dents, & l'hérisson 48, l'un & l'autre agissant sur les fuseaux d'une même lanterne, la vîtesse du rouet sera à celle de l'hérisson dans la raison réciproque de 48 à 32, ou de 3 à 2; d'où il suit que le rouet faisant 108 tours en une heure, l'hérisson & par conséquent les chevaux n'en feront que 72 dans le même tems; & comme dans chacun de ces tours ils décriront une circonférence de 15 $\frac{5}{7}$ toises, ils n'auront donc par heure qu'une vîtesse de 1131 toises, au lieu qu'elle devroit aller au moins à 1800.

J'ai cru devoir entrer dans le détail qu'on vient de voir pour montrer de quelle maniere il faut s'y prendre lorsqu'on veut examiner si une machine mûe par des chevaux fait tout l'effet qu'on en doit attendre; je pourrois aussi montrer que deux chevaux appliqués à une machine beaucoup plus simple, épuiseroient une bien plus grande quantité d'eau; mais je laisse cette recherche aux Lecteurs éclairés qui ne manqueront pas d'en découvrir le moyen, sur-tout quand ils auront vu le second volume.

Au reste, je soumets tout ce que je viens de dire à la censure des personnes intelligentes qui sont à portée d'examiner cette machine sur les lieux, n'en ayant pu juger que sur les trois articles de la légende, qui sont 1°. *Que chaque sceau contient un demi-pied cube d'eau.* 2°. *Que la machine éleve par heure* 1296 *pieds cubes à* 24 *pieds de hauteur.* 3°. *Qu'elle est mise en mouvement par* 4 *chevaux.*

Après avoir expliqué les différentes sortes de chapelets dont on peut faire usage, il me reste à décrire les autres machines répandues sur les planches qui accompagnent ce chapitre, que j'ai moins rapporté comme des modeles à suivre, que pour y joindre des réflexions utiles sur leurs avantages & leurs défauts.

Description d'une pompe pour les épuisemens.

PLAN. 3. FIG. 6 & 7.

756. La sixieme figure de la planche troisieme est une espece de pompe pour élever l'eau par aspiration, dont j'ai vu faire l'essai à la construction d'une écluse. Quatre planches bien jointes, calfatées & liées avec des équerres de fer, formant une buse qui a intérieurement 9 pouces en quarré, composent le corps de cette pompe; au fond est une petite planche C, garnie de cuir tout autour, servant de soupape, qui repose sur un chassis fixe auquel elle est attachée avec deux pentures. L'effet de cette soupape dépend

d'un *puiſard*, ou *piſton* B qui n'eſt autre choſe qu'un petit coffre ſans fond auſſi garni de cuir : ayant un couvercle E qui tient lieu d'une ſeconde ſoupape. Ce coffre eſt attaché à deux bandes de fer, à travers leſquelles paſſe une barre de bois D, qui facilite aux manœuvres le moyen de lever & de baiſſer le piſton dont le jeu eſt de 16 pouces.

Cette pompe étant placée à un endroit où l'on veut faire un épuiſement, de maniere que la ſoupape C ſoit ſubmergée, on remplit d'eau tout le corps de la buſe afin de chaſſer l'air ; après quoi le piſton étant mis en mouvement, l'eau de la ſource monte, & ſort par le canal de décharge F, ce qui arrive par le jeu alternatif des deux ſoupapes, comme on le va voir.

Lorſqu'on baiſſe le piſton, la ſoupape C ſe ferme, & l'autre E s'ouvre ; l'eau de la buſe paſſe au-deſſus du piſton, lequel étant levé, ſa ſoupape ſe referme, & celle d'en-bas s'ouvre par l'action du poids de l'air qui contraint l'eau de la ſource de monter dans la buſe ; peu après, lorſque le piſton vient à deſcendre, la ſoupape d'en-bas ſe referme, celle d'en-haut s'ouvre, & il arrive la même manœuvre que ci-devant.

Effet ſurprenant de cette pompe.

757. Celui qui a imaginé cette machine, qu'il croyoit bien préférable à un chapelet vertical, ayant donné au piſton 9 pouces en quarré & 16 pouces de jeu, afin qu'à chaque relevée il épuisât les trois quarts d'un pied cube d'eau, dont la peſanteur eſt à-peu-près de 52 livres, s'étoit imaginé que deux hommes le feroient aiſément mouvoir, n'ayant chacun à ſoutenir qu'environ 26 liv. d'eau. Mais lorſqu'on en vint à l'exécution pour élever l'eau à 8 pieds, ſon étonnement fut extrême de voir que bien loin que deux manœuvres fiſſent jouer le piſton avec aiſance, comme il s'y étoit attendu, huit hommes ne le pouvoient mouvoir qu'avec beaucoup de peine, le nombre des relevées n'allant tout au plus qu'à 20 par minute ; ce qui répond à un épuiſement de 15 pieds cubes dans le même tems, & qui auroit été de 900 par heure, ſi les manœuvres avoient pu pouſſer le travail juſques-là ſans perdre haleine ; mais il fallut abandonner la machine & multiplier les chapelets, pour ne point ſe laiſſer gagner par l'abondance des eaux d'un grand nombre de ſources qui rendoient l'exécution du travail extrêmement pénible.

PLAN. 3. FIG. 6.

Cet effet paroîtra ſans doute bien ſingulier à ceux qui ignorent la théorie des pompes ; car il eſt peu de machines plus ſimples que celle-ci, la puiſſance étant immédiatement attachée au poids, & qui ſoit, en apparence, moins ſuſceptible des recherches abſtrai-

tes que paroissent offrir dans les autres les engrainemens & les différens bras de levier.

758. La grande résistance qu'opposoit le piston de cette pompe venoit de ce que les manœuvres, au lieu de n'avoir à soutenir que les trois quarts d'un pied cube d'eau soutenoient un poids équivalent à celui de toute la colonne que contenoit la buse, dont la pesanteur étoit de 315 livres, sans appercevoir de quelle part ce poids pouvoit provenir; aussi n'étoit-il pas sensible aux yeux, quoiqu'ils en sentissent bien la réalité. On en trouvera la cause clairement expliquée dans le premier Livre du second volume, que je n'aurois pu rapporter ici sans une trop longue digression, parce que, pour l'entendre, il faut être prévenu de plusieurs connoissances dont je n'ai pas encore fait mention.

J'ai cru devoir parler de la pompe précédente, pour donner un exemple de l'illusion de la plûpart de ceux qui, sans avoir aucun principe des choses, s'imaginent qu'il leur est réservé d'opérer des merveilles. Cependant, comme ce n'est que par la comparaison des effets de deux machines qui ont une même fin qu'on peut se déterminer en faveur de celle qui mérite la préférence, je vais faire un parallele de la pompe dont nous parlons avec le chapelet qui est à côté.

Parallele de l'effet de la même pompe à celui d'un chapelet vertical.

PLAN. 3. FIG. 4, 5, & 6.

759. On a vu, dans les articles 742, 743, que ce chapelet, mû par quatre hommes, épuisoit à une hauteur de 8 pieds 2780 pieds cubes d'eau en une heure, & qu'ils soutenoient ensemble une colonne d'eau réduite à 48 livres, au lieu qu'ici 8 manœuvres n'ont pu, avec un travail forcé, parvenir à épuiser 900 pieds dans le même tems, & à la même hauteur. Cela vient :

1°. De ce que les 4 manœuvres appliqués aux manivelles ne soutenoient que le poids de 12 livres, sans être chargés de celui de la chaîne du chapelet qui se trouve en équilibre avec elle-même sur l'hérisson dedans & dehors la buse, au lieu qu'à la pompe chaque manœuvre soutenoit environ 46 livres, parce qu'indépendamment de la charge de 39 liv. d'eau, il portoit aussi sa part du poids du piston, qui pesoit à-peu-près 50 livres, & n'étoit soulagé par aucun bras de levier.

2°. Les quatre manœuvres du chapelet faisoient faire 55 révolutions à la manivelle dans une minute, & l'eau ne discontinuoit pas de monter, au lieu que les huit manœuvres de la pompe avoient bien de la peine à faire monter & descendre le piston vingt fois dans le même tems, dont près de la moitié employée pour sa descente étoit en pure perte.

C'est la combinaison des désavantages que nous venons de remarquer dans cette pompe, qui est cause que 8 hommes n'ont pu faire le tiers de l'effet de quatre, au lieu que les mêmes bras appliqués à deux chapelets eussent épuisé par heure & avec un travail modéré 5560 pieds cubes.

Réflexion sur les machines propres aux épuisemens.

760. Je laisse à penser à ceux qui ont la conduite des grands travaux, combien il est dangereux de se laisser éblouir par les avantages qu'on voudroit attribuer à des nouvelles machines, à l'exclusion des anciennes, puisque si on les adopte sans une parfaite connoissance de la force qu'il faudra pour les mouvoir, & du plus grand effet dont elles peuvent être capables, on risque de faire un mauvais emploi du tems, qui est toujours précieux en pareil cas, & de multiplier la dépense fort mal-à-propos. C'est aussi dans le dessein d'insinuer cet esprit d'exactitude qui fait juger des choses telles qu'elles sont en elles-mêmes, pour les apprécier à leur juste valeur, qu'il m'arrive quelquefois de m'étendre sur des sujets qui paroissent ne rien avoir de recommandable, mais qui sont propres à faire naître des réflexions judicieuses.

Je crois qu'il n'est pas besoin d'entrer dans un plus long détail pour faire sentir combien le chapelet est préférable à la pompe qu'on vient de voir; cependant, comme on peut la rendre utile moyennant quelque correction, & la faire exécuter à peu de frais: voici une autre maniere d'en mouvoir le piston.

Autre pompe à l'imitation de la précédente, mais moins imparfaite.

Plan. 3. Fig. 1, 2, & 3.

761. La manivelle A répond à l'essieu d'un pignon C qui s'engraine avec une roue dentée D, dont l'essieu est commun à deux autres roues E & F, n'ayant des dents qu'autour de la moitié de leur circonférence, & cela dans un sens opposé, afin que dans le tems que l'une commence à s'engrainer avec les *coches* d'une des regles H, l'autre s'échappe & tombe; ce que la premiere fera de même à son tour.

A ces regles sont attachés des puisards I, qui agissent chacun dans une buse séparée, représentée par la seconde figure, & dont l'intérieur est développé par la troisieme, où l'on voit les soupapes L & K, dont l'effet est le même que celui que nous avons expliqué dans la pompe précédente, quoique placées différemment.

Comme ces puisards agiront alternativement, on voit que l'eau montera sans interruption, & qu'il n'y aura point de tems perdu. Pour que l'un puisse descendre avec au moins autant de vîtesse que l'autre montera, on chargera, s'il est nécessaire, chaque regle d'un poids G, & l'on ne fera pas mal d'accompagner la manivelle

d'une volée B, pour en rendre le mouvement plus uniforme.

Cette machine me paroiſſant un peu trop compoſée, je voudrois ſupprimer le pignon C & la roue D, afin de n'avoir qu'un eſſieu ; alors donnant 15 pouces de coude à la manivelle, & 3 au rayon des roues E & F, la puiſſance ſera la cinquieme partie du poids, & la levée des puiſards de 9 pouces.

Maniere de déterminer les dimenſions de la pompe précédente, eu égard à la puiſſance qui la meut.

762. Se ſervant de deux manivelles, on pourra employer quatre hommes pour faire agir cette machine, dont la force moyenne étant de 100 liv. ils pourront élever un poids de 500, qui eſt la plus grande réſiſtance que chaque puiſard doit oppoſer ; d'où il ſuit que pour bien régler le mouvement de la machine, il faut que le poids de la colonne d'eau qui aura pour baſe celui d'un des puiſards, & pour hauteur l'élévation de l'eau jointe à la peſanteur propre du puiſard & de ſon équipage, n'excede pas 500 liv. Car ici, comme dans la pompe précédente, la puiſſance aura encore à ſurmonter l'action d'un poids égal à celui de la colonne dont je viens de faire mention, (758) quoiqu'elle ne ſoutienne réellement que l'eau qu'élevera chaque puiſard ; ce qui vient encore de la même cauſe dont j'ai renvoyé l'explication au ſecond volume.

763. Pour déterminer la baſe du puiſard, eu égard aux conſidérations précédentes, nous ſuppoſerons que l'épuiſement doit ſe faire encore à 8 pieds de hauteur, & que chaque puiſard peſe 45 livres ; ainſi il reſtera 455 liv. pour le poids de la colonne d'eau, qui ſera de 11232 pouces cubes, qui étant diviſés par 96 pouces, hauteur de la colonne d'eau, donnent 117 pouces quarrés pour la ſuperficie de la baſe du puiſard, qu'on pourra faire de 10 pouces 9 lignes en quarré.

Maxime générale qu'on doit ſuivre pour la conſtruction des machines.

764. Il ſuit de tout ce que je viens d'inſinuer, que lorſqu'on veut faire le projet d'une machine, il faut 1°. Connoître la force du moteur. 2°. Diſpoſer les parties de la machine de maniere que l'action du moteur ſoit uniforme & la vîteſſe bien ménagée. 3°. Qu'il n'y ait point d'interruption dans l'effet que la machine doit produire, afin de bien employer le tems.

Lorſque ces trois conditions ſeront exactement remplies, peu importe que la machine ſoit ancienne ou nouvelle, qu'elle paroiſſe ingénieuſe ou commune, la plus ſimple ſera toujours la plus eſtimable, parce qu'elle répondra toujours au plus grand effet. (298)

Pluſieurs machines différentes deſtinées à élever l'eau à une mê-

765. Il eſt fort inutile de ſe tourmenter à chercher les moyens d'élever une grande quantité d'eau avec une force médiocre ; je le répete encore, les loix de la méchanique n'étant autres que celles de la nature, ont des bornes qu'on ne peut paſſer (122, 124),

Quand une force eſt limitée, ainſi que ſa vîteſſe, on ne doit pas eſpérer qu'appliquée à une machine plutôt qu'à une autre, elle ſoit capable d'un plus grand effet; ſi ces deux machines ont le même objet, & qu'elles ſoient également parfaites, la différence qui ſe rencontrera dans leur compoſition n'en mettra aucune dans leurs effets, & c'eſt une erreur de penſer le contraire; car enfin d'où pourroit venir la différence, ſi la force & le tems ſont également employés à élever l'eau à une même hauteur, & pourquoi l'une feroit-elle plus d'effet que l'autre?

me hauteur; doivent en donner une même quantité ſi elles ſont également parfaites, & mûes avec la même puiſſance.

766. Quoique ce principe ſoit bien naturel, il n'eſt pas aiſé d'en convaincre le plus grand nombre des Machiniſtes, parce qu'ils ne font pas réflexion que l'effet d'une machine, ou la quantité de mouvement du poids qu'elle éleve, que ce poids ſoit un corps ſolide ou liquide, eſt toujours égal à l'effet ou à la quantité de mouvement de la puiſſance motrice; & qu'appliquant cette puiſſance à différentes machines, leurs effets ſeront les mêmes, puiſque chacun en particulier ſera égal à celui de la puiſſance.

767. Par exemple, ſi la ſuperficie du cercle du tuyau du chapelet étoit proportionnée au poids de la colonne d'eau que peuvent élever quatre hommes, & que dans la machine précédente on fît enſorte que la puiſſance ne fût point chargée de la peſanteur propre des puiſards, ce qui n'eſt pas difficile à exécuter; cette machine éleveroit dans le même tems préciſément la même quantité d'eau qu'élevera le chapelet: que ſi de ces deux machines il y en a une qui mérite la préférence, elle doit être néceſſairement pour le chapelet. 1°. A cauſe de ſa ſimplicité. 2°. Parce que la puiſſance n'eſt chargée uniquement que du poids de l'eau, la chaîne étant portée ſur l'hériſſon.

768. Il ne reſte donc à l'induſtrie de celui qui veut faire le projet d'une machine, que l'heureux choix de la maniere de communiquer le mouvement au poids que l'on veut élever, enſorte que les pieces qu'il faudra employer pour cela n'ayent que le moins de frottement qu'il eſt poſſible, & qu'elles compoſent un tout qui puiſſe être placé commodément dans l'endroit où la machine doit jouer, en n'occupant que la place qu'il lui faut indiſpenſablement.

Deſcription d'une nouvelle pompe pour les épuiſemens.
PLAN. 6. FIG. 1, 2, & 3.

769. Tandis que je me trouve engagé dans des remarques critiques ſur les machines propres aux épuiſemens, je ſaiſis l'occaſion de parler d'une pompe de nouvelle invention, développée ſur la planche ſixieme. La premiere figure en repréſente l'élévation vue par le derriere, lorſqu'elle eſt toute montée, & la troiſieme le profil vu de côté. C, eſt une caiſſe percée en différens endroits dans

le fond & par derriere pour l'entrée de l'eau, afin que les ordures qui s'y trouveroient mêlées ne la suivent pas; le devant de cette caisse est fait en portion de cercle, ayant pour centre celui des tourillons d'un clapet E distinctement représenté par la seconde figure; ce clapet, dans le milieu duquel est une soupape, est mis en mouvement par le moyen des leviers F, F.

Sur la caisse est attaché un tuyau A, ou B, ayant au fond une soupape G, qui s'ouvre & se ferme alternativement avec celle du clapet. Quand ce clapet baisse, sa soupape s'ouvre, & l'eau passe à travers; quand il hausse, cette soupape se referme, & l'eau qui est au-dessus ne peut plus sortir de la partie de la caisse où elle est renfermée, que l'on remplit entiérement par une semblable manœuvre. Alors continuant à faire jouer le clapet, l'eau qui se trouve foulée contre la surface supérieure de la caisse ouvre la soupape G, passe dans le tuyau où elle monte insensiblement jusqu'à la décharge; car étant une fois entrée dans ce tuyau, elle n'en peut plus sortir, la soupape G se refermant toutes les fois que le clapet baisse. Je passe sous silence les pieces qui peuvent rendre cette pompe solide & commode, les figures en disant assez pour ne pas m'y arrêter.

L'effet de la pompe précédente est moindre que celui de la puissance qui la meut.

770. L'Auteur de cette pompe croyant avoir fait une découverte bien importante, la fit jouer avec beaucoup de mystere devant plusieurs personnes de marque qui paroissoient s'y intéresser, la jugeant fort utile pour les ouvrages de la fortification de la Place où on en fit l'essai. J'ignore quelle en a été la suite, mais je ferai observer qu'elle a deux defauts essentiels. Le premier, que l'eau ne monte que par intervalle quand le clapet se leve, le tems qu'il met à descendre étant en pure perte; le second, auquel on n'a peut-être point fait attention, que la puissance ne peut jamais produire un effet proportionné à la force qu'elle emploie pour faire jouer le clapet, parce qu'elle a à surmonter le poids de la colonne d'eau qui auroit pour base la superficie du clapet, & pour hauteur celle du tuyau, comme on en sera convaincu en se rappellant ce qui a été dit dans les articles 349, 352, au lieu que, selon l'exposé de l'Auteur, elle ne devoit soutenir seulement que le poids de celle que comprend le tuyau, ce qui est bien différent.

Pour peu que l'on fasse réflexion à ces deux inconvéniens, on conviendra que la même puissance appliquée à un chapelet vertical sera capable d'un bien plus grand effet, parce que la résistance qu'elle aura à surmonter sera proportionnée à la base & à

la

la hauteur d'une colonne d'eau qui montera ſans interruption.

Examen des machines appellées Hollandoiſes, *ou* Epuiſe-volantes.

PLAN. 6. FIG. 5.

771. Quand les épuiſemens ne doivent ſe faire qu'à une hauteur médiocre, on a recours à des machines beaucoup plus ſimples que les précédentes : le fréquent uſage que l'on fait en pareil cas de celle que l'on nomme *Hollandoiſe*, m'engage d'en parler, quoique fort connue.

Elle eſt compoſée de cinq morceaux de planches, formant enſemble une eſpece de *cuillere* emmanchée d'une gaule ſuſpendue à 3 perches, liées enſemble de la maniere qu'on le voit exprimé dans le deſſein.

Comme la manœuvre de cette machine ſe réduit à la balancer & à la diriger de façon qu'après avoir puiſé l'eau, elle la jette de l'autre côté du batardeau, je ne m'y arrêterai pas; j'ajouterai ſeulement qu'un manœuvre ne peut épuiſer en deux *vibrations* qu'un demi-pied cube d'eau pendant le tems de 4 ſecondes; ce qui revient à 450 pieds par heure.

772. On voit que cette machine, dont beaucoup de gens font cas, ne répond pas au grand avantage qu'on croit en tirer; en ayant pluſieurs fois calculé l'effet, il m'a paru qu'il ne pouvoit guere aller plus loin que celui que nous venons d'eſtimer, & même le plus ſouvent y employe-t'on deux hommes.

Si l'on ſe rappelle encore (742) que quatre manœuvres appliqués à un chapelet peuvent épuiſer par heure 2780 pieds cubes à 8 pieds de hauteur, ce qui revient à 695 pour l'effet de chacun; on conviendra qu'il s'en faut beaucoup que celui qui fait agir l'hollandoiſe puiſſe aller juſques-là, quoiqu'il n'éleve l'eau qu'à quatre pieds. Cela vient de ce que l'on perd ici près des trois quarts du tems, parce que la puiſſance ramene l'hollandoiſe vuide, laquelle fait encore enſuite, ſans agir, une demi-vibration pour aller puiſer l'eau, qui ne peut d'ailleurs monter que par une ligne courbe, c'eſt-à-dire, par le chemin le plus long; cependant l'on a coutume de juger de l'effet de cette machine par la célérité de ſon mouvement, ſans faire attention que la plus grande partie n'y contribue qu'indirectement.

Uſage des auges à ſoupape pour les épuiſemens.

PLAN. 6. FIG. 6 & 7.

773. Il y a encore une autre maniere d'élever l'eau à 3 ou 4 pieds de hauteur, par le moyen d'une eſpece d'auge dont le plan & l'élévation ſont repréſentés par les figures ſixieme & ſeptieme : au fond eſt une ſoupape, ou petite trape A, qui s'ouvre quand on plonge dans l'eau la partie de l'auge à laquelle elle répond, & qui ſe referme quand on releve l'auge pour faire couler de l'autre côté du batardeau l'eau qu'on a puiſé.

Pour ne point perdre le tems que l'auge emploie à descendre, on peut la faire double, comme elle est représentée dans la quatrieme
Fig. 4. figure, où l'on voit qu'elle doit balancer sur un essieu par le moyen de deux hommes appliqués à chaque bout; comme l'eau doit se vuider par un trou qui répond à cet essieu, il en coulera sans cesse, parce que tandis qu'un côté en fournira, l'autre en puisera de nouvelle.

La maniere la plus prompte de faire les épuisemens est à force de bras, sans le secours d'aucune machine, lorsqu'il ne faut élever l'eau qu'à une hauteur médiocre.

Plan. 7.

774. Quand on est obligé de faire des épuisemens dans un terrein où les sources sont abondantes, & où l'eau peut être élevée à 3 ou 4 pieds, comme dans les deux exemples précédens, il n'y a point de voie plus expéditive que de faire travailler avec beaucoup de vigueur un grand nombre de manœuvres à qui l'on met en main des *baquets*, *sceaux*, *vans*, & autres instrumens propres à puiser l'eau, sur-tout quand on veut travailler dans la mer, où il faut agir avec toute la diligence possible pour profiter de quelques heures que l'on peut seulement gagner par jour, & où les machines ne peuvent guere être d'usage, par la difficulté de les soutenir contre l'impétuosité des flots qui pourroient tout-à-coup les emporter & les mettre en pieces. Comme cette manœuvre est des plus simples, & qu'elle se trouve sensiblement exprimée sur la planche septieme, ce seroit m'arrêter à la minutie que d'en parler davantage.

Description d'une nouvelle machine pour élever l'eau.

775. Il y a peu de machines parmi celles que l'on propose tous les jours comme nouvelles, qui le soient effectivement; ce n'est souvent qu'un arrangement de plusieurs pieces en usage depuis long-tems, que l'on emploie même sans chercher à les rendre plus parfaites, comme nous le ferons voir dans le second volume, en parlant des pompes. Ce n'est pas que la matiere soit épuisée, ceux qui ont du talent pour ces sortes de recherches ne manqueront pas de sujets pour exercer leur sagacité; nous en voyons un exemple fameux dans la machine qu'on a inventé depuis peu en Angleterre pour élever l'eau par le moyen du feu. En voici une sur la planche huitieme que je n'ai pas dessein de mette en parallele avec la précédente, étant fort éloignée d'en avoir le mérite; mais on ne peut lui disputer celui de ne rien tenir de toutes celles que nous connoissons. Elle a été imaginée par M. *Morel*, pour servir à épuiser les eaux jusqu'à une hauteur de 12 à 15 pieds: voici l'explication qu'il en donne.

Elle est formée de goutieres en double zigzag, arrêté aux
Plan. 8. pieces de bois A, B, C; chaque goutiere est composée de trois planches, & aux angles que forment les retours sont des clapets

D, E, F, G, repréſentés au premier zigzag que l'on voit en profil; ces clapets s'ouvrent pour laiſſer entrer l'eau, & enſuite ſe referment afin d'empêcher qu'elle ne deſcende.

Toute la machine eſt ſuſpendue par des tourillons marqués au point H qui en eſt le centre de mouvement pour la faire agir; deux hommes la tirent alternativement en lui faiſant décrire des vibrations aſſez fortes pour que chaque goutiere s'incline dans un ſens oppoſé à celui où elle ſe trouve quand elle eſt en repos; alors les extrémités I & L paſſent dans l'eau K, la puiſent, & dans le balancement de la machine la partie M ſe trouvant plus haute que D, l'eau qui aura été puiſée y coulera, ouvrira le clapet, & dans un mouvement contraire où D ſe trouvera plus élevé que E, le poids de l'eau refermera le premier clapet, & ira couler vers le ſecond E, qu'elle ouvrira pour faire la même choſe qu'auparavant; ainſi elle montera de goutiere en goutiere juſqu'à la ſortie N. Comme la même choſe arrivera au zigzag adoſſé au précédent, dont les retours ſont diſpoſés dans un ſens contraire, il n'y aura point de tems perdu; car tandis qu'un de ces zigzags verſera l'eau dans le bac O, l'autre en puiſera de nouvelle.

776. L'avantage que je trouve à cette machine (continue M. *Morel*) c'eſt d'être ſimple, & d'avoir toutes ſes parties en vue, par conſéquent faciles à réparer. Il faut recouvrir le bout des goutieres vers les clapets, parce que l'eau y coulant avec violence ſuivant la force du balancement, elle ne manqueroit pas de rejaillir & de ſe perdre ſans cette précaution.

On peut mouvoir cette machine de trois façons, ſoit par le moyen de deux hommes que l'on voit appliqués aux cordes qui tiennent à l'anneau P du profil vû de côté, ſoit par les cordes pendues au bras Q, ou en pouſſant le bras R; que ſi un bras ne ſuffiſoit pas pour cette derniere maniere, on pourroit en mettre deux ou trois pour faire agir autant d'hommes.

S, eſt l'eſſieu de la machine qui porte les tourillons.

T, eſt une jonction de deux goutieres vues en perſpective.

V, eſt un morceau de goutiere, avec l'ouverture pour le paſſage de l'eau.

X, le même morceau garni de ſon clapet.

Y, le profil des goutieres, qui ont 8 pouces de largeur ſur 9 de hauteur, & qu'on peut faire plus grandes ou plus petites ſuivant le beſoin.

Si l'on vouloit faire une analyſe exacte de cette machine, on pourroit y appliquer une théorie aſſez fine, & qui auroit beaucoup

de rapport à celle qui appartient à la vis d'Archimede; mais comme elle dépend d'un calcul algébrique fort composé, dont le résultat seroit plus curieux qu'utile, je n'ai pas cru devoir le rapporter ici, vu le peu de fruit qu'on en auroit tiré, puisque, tout bien considéré, je donnerois encore la préférence au chapelet vertical, parce qu'occupant bien moins de place, il peut être posé indifféremment dans toutes sortes d'endroits, au lieu qu'ici il faut que le puisard ait beaucoup d'étendue & faire un appareil de charpente pour suspendre la machine, dont je n'aurois peut-être pas fait mention, si je n'avois voulu donner des exemples des différentes manieres dont l'eau peut être élevée, pour faire naître de nouvelles idées à ceux qui travaillent sur ce sujet.

Description du tympan dont les Anciens se servoient pour les épuisemens.

PLAN. 9. FIG. 5.

777. Entre toutes les machines qui ont été inventées par les Anciens pour épuiser l'eau, il paroît que le tympan dont parle *Vitruve* est celle qui en éleve une plus grande quantité à la fois : en voici la description, que je rapporte pour faciliter l'intelligence d'une autre machine faite à son imitation, mais plus ingénieuse & plus parfaite.

Le tympan est une grande roue G creuse, formant une espece de tambour, composé de plusieurs ais joints ensemble, bien calfatés & goudronnés, traversés par un essieu B; l'intérieur de ce tambour est divisé en 8 espaces égaux, par autant de cloisons placées sur la direction des rayons; chaque espace ou cellule a une ouverture A d'un demi-pied de superficie, pratiquée dans la circonférence du tambour pour faciliter l'entrée de l'eau; de plus, l'on creuse le long de l'essieu 8 canaux, dont chacun doit répondre à une cellule, afin que l'eau qu'elle contient puisse couler à l'extrémité D, pour se décharger dans le bac E, d'où elle est conduite par l'auge F à l'endroit où l'on veut qu'elle se rende.

Lorsqu'on se sert du tympan pour élever une eau dormante, on l'accompagne d'une autre roue C, dans laquelle des hommes marchent comme dans celle d'une grue; que si l'on a un courant, & qu'on veuille arroser un jardin, ou un terrein aride, on peut, en attachant des aubes sur la circonférence du tympan, le faire tourner en se servant de la force du courant même.

Le tympan est une machine des plus défectueuses.

778. Le principal défaut de cette machine est d'élever l'eau dans la situution la plus désavantageuse qu'il soit possible; car le poids se trouvant toujours vers l'extrémité du rayon, le bras de levier qui lui répond va en croissant dans le quart de circonférence qu'il décrit, pour passer du bas de la roue à la hauteur du centre; ce qui fait que la puissance se trouve dans le même cas que si elle

étoit appliquée à une manivelle, (108, 109) ainsi elle n'agit point uniformément.

M. *de la Faye*, de l'Académie Royale des Sciences, pour corriger ce défaut, a imaginé la machine que j'ai annoncée, & qui s'est présentée à son esprit après avoir fait ce raisonnement.

779. Quand on développe la circonférence d'un cercle, on décrit une courbe dont tous les rayons sont autant de tangentes au cercle, & autant de perpendiculaires à la courbe décrite, (717) qui a pour plus grand rayon une ligne égale à la développée.

Nouvelle machine à l'imitation du tympan, mais incomparablement plus parfaite.

Cela posé, ayant un treuil AB, dont la circonférence soit un peu plus grande que la hauteur où on veut élever l'eau, développant cette circonférence, faisant un canal courbe, dont la courbure suive exactement le chemin CDEFG, tracé par la développée: si l'une des extrémités de ce canal trempe dans l'eau qu'on veut élever, & que l'autre aboutisse au treuil lorsqu'il viendra à tourner, l'eau montera selon une direction verticale, tangente au treuil & perpendiculaire au canal en quelqu'endroit qu'elle puisse être. Ainsi l'action de son poids répondant toujours à l'extrémité d'un rayon horizontal qui en sera le bras de levier constant, la puissance qui élevera ce poids à l'aide d'une roue sera toujours la même; & si le rayon de cette roue est égal à la hauteur où on veut élever l'eau, par conséquent égal à la circonférence du treuil, la puissance sera au poids réciproquement comme le rayon du treuil est à sa circonférence, c'est-à-dire, à-peu-près comme 1 est à 6.

PLAN. 9. FIG. 4.

780. Selon les vûes de M. *de la Faye*, la machine doit être composée de 4 canaux, comme LKIHC, comme on en peut juger par la figure, qui montre que si la machine est mûe par un courant dont la direction suive celle de la fleche, venant frapper les aubes A de la roue sur laquelle doivent être appliqués les canaux, l'eau entrera par leur ouverture C, montera de C en E, & puis de E en F; ainsi de suite pour s'aller décharger dans les goutieres.

PLAN. 9. FIG. 4.

781. Par cette construction, comme l'observe M. *de la Faye*, le fardeau à élever fait toujours uniformément le même effet, qui est le moindre qu'il soit possible; pendant que la puissance est appliquée le plus avantageusement qu'il se peut; & ces deux conditions remplies, font la plus grande perfection qu'on puisse desirer dans une machine. Celle-ci élevant l'eau par le chemin le plus court, lui paroît préférable à la vis d'Archimede qui est inclinée, & qui ne se vuide que d'une très-petite partie de son eau, & demeure chargée du surplus qui est très-considérable, sur-tout quand elle est d'un grand volume, comme il faut qu'elle le soit pour en tirer de

l'utilité, au lieu que celle-ci se décharge de toute son eau à chaque tour de roue; & comme elle en peut aisément fournir un assez grand volume, ces avantages la rendent recommandable dans une infinité de cas.

La propriété de cette machine montre bien que les spéculations des Géometres ne sont point infructueuses, comme se l'imaginent la plûpart de ceux qui n'ont que de la pratique.

782. La roue précédente seroit la plus parfaite de toutes celles qu'on peut employer pour épuiser l'eau, si elle n'avoit pas un désavantage commun avec le tympan, qui est de ne la pouvoir élever qu'à la hauteur de son demi-diametre. Comme dans bien des occasions cette roue ne pourroit point servir, en voici une autre qui éleve l'eau plus haut que son centre, dont l'usage est très-fréquent en Espagne.

Description d'une roue à godets.

PLAN. 4. FIG. 2 & 4.

Sur un côté des jantes sont attachés des godets A en forme de boîtes, & de l'autre sont les aubes I qui reçoivent l'impression du courant EGH, dans lequel trempent les godets qui se remplissent par un trou qu'ils ont dans l'angle d'une de leur face, & lorsqu'ils sont parvenus au sommet de la roue, comme on les voit en B, ils se vuident dans un bac CD, d'où l'eau est conduite où on la juge nécessaire.

Toutes les roues à godets qui sont en usage ont le défaut de perdre une partie de l'eau qu'elles élevent, parce que les godets s'inclinant à mesure qu'ils montent, la répandent quand ils ont passé au-dessus du centre, & n'en versent dans le bac qu'environ les deux tiers de celle qu'ils avoient puisé.

Description d'une autre roue beaucoup plus parfaite que la précédente.

PLAN. 9. FIG. 1, 2, & 3.

783. Pour remédier à cet inconvénient, voici une autre roue accompagnée de sceaux B suspendus librement à des boulons de fer, traversant un double rang de jantes, à l'un desquels sont attachés les aubes F qui reçoivent le choc du courant GH. Comme les sceaux, après s'être remplis, s'entretiendront dans leur situation naturelle en parcourant la demi-circonférence de la roue, il arrivera qu'étant parvenus au sommet, où une barre D les contraint de s'incliner, ils verseront dans le bac C toute l'eau qu'ils ont épuisé; & cette opération ne durant qu'un instant, on voit qu'on peut laisser prendre à la roue toute la vîtesse qu'elle peut recevoir du courant, au lieu que celle de la précédente doit être proportionnée au tems qu'il faut aux godets pour se vuider.

Maniere de calculer tout ce qu'il peut y avoir d'inté-

784. Pour mettre dans un juste rapport la puissance & le poids, afin que cette roue soit capable du plus grand effet, il faut, après avoir déterminé son diametre relativement à la hauteur où on

veut élever l'eau, déterminer auſſi en nombre pair la quantité de ſceaux qu'on pourra employer, eu égard à la grandeur de la circonférence; & après qu'on aura marqué la poſition de leur centre de mouvement, de maniere qu'ils ſe répondent ſemblablement dans chaque quart de cercle, comme on le voit dans la figure troiſieme, on tirera les rayons KI, & les perpendiculaires IL, IM, IN, &c. pour avoir les lignes KL, KM, KN, &c. qui ſont les bras de levier des ſceaux, dont la direction répond à leur extrémité, & en même tems les ſinus du complément des angles que les rayons AI forment avec la ligne horizontale. Ainſi l'on pourra ſuppoſer qu'à chaque point L, M, N, &c. on a ſuſpendu des poids dont chacun eſt égal à la peſanteur de l'eau que peuvent contenir deux ſceaux.

reſſant dans une roue à eau.

Pour connoître la quantité d'eau que chaque ſceau pourra contenir, il faut prendre les $\frac{4}{9}$ de la force abſolue du courant, c'eſt-à-dire, les $\frac{4}{9}$ de la peſanteur du priſme d'eau qui auroit pour baſe la ſuperficie d'une des aubes, & pour hauteur celle de la chûte, capable d'une vîteſſe égale à celle du courant; alors on aura la puiſſance qui doit être en équilibre avec la peſanteur de l'eau des ſceaux d'une demi-circonférence. (589, 595)

Cela poſé, on dira : Comme la ſomme des ſinus qui ſervent de bras de levier aux ſceaux, eſt au ſinus total, bras de levier de la puiſſance; ainſi cette puiſſance eſt à un quatrieme terme (59), dont il faudra prendre la moitié pour la peſanteur de l'eau que chaque ſceau pourra contenir.

Comme la vîteſſe de la roue ſera le tiers de celle du courant, (595) on ſçaura la quantité de tours qu'elle fera dans un tems déterminé; par conſéquent la quantité d'eau qu'elle élevera dans le même tems, puiſqu'on connoît la capacité des ſceaux & le nombre qui s'en vuidera dans chaque révolution.

On trouvera dans le ſecond volume une autre eſpece de roue à eau fort ingénieuſe, exécutée à Liancourt.

785. Il ſemble que ce ſeroit ici le lieu de parler de la *Vis d'Archimede*, qu'on peut regarder comme la machine la plus ingénieuſe de toutes celles qui nous ſont reſtées des Anciens; mais les développemens que j'en ai fait ſe trouvant ſur des planches dont les principales figures appartiennent au *Traité des Ecluſes*, je me trouve contraint, malgré moi, de ne pouvoir en donner la deſcription & l'analyſe que dans la ſeconde Partie de cet Ouvrage : autrement il auroit fallu refondre les planches gravées depuis long-tems, & jetter mon Libraire dans de nouveaux faux-frais, qui n'ont déja été

Diſcours préliminaires ſur la vis d'Archimede.

que trop multipliés par la nouvelle disposition que j'ai donné à mon Ouvrage, dont l'objet n'étoit d'abord que d'enseigner la construction des travaux qui se font dans l'eau. Mais en attendant, ceux qui ne connoissent point cette vis pourront en avoir une idée, en

PLAN. 8. considérant celle qui est rapportée sur la huitieme planche, ils verront qu'elle est composée d'un *canon* appliqué autour d'un cylindre ou *noyau* incliné à l'horizon; quand elle agit, l'extrémité inférieure du noyau tourne dans une crapaudine, & l'autre dans un collier; & ce qu'il y a de bien singulier, c'est que l'eau s'éleve toujours en descendant.

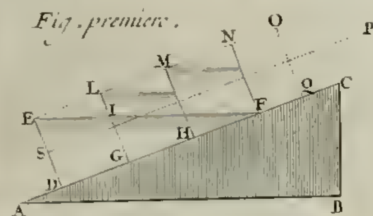
Quoique l'invention en soit attribuée à *Archimede*, des Sçavans prétendent que les Egyptiens s'en sont servi long-tems avant lui pour dessécher les prairies que les débordemens du Nil avoient coutume d'inonder. Quoiqu'il en soit, il y a apparence que les Auteurs tant anciens que modernes qui ont parlé de cette vis, avant M. *Parent*, à qui rien n'échappoit, n'ont eu qu'un sentiment confus sur l'inclinaison qu'il falloit lui donner par rapport à la situation des *hélices* à l'égard du noyau; l'expérience leur avoit bien fait appercevoir que lorsque le noyau formoit avec l'horizon un angle trop ouvert, l'eau cessoit de monter, mais aucun n'avoit encore déterminé son plus *haut* & son plus *bas* point, ni le rapport de la puissance motrice à la charge; il est vrai qu'ils sont excusables par les difficultés qu'ils ont rencontré, n'y ayant point de machine hydraulique d'une théorie aussi abstraite, & qui ne pouvoit être traitée sans le secours des nouveaux calculs, comme on en jugera par la suite.

Fin du Tome premier.

Dessein d'un moulin à Chapelet executé à la construction des Ecluses du Canal de Mardik.

ELEVATION du Rouët qui fait agir le Chapelet.

Auge qui reçoit les Eaux.



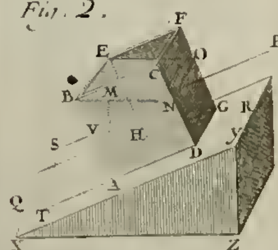
Profil du Chapelet coupé sur sa longueur.

Eau à Epuiser.

Plan d'une partie du Rouët.

Echelle du Plan et du Profil.

1 2 3 4 5 6 12 18 pieds.



Plan du Chapelet acompagné de ses Lanternes.

AUGE.

Vüe et Elevation d'un Moulin a Chapelet servant a epuiser les eaux de toutes sortes d'ouvrages.

Chevalet et profil de la petite roüe.

Fig. Premiere.

Deux grains vûs par le côte.

vûs par le dessus.

15 pieds

Manivelle qui se met a vis au bout de l'essieu de la grande roüe.

4 pieds 3.

Chevalet et profil des auges et les planchettes vus de face sur la ligne A.B. Fig. premiere.

Plan du moulin, de l'Assemblage qui porte la grande roüe, et embrasse le coffre du moulin.

Fig. 2.e

Echelle de six Pieds pour toutes les figures de cette Planche.

1 2 3 4 5 6 Pieds

Manivelle avec les crosses qui servent a la faire.

tourner

Moitié du Profil sur la longueur.

Profil sur la ligne C.D.

Fig. 3.e

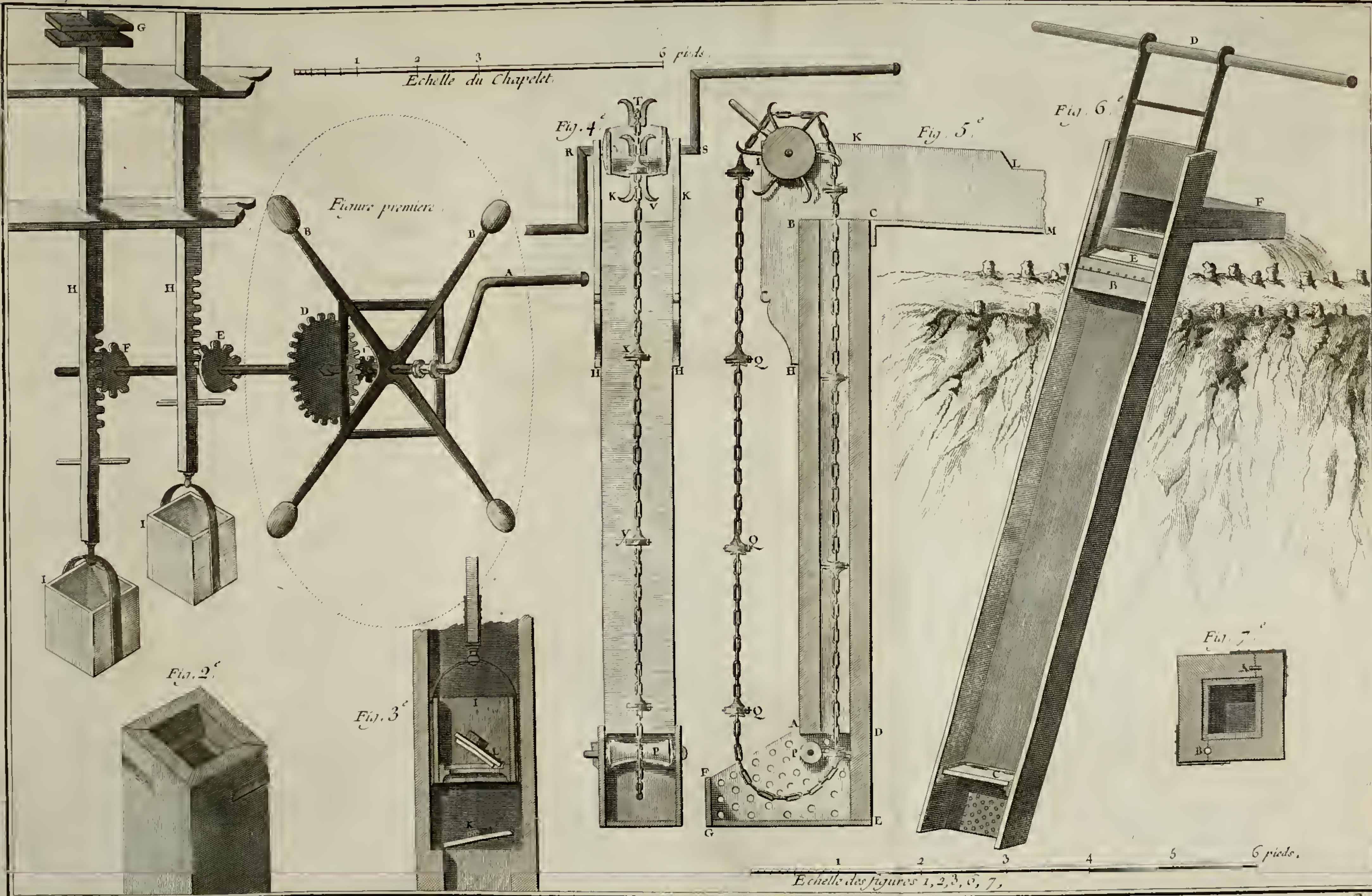
15 pi. 6 po. de long.

Moitié de la Machine vüe par le côté.

Plan d'un Chapelet que l'on fait mouvoir avec la Manivelle.

Fig. 4.e

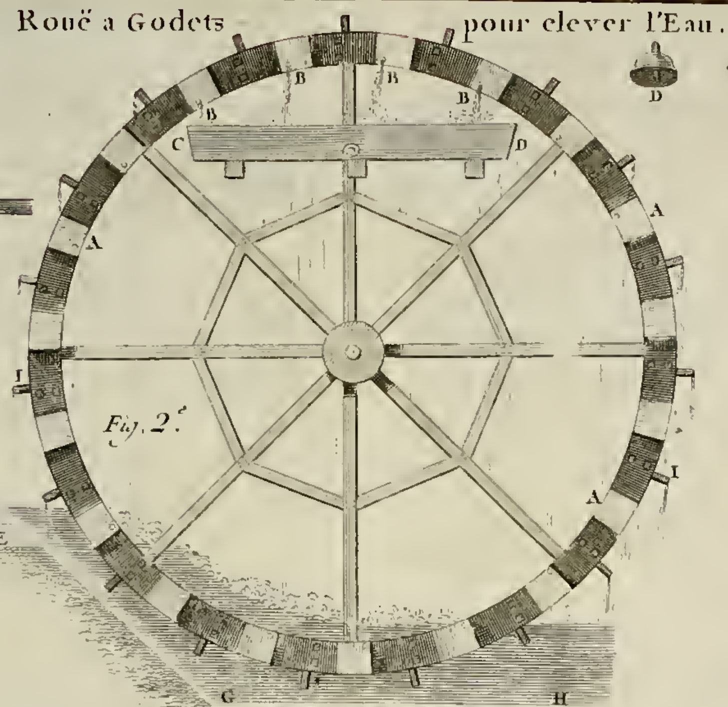
2. pi. 6. po. 4. lignes

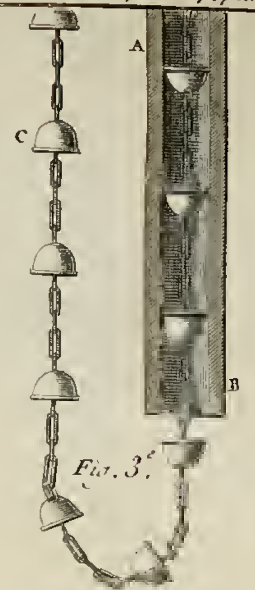

Echelle du Chapelet
1 2 3 6 pieds.
Figure premiere
Fig. 2.e
Fig. 3.e
Fig. 4.e
Fig. 5.e
Fig. 6.e
Fig. 7.e
Echelle des figures 1, 2, 3, 6, 7,
1 2 3 4 5 6 pieds.

Machine à Chapelets propre a élever l'Eau d'une source, pour la decoration d'un Jardin.

Figure premiere.

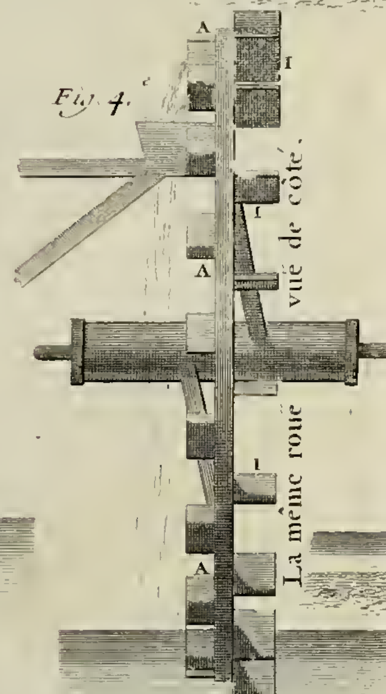
Roüe a Godets pour elever l'Eau.

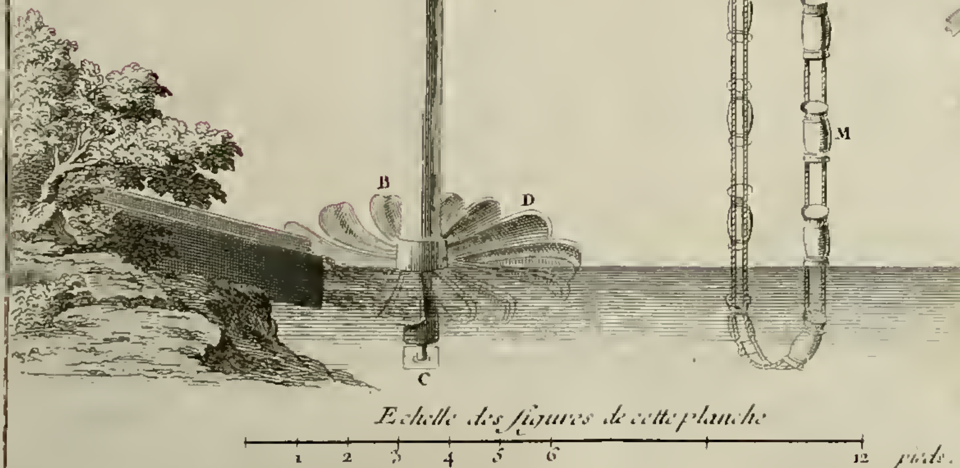






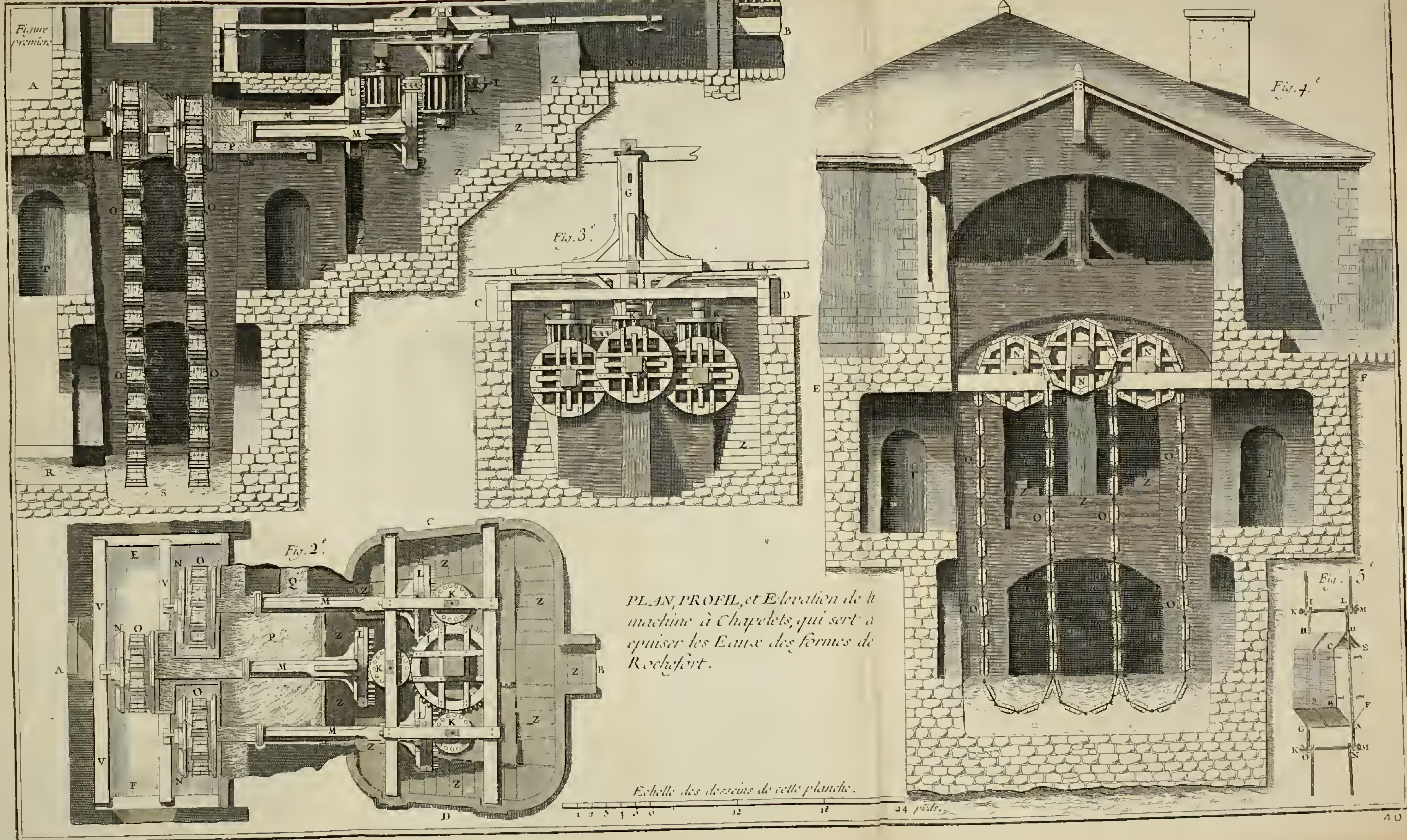
Chapelet emploïé a Marseille pour epuiser les Eaux de la Forme.

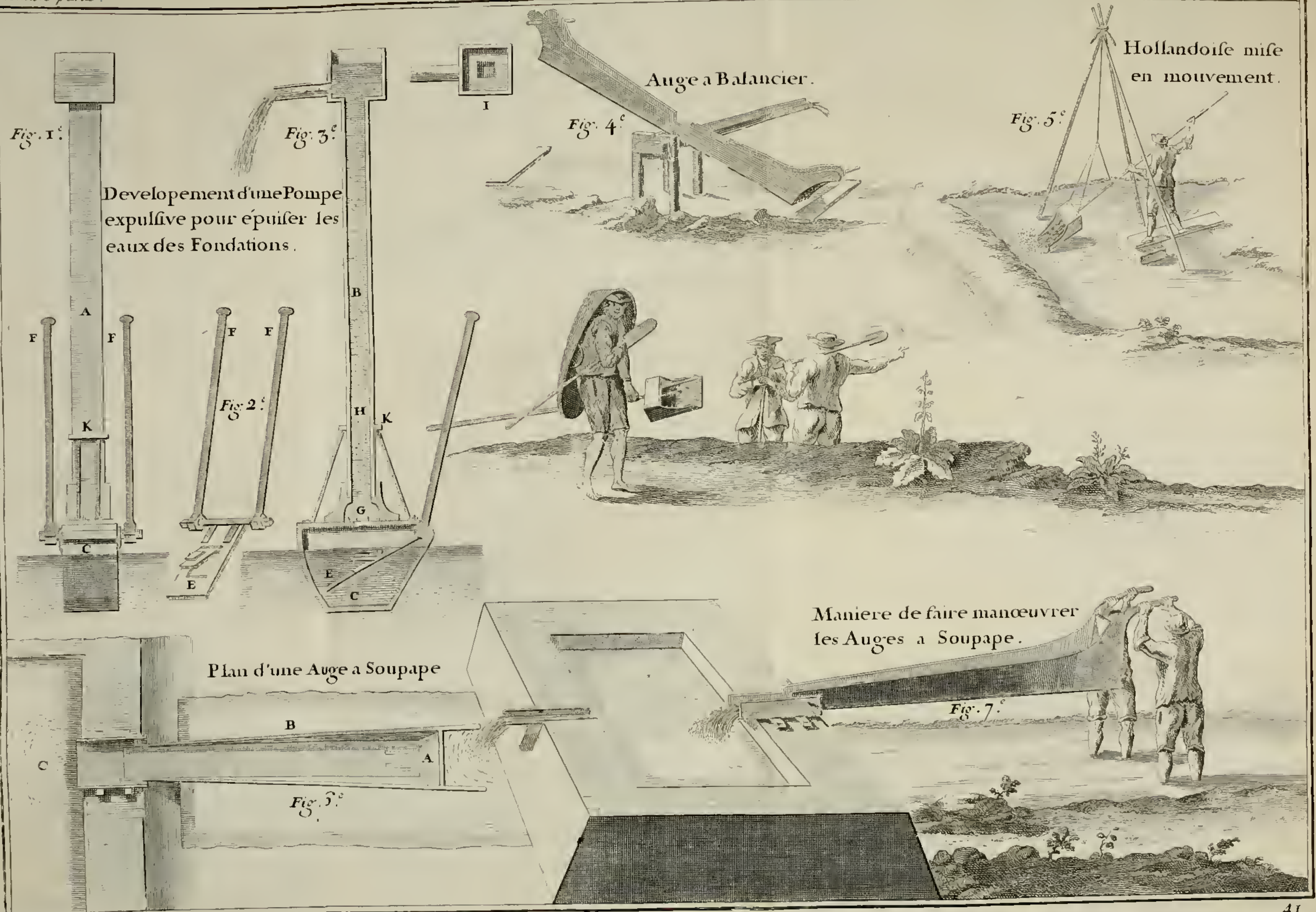


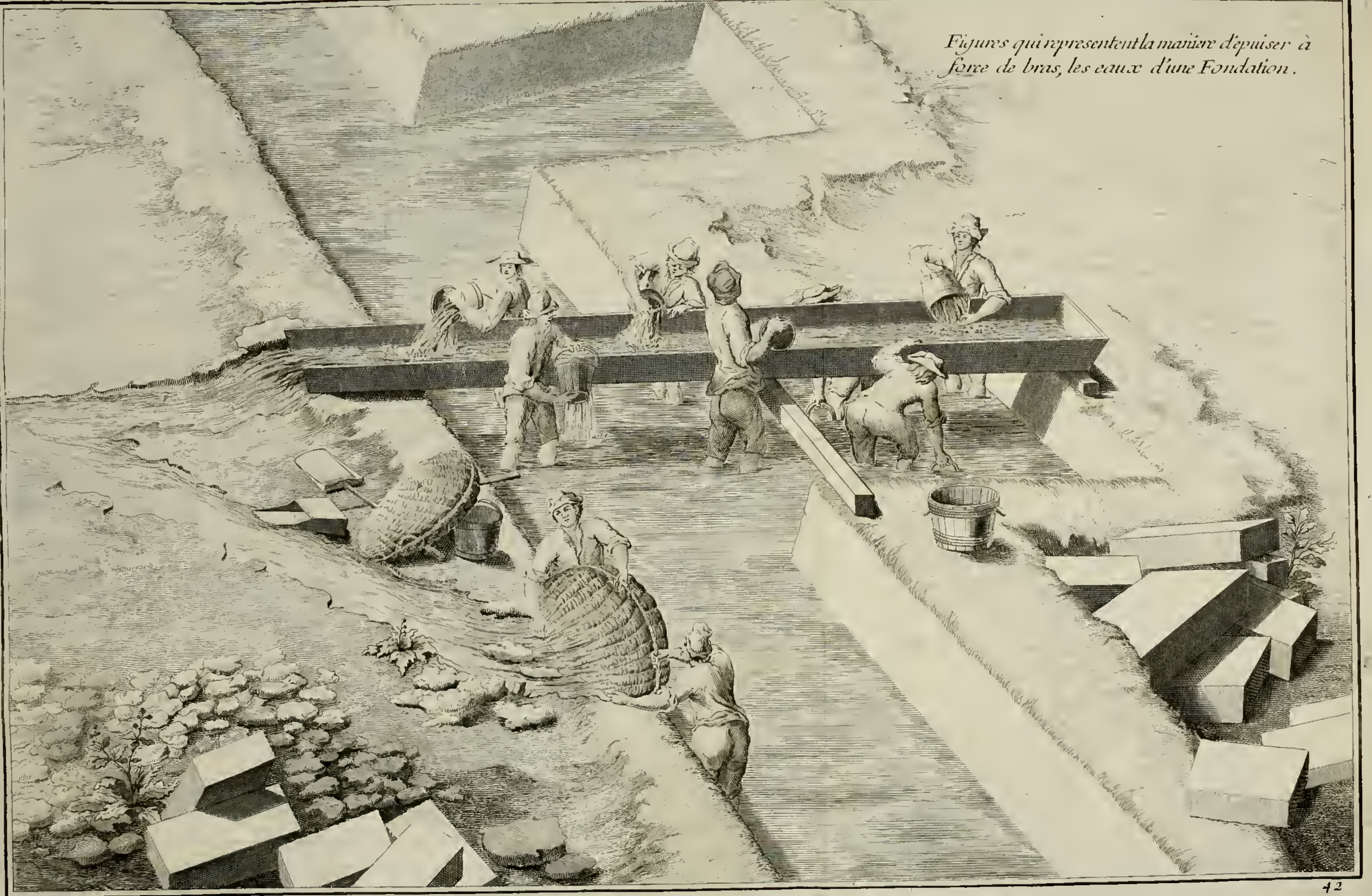


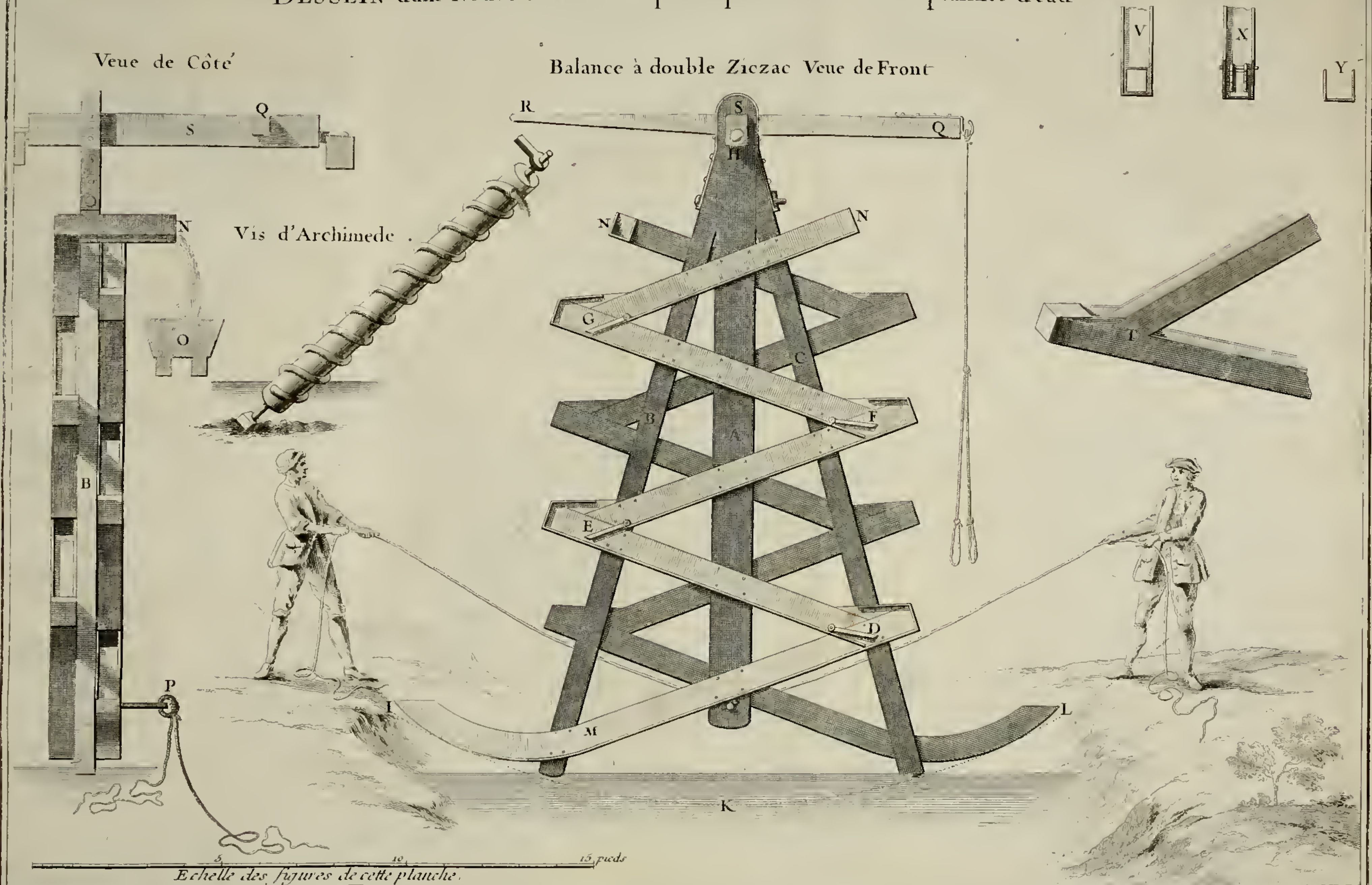
Echelle des figures de cette planche

1 2 3 4 5 6 12 *pieds.*

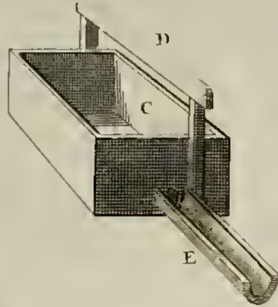

Figure premiere
Fig. 2.e
Fig. 3.e
Fig. 4.e
Fig. 5.e
PLAN, PROFIL, et Elevation de la machine à Chapelets, qui sert à epuiser les Eaux des formes de Rochefort.
Echelle des desseins de cette planche.
24 pieds.
40


Fig. 1.e
Developement d'une Pompe expulsive pour épuiser les eaux des Fondations.
A
F
F
K
C
Fig. 2.e
F
F
E
Fig. 3.e
B
H
K
G
E
C
I
Auge a Balancier.
Fig. 4.e
Hollandoise mise en mouvement.
Fig. 5.e
Plan d'une Auge a Soupape
B
A
C
Fig. 6.e
Maniere de faire manœuvrer les Auges a Soupape.
Fig. 7.e

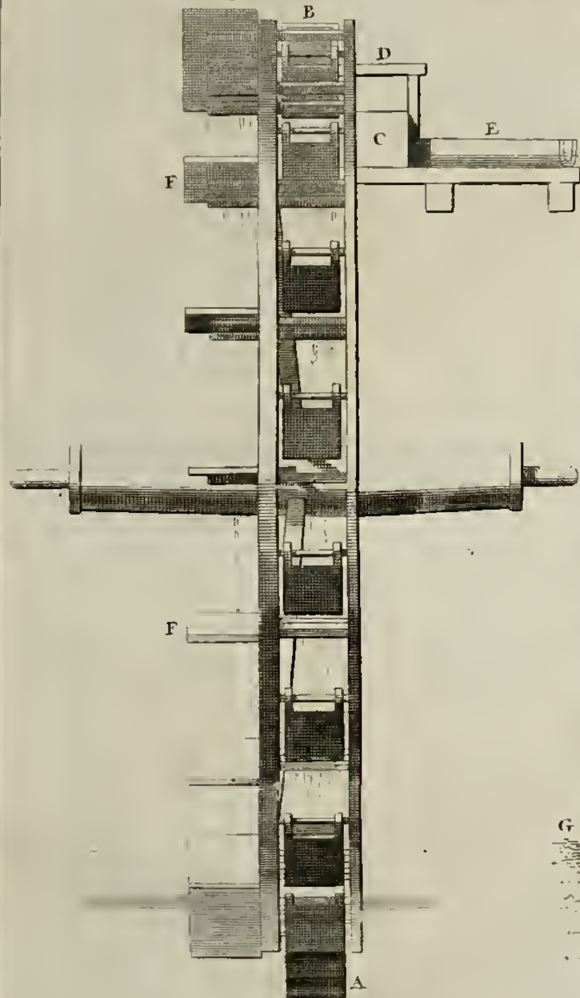

Figures qui representent la maniere d'epuiser à force de bras, les eaux d'une Fondation.
42

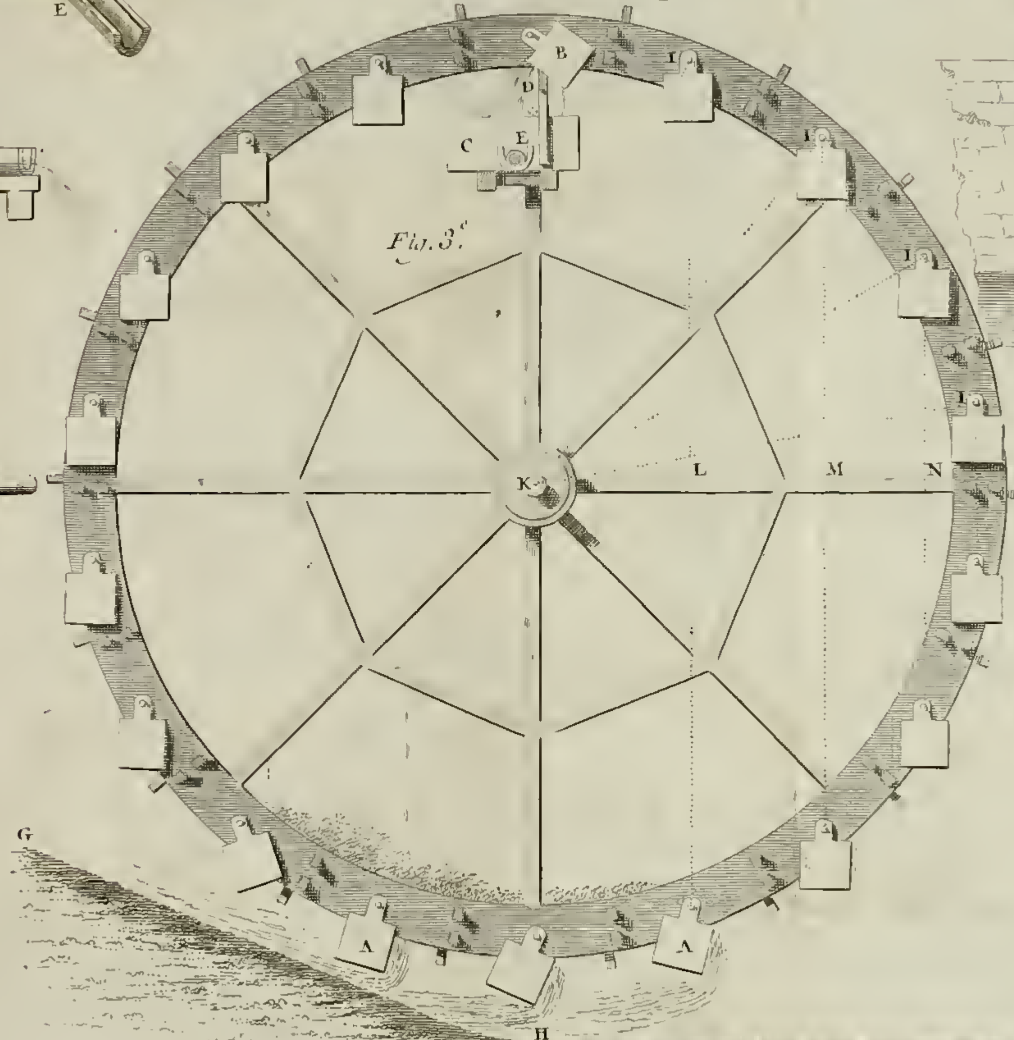

DESSEIN d'une Nouvelle Machine pour épuiser une Grande quantité d'eau
Veue de Côté
Balance à double Ziczac Veue de Front
Vis d'Archimede.
V
X
Y
R
S
Q
H
N
O
G
C
F
B
A
E
D
P
I
M
L
K
5
10
15 pieds
Echelle des figures de cette planche.

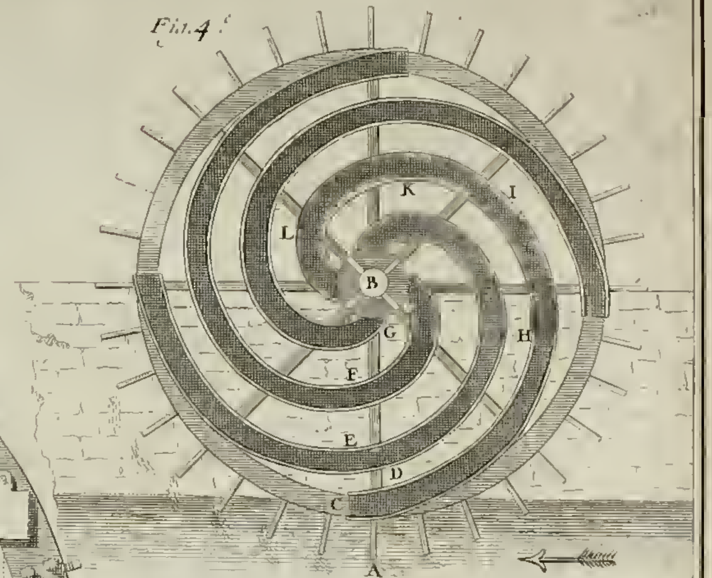
Dessein d'une Roüe à sceaux pour elever l'Eau.

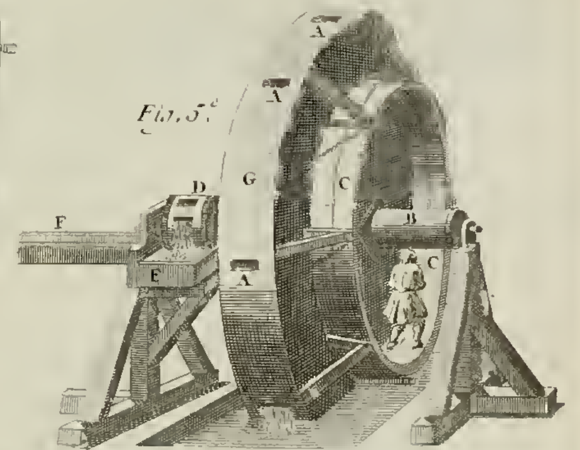


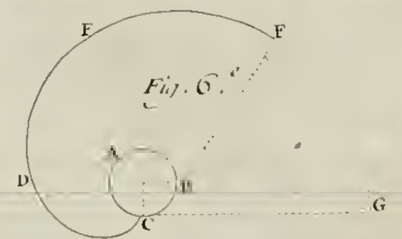












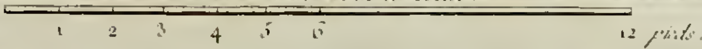




TABLE DU PREMIER VOLUME.

LIVRE PREMIER, SERVANT D'INTRODUCTION.

CHAPITRE PREMIER.

Contenant les Principes de la Méchanique.

CHAPITRE II.

CHAPITRE III.

Section premiere.

Section II.

SECTION III.

SECTION IV.

SECTION V.

SECTION VI.

SECTION VII.

SECTION VIII.

SECTION IX.

SECTION X.

SECTION XI.

Exemple

SECTION XII.

LIVRE SECOND.

Où l'on donne la description des différentes sortes de Moulins, la maniere d'en calculer les effets, & d'en découvrir le point de perfection.

CHAPITRE PREMIER.

CHAPITRE II.

CHAPITRE III.

CHAPITRE IV.

Fin de la Table du premier Volume.



EXTRAIT DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences.

CETTE année M. *Belidor*, Commiſſaire Provincial d'Artillerie, Profeſſeur Royal des Mathématiques aux Ecoles du même Corps, Membre des Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Pruſſe, correſpondant de celle de Paris, dédia à cette Académie ſon *Architecture Hydraulique*, ou *l'Art de conduire, d'élever, & de ménager les eaux, &c.* l'Académie a déclaré qu'elle jugeoit cet Ouvrage *très-utile* au Public.

Il y a de deux ſortes d'Ouvrages à qui ce titre peut appartenir en matiere de Sciences : ceux qui donnent des vues nouvelles & ſolides, & ceux qui, raſſemblant ces vues répandues en un grand nombre d'Ouvrages différens, non-ſeulement empêchent qu'elles n'échappent aux Sçavans même, comme elles pourroient faire quelquefois, mais encore les fortifient par l'ordre & par l'union. Si de plus de nouvelles vues s'y joignent, il n'y a rien à deſirer pour *l'utilité*, & elle y eſt même plus grande que celle des Ouvrages purement originaux.

Telle eſt l'*Architecture Hydraulique* de M. *Belidor*. C'eſt un grand corps de Sciences, où tout eſt établi par ſes premiers principes, & ſuivi dans toutes ſes

conséquences & ses applications. La théorie est toujours subordonnée à la pratique, & l'Algebre ne paroît que pour le besoin & non pas pour la pompe. On verra par le calcul exact d'un grand nombre de machines & de toutes leurs parties, & on le verra avec étonnement, combien il faut de différentes attentions pour en prévoir l'effet, combien il est facile de s'y méprendre, & combien il doit être au-dessous de ce qu'on s'en promet si souvent. On opérera avec beaucoup plus de sûreté, mais il en coûtera plus d'étude que l'on n'auroit peut-être voulu. *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, année 1737. *Histoire*, page 105.

APPROBATION DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

MESSIEURS *Nicole & Pitot*, qui avoient été nommés pour examiner un Livre de M. *Belidor*, intitulé : *Architecture Hydraulique*, qui contient la Description & la Théorie de quantité de machines qui ont été exécutées avec succès, en ayant fait leur rapport, la Compagnie a jugé que cet Ouvrage seroit très-utile au Public, en foi de quoi j'ai signé le présent certificat. A Paris ce 31 avril 1737. FONTENELLE, Secretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

APPROBATION DU CENSEUR ROYAL.

J'AI lu par ordre de Monseigneur le Chancelier, un Manuscrit intitulé : *Architecture Hydraulique*, & j'ai cru que l'impression de cet Ouvrage seroit très-utile au Public. Fait à Paris ce 18 juillet 1737. PITOT.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra. SALUT. Notre très-Cher & bien Amé le Sieur BERNARD BELIDOR, notre Conseiller-Commissaire Provincial de notre Artillerie, & Professeur Royal des Mathématiques aux Ecoles du même Corps, membre des Académies Royales des Sciences d'Angleterre & de Prusse, correspondant de celle de Paris, Nous ayant fait remontrer qu'il auroit composé un Ouvrage qui a pour titre : *Architecture Hydraulique*, qu'il souhaiteroit faire imprimer & graver & donner au Public, s'il Nous plaisoit lui accorder nos Lettres de Privilege sur ce nécessaires, offrant pour cet effet de le faire imprimer & graver en bon papier & beaux caracteres, suivant la feuille imprimée & attachée pour modele sous le contre-scel des Présentes. A CES CAUSES, voulant traiter favorablement ledit Sieur Exposant, & reconnoître en sa personne les Services qu'il nous a rendus, & ceux qu'il nous rend encore actuellement, tant de ces fonctions de notre Commissaire Provincial de notre Artillerie, que de celles de notre Professeur de Mathématiques aux Ecoles du même Corps & autres, & lui donner les moyens de nous les continuer, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire imprimer & graver ledit Ouvrage ci-dessus specifié, en un ou plusieurs Volumes, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de le faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de quinze années consécutives, à compter du jour

de la date desdites Présentes : Faisons défenses à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance ; comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit Ouvrage ci-dessus exposé en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changement de titres ou autrement, sans la permission expresse ou par écrit dudit Sieur Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires imprimés, contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit Sieur Exposant, & de tous dépens, dommages & intérêts : A la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois de la date d'icelles ; que la gravure & l'impression dudit Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que l'Impétrant se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725 ; & qu'avant que de l'exposer en vente, le manuscrit ou imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage sera remis dans le même état où l'Approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde des Sceaux de France, le sieur CHAUVELIN ; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin ; le tout à peine de nullité des Présentes : Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Sieur Exposant ou ses ayans causes, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour duement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires : Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le dix-septieme jour de Septembre, l'an de grace mil sept cent trente-six, & de notre regne le vingt-deuxieme. Par le Roi en son Conseil. SAINSON.

Registré sur le Registre IX. de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, N. 378, fol. 333, conformément au Réglement de 1723, qui fait défenses, article IV. à toutes personnes de quelques qualités qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les huit Exemplaires prescrits par l'article CVIII. du même Réglement. A Paris le 18 Novembre 1736. G. MARTIN, Syndic.

